

氏 名 : 小林 廉
専攻分野の名称 : 博士 (教育学)
学位記番号 : 博甲第 249 号
学位授与年月日 : 平成 27 年 3 月 17 日
学位授与の要件 : 学位規則第 4 条第 1 項該当 課程博士

学位論文名 : 数学科授業における「数学化」の実現に関する研究

論文審査委員 : (主査) 教授 藤井 齊亮
(副査) 教授 岸 学 教授 中村 光一
教授 道工 勇 教授 島田 和昭

学位論文要旨

我が国の数学教育において、数学を創る授業の実現が求められてきているが、十分に蓄積・共有されてきていない。結果的に、中等教育段階の生徒の多くが数学を学ぶ意義を実感できていない。こうした実態は特に高等学校数学科において顕著である。この実態を改善するため、本研究では「数学を創る」という意味での「数学化」の実現を試みる。すなわち本研究の目的は、数学科授業において「数学化」を実現するとともに、生徒の「数学化」に関する実態の一端を明らかにし、数学科授業において「数学化」を実現していくための示唆を得ることである。

この目的に対し、3 点の研究課題を設定する。第一に、「数学化」の意味を明確に規定するとともに、その実現によって期待できる教育的価値と、「数学化」実現に向けた課題を明らかにすることである。第二に、「数学化」を実現するための授業設計の枠組みを構築することである。第三に、「数学化」実現のための授業設計の枠組みを基に、高等学校数学科の具体的な指導内容を対象として「数学化」の実現を試みるとともに、生徒の「数学化」に関する実態の一端を明らかにし、「数学化」実現に向けた示唆を得ることである。これらの課題解決のために、「数学化」の実現に関する文献解釈を中心とした理論的考察、および単元を通して「数学化」の実現を試みる授業を高等学校数学科において実践することによる実証的考察、この 2 つを研究方法として展開した。結果として、以下の 5 点の成果が得られた。

第一の成果は、「数学化」を数学科授業において実現することによって期待できる教育的価値と、「数学化」の実現に向けた課題を明らかにしたことである。主として H.Freudenthal らの「数学化」論を検討することにより、本研究における「数学化」の意味を、現実および数学自身を対象とした「数学的観点からの整理」と規定した。また、「数学化」を実現することで期待できる教育的価値として、数学的な考え方を育成する場を実現すること、数学を活用する能力・態度を育成する場を実現すること、“「数学化」こそが数学である”という数学観を持つことで数学を学ぶ意義の実感を促せることを挙げた。一方で、「数学化」を実現する授業実践を導く理論が十分に検討・共有されてきていないこと、および「数学化」を実現するにあたって長期的な視野に立つ実践的研究が行われていないことを課題として挙げた。

第二の成果は、「数学化」を実現する授業設計のための具体的な指針を得て、「数学化」を実現するための授業設計の枠組みを構築したことである。その際、H.Freudenthalの数学教育論を根幹におく取組であるRMEの理論を検討対象とした。RMEモデル論の検討を通して、生徒の自力解決活動のモデル(model-of)が、新たな問題を解決し、生徒たちにとって新たな数学を創出するためのモデル(model-for)へと転換するという過程が、単元を通じた授業設計を一貫する具体的な指針となることを見出した。

第三の成果は、指導内容として焦点をあてた単元「数列」において「数学化」に関する生徒の実態を明らかにし、そのことを通して数学科授業において「数学化」を実現していくための示唆が得られたことである。単元「数列」における「数学化」に関する実態として、漸化式の創出、階差数列と一般項の関係の創出、漸化式から一般項を直接的に求める手法の創出について分析・考察を行った。例として階差数列と一般項の関係の創出については次の生徒の実態が明らかになった。それは、階差数列が等差数列であることを認識しておきながら対象の数列に対して等差数列の一般項を誤用する生徒が複数出現し、誤用した生徒はその後に階差数列と一般項の関係を適用できるようになる一方で、その関係が明示されたにも関わらず新たに等差数列の一般項を誤用する生徒が出現することである。しかし、等差数列の一般項が利用できない状況で、それをまるでmodel-forであるかのように用いることで、結果的に自力探究活動が誘発され、そこで誤りに気づき、階差数列と一般項の関係を創出した事例を見出せた。そしてこの例のように、model-ofからmodel-forへ転換する過程には、model-forとして適切な範囲を超えた状況において、model-forであるかのように用いられる状態があり、その状態を経て真のmodel-forへと転換する場合があることを突き止めた。本研究ではmodel-ofからmodel-forへ転換する過程におけるこの状態を“擬似model-for”と名付けた。model-ofからmodel-forへの転換過程に“擬似model-for”の状態が存在し、それが転換を促す役割を果たすという知見はRMEモデル論では述べられていないものである。“擬似model-for”は生徒の活動の理解や記述に役立つことはもちろん、その状態を想定しておくことで、「数学化」を実現するための授業設計やその実践に積極的に活かすことが可能である。

第四の成果は、単元「数列」において「数学化」を実現することで、単元「数列」で学習することの価値が生徒に実感されたことである。まず、漸化式（と初項）さえあれば、数値計算によって得られる数値やそのグラフ化によって大域的变化を把握でき、任意の項も求めることができるという、漸化式に定式化して数値計算を行っていくことの価値の実感が確認される。次に、漸化式すなわち局所的变化がわかっている状態から一般項すなわち大域的变化を把握できるという、漸化式から一般項を直接的に求める手法の価値の実感が確認される。そして、隣接二項間の差に着目することによって、局所的变化を調べることから数列全体という大域的变化を把握することができるという、隣接二項間の差に着目することの「変化を分析する方法」としての価値の実感が確認される。さらには、単元「数列」全体を通して、事象を考察するための手段としての価値を実感していることが確認される。

第五の成果は、本研究で設計・実践した単元「数列」が、我が国のカリキュラムに位置づけられている単元「数列」の指導のための理論として用いることが可能になることである。本研究で設計した6つの小単元における生徒たちの実態を明らかにすることによって、「こうした事象をこ

ういう配列で課すと、こういう反応が見られる」という、実証的な先見的知見が得られた。これらの知見は、他の学校、他の生徒たちを対象として「数学化」を志向した単元「数列」を指導する際に、生徒の実態の一端として参考にできるものであると考える。

今後の課題は、他の指導内容に焦点をあてた「数学化」を実現し生徒の実態を明らかにしていくことと、「数学化」を実現してその実態を記述するための理論的検討を深め、数学を創る授業とはどういう授業であるのかを常に探究していくことである。