審 査 結 果 の 要 旨

（１）研究の目的に意義や独創性があるか。

中等教育段階において、文字や文字式に関する理解の困難性は、国内外を問わず、多くの実態調査において指摘され、その改善が課題とされてきた。しかし、課題は依然として解決されていない。その一因として、文字や文字式の理解において、その中核ともいえる変数の理解の実態が十分に明らかにされていないことが挙げられる。変数の理解に特化した調査研究は少なく、調査問題の開発自体も難しいと言える。本研究は、変数の理解に特化した先行研究としてKüchemann(1981)と鳴海文彦(2012)の研究成果を精査した上で、調査問題及び方法を修正・開発し、変数の理解に関する生徒の実態を、生徒が文字式の大小比較の際に行う「代入」と「式操作」に着目して顕在化させることに成功し、学界において高く評価された。特に、「代入」の様相をとらえる表現方法を独自に開発して、その表現の背後にある変数の理解をとらえた点に意義と独創性を認めることができる。

（２）研究の方法は当該学問分野において妥当なものか。

本研究の課題は、第一に、学校数学における変数の意味を整理し、変数の視点から文字式の特徴を明らかにし、第二に、変数の理解に関する先行研究の成果と課題を精査し、第三に、中学生を対象とした実態調査を展開し、変数に関する生徒の理解の実態を明らかにするとともに、変数、文字や文字式の指導への示唆を明らかにすることである。これらの課題の解決のために、文字式と変数に関する文献解釈を中心とした理論的考察、および変数の理解の実態を顕在化させる実態調査に基づく実証的考察を研究方法として展開しており、数学教育分野において適切かつ妥当であると判断できる。

（３）研究資料やデータの収集と分析が適切になされているか。

文字式と変数の理解に関する理論的考察は、英国の Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS)プロジェクト及びそこで中心的役割を果たした Küchemann(1981)、さらにわが国の鳴海文彦(2012)の研究成果に焦点を当てて展開しているが、それらの先行研究を考察対象とすることは適切かつ妥当である。また、実態調査研究においては、生徒のワークシートに焦点を当てているが、生徒は紙面全体に詳細に考えを記述しており、豊かなデータが収集された。これらのデータは適切な対象であり、分析の視点も明確で分析が適切になされている。

（４）研究の考察と結論が妥当であり、学術的な水準に達しているか

本研究の成果として、以下が得られた。

① 変数の理解に関する先行研究を精査し、変数の理解の指標とされる「第二次関係」を「式の値」同士の関係だけでなく「代入」と「式操作」に具現化することを理論的に示した。

② 変数に関する生徒の理解の実態を明らかにしたこと。具体的には、以下の４点である。

・大小比較問題に対する中学生の主たる解決方法は代入であること、また Küchemann の調査では報告されていない式操作やグラフによる解決も特定された。

・代入の様相を視覚的に顕在化させる「数直線図」を開発し、それを用いた分析により、「対称型」「境界集中型」「単調増減型」といった特徴的な代入の型を特定した。また、整数や有理数といった文字の背後に生徒が想定している数概念の実態も特定した。

・変数の理解を、可変性と不変性を視点に「漠然とした可変性」「部分的に構造化された可変性」「構造化された可変性」「凝縮化された可変性」の４つの水準で特徴づけた。

・2 つの式の値が等しくなる境界の特定を契機に、高次な変数の理解が表出する様相が特定された。このことは、変数の理解を深める上で、不変な値に着目させ、不変性を強調することの重要性を示唆している。

③ 実態調査で得た知見に基づき、変数、文字や文字式の指導への示唆を得たことである。変数の理解を捉える視点「文字の理解」「式の値の捉え方」「文字式の理解」の各視点からの示唆と代入に関する指導への示唆を具体的な教材に基づいて考察した。

以上の考察と結論は、適切・妥当なものであり、数学教育学分野の学術論文として十分な水準に達していると認められる。

（５）取得学位にふさわしい意義や成果が認められるか

本論文が当該学問分野にとって重要な業績であることの証左の１つとして、本論文が以下３本の学術論文（査読有）を内包している点が挙げられる。すなわち、日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第 95 巻（2013、pp.145-152）、第 96 巻（2014、pp.49-56）及び第 97 巻（2015、pp.73-80）に掲載された単著論文である。本学位請求論文の内容は、数学教育学界から生徒の変数の理解と指導について重要な知見をもたらすものであると高く評価されている。

以上の学位論文審査基準（１）～（５）について、審査会では、上述のように評価・判定し、本博士学位請求論文は、東京学芸大学大学院連合学校教育学研究科の課程博士（教育学）の学位に相応しいとの結論に至り、審査委員の全会一致で合格と判定した。