

氏 名 : 小岩 大  
専攻分野の名称 : 博士 (教育学)  
学位記番号 : 博甲第 271 号  
学位授与年月日 : 平成 28 年 3 月 15 日  
学位授与の要件 : 学位規則第 4 条第 1 項該当 課程博士  
学位論文名 : 学校数学における変数の理解に関する研究—文字式の大小比較問題の解決に焦点を当てて—  
論文審査委員 : (主査) 教授 藤井 斉亮  
(副査) 教授 道工 勇 教授 石田 淳一  
教授 岸 学 教授 中村 光一

## 学位論文要旨

文字や文字式に関する理解の困難性は、国内外を問わず、多くの実態調査において指摘され、その指導改善は数学教育研究において伝統的に課題とされてきた。しかし、こうした困難性を踏まえた文字や文字式の指導指針は、依然として明示されていない。この一因として、文字や文字式の理解の中核ともいえる変数の理解の実態が十分に明らかにされていないことが挙げられる。実際、変数の理解に特化し、その実態を詳細に検討した先行研究は、管見の限り、Küchemann(1981)と鳴海文彦(2012)以外には見当たらず、指導改善には種々の観点から変数の理解の実態を検討していく必要がある。そこで、本研究の目的は、変数の理解に特化した実態調査を通して、変数に関する生徒の理解の実態を明らかにすることとした。

この目的に対し、3つの研究課題を設定した。第一に、学校数学における変数の意味を整理し、変数の視点からみた文字式の特徴を明らかにする。第二に、変数の理解に関する先行研究の成果と課題を確認し、取り組むべき研究課題と変数の理解を捉える視点を明らかにする。第三に、中学生を対象とした実態調査を展開し、変数に関する生徒の理解の実態を明らかにするとともに、変数、文字や文字式の指導への示唆を考察する。

第一、第二の課題は、先行研究や教科書等の文献解釈を中心とした理論的考察を研究方法とし、第三の課題は、質問紙による実態調査に基づく実証的考察を研究方法とした。結果、以下の成果が得られた。

第一の成果は、変数の理解に関する先行研究の成果と課題、及び変数の理解を捉える視点を明らかにしたことである。先行研究の成果として、Küchemann により変数の理解の指標として第二次関係が提示されたこと、その第二次関係は解決において多様な形で表出しうること(鳴海文彦, 2012)が確認された。一方、課題として、変数の理解に特化した研究が少なく、その背景として変数の理解の実態を顕在化させる調査問題が Küchemann の文字式の大小比較問題(以下、大小比較問題)以外に開発されていないことを指摘した。また、その大小比較問題についても生徒の実態が十分に検討されていないことを指摘した。次に、変数の理解を捉える視点について、第二次関係が「式の値の捉え方」に着目した変数の理解の特徴づけであるのに対し、「文字の理解」

あるいは「文字式の理解」にも焦点を当てる必要性を述べ、その具体的な視点として「代入」と「式操作」に着目することを示した。「代入」と「式操作」は、Küchemannとは異なる新たな分析の視点であり、本研究独自の視点である。

第二の成果は、変数に関する生徒の理解の実態の一端を明らかにしたことである。具体的には、以下の4点が明らかになった。

- ① 大小比較問題に対する中学生の主たる解決方法は代入であること、また Küchemann の調査では報告されていない方程式やグラフ、式変形といった「式操作」による解決も特定された。
- ② 代入の様相を視覚的に顕在化させる方法として数直線図を開発した。数直線図を用いた分析の結果、「対称型」「境界集中型」「単調増減型」といった特徴的な代入の型を特定した。また、整数や有理数といった文字の背後に想定している数概念の実態も特定した。
- ③ 変数の理解を、数学的概念の二側面、可変性と特定性を視点に「漠然として可変性」「部分的に構造化された可変性」「構造化された可変性」「凝縮化された可変性」の4つの水準で特徴づけた。これは、Küchemann の第二次関係で特徴付けられる理解を精緻化したものであり、「式の値の捉え方」に着目した Küchemann とは異なる視点「文字の理解」「文字式の理解」から分析し、それらの実態を総合的に捉え、変数の理解を特徴付けた成果といえる。
- ④ 2つの式の値が等しくなる境界の特定を契機に、高次変数の理解が表出する様相が特定された。このことは、変数の理解を深める上で、特定の値に着目させ、特定性を強調することの重要性を示唆する。

第三の成果は、実態調査で得た知見に基づき、変数、文字や文字式の指導への示唆を得たことである。変数の理解を捉える視点「文字の理解」「式の値の捉え方」「文字式の理解」の各視点からの指導への示唆と代入に関する指導への示唆を具体的な教材に即して考察した。

今後の課題は主に次の2点である。第一に、実態調査をさらに発展させ、一層精緻に変数の理解の実態を明らかにすることである。特に、本研究の知見は大小比較問題に特化したものであるため、その一般化を図っていく必要がある。そのためには、変数の理解を顕在化させる調査問題の開発が重要な課題となる。第二に、明らかになった理解の実態とそれに基づく授業実践により、変数、文字や文字式の指導指針を実証的に構築していくことである。