氏　　　名	:	成田 慎之介
専攻分野の名称	:	博士（教育学）
学位記番号	:	博甲第２８３号
学位授与年月日	:	平成２８年９月２７日
学位授与の要件	:	学位規則第４条第１項該当　課程博士
学位論文名	:	『数学 第一類』の問いの系列にみる極限および微分積分の観念に関する研究
論文審査委員	:	（主査）　教授　藤井　斉亮 （副査）　教授　道工　　勇　　教授　石田　淳一 教授　上淵　　寿　　教授　中村　光一

学位論文要旨

昭和 17 年の教授要目に沿って編纂された『数学 第一類』という教科書は，数学をつくることを志向した教科書として評価されている．しかし，使用された期間が昭和 18 年，19 年の 2 年間という短い期間であったため，その実態はらかにされていない．そのため，当時の数学教育に関する数学教育史研究や，教材内容や問いの構成を詳細に分析した研究がなされている．その結果，『数学 第一類』には一連の問いの系列があり，それらを解決していくことによって新たな数学的知識や手法を発展させていく構成になっていることが明らかにされてきている．しかし，『数学 第一類』で扱われている数学的内容について，未だ研究対象とされていないものが多くある．また，『数学 第一類』にみられる数学的観念そのものに焦点をあてた研究は管見の限り存在しない．数学をつくることを志向した教科書である『数学 第一類』には，数学的観念のどのような側面がみられるのか．それを明らかにすることは，現代の数学教育の進展のために必要な研究課題になり得る．そこで本研究では，極限と微分積分の観念に焦点をあてる．『数学 第一類』の問いの系列にみられる極限および微分積分の観念を捉え，極限および微分積分に関する『数学 第一類』の展開の特徴を明らかにすることが本研究の目的である．

この目的に対して，本研究では 3 つの研究課題を設定した．第一に，『数学 第一類』の編纂の経緯とその理念を明らかにすることである(第 1 章)．第二に，第一の課題解決を基に，本研究における『数学 第一類』の分析対象と方法を設定することである（第 2 章）．第三に，第二の課題において検討した対象と方法に基づいて，『数学 第一類』にみられる極限および微分積分の観念の側面を明らかにし，『数学 第一類』における極限と微分積分に関する展開の特徴を見出すことである(第 3，4 章)．そのために，『数学 第一類』の編纂に関する文献や先行研究を整理すると

いう方法，および『数学 第一類』と現行の数学Ⅱの教科書にみられる極限と微分積分の観念を比較するという方法をとった．その結果，以下の成果を得ることができた．

第一に，『数学 第一類』の編纂の背景と理念を明らかにしたことである．『数学 第一類』の編纂に至った背景には,『尋常小学算術』という小学校段階での教科書の影響があることがわかった．『尋常小学算術』は，従来の知識注入型の教育を排し，子どもが自ら数学をつくることを志向して編纂された．それを使用した子どもたちが中学校に入るにあたり，中学校数学の教科書も変更する必要性が出てきたのである．従って，『数学 第一類』は『尋常小学算術』の理念を継承した形で編纂されており，数理を生徒自らが発見することを志向していることを明らかにした．

第二に，『数学 第一類』の分析対象とその方法を設定した．『尋常小学算術』と『数学 第一類』の極限と微分積分に関する教材内容を概観し，分析対象を特定した．また，問いの系列に基づいて各問いにおける数学的活動を顕在化すること，それに基づいて『数学 第一類』と現行の数学Ⅱの教科書にみられる極限と微分積分の観念の側面を比較するという方法をとることを設定した．

第三に，『数学 第一類』の問いの系列と現行の数学Ⅱの教科書にみられる極限観念の側面を明らかにした．『尋常小学算術』および『数学 第一類』において，極限観念の素地を養っていることを明らかにしたうえで,『数学 第一類』では，極限値の存在，ある値に限りなく近づくが達し得ないという極限観念の側面がみられることを特定した．それに対して，現行の数学Ⅱの教科書では，ある値に限りなく近づくという側面のみであることを特定した．その結果に基づいて,『数学 第一類』では，図形の面積を区分求積法を用いて求める際に，近似している図形と求めたい図形との面積の誤差に着目させることによって，等分数と誤差の関数関係を顕在化しているという特徴を見出した．そうすることによって，収束する数列と極限値とを明確に区別し，どんなに自然数 n を大きくしても収束する数列が極限値と一致することはないが, どこまでも近づけることができるということを扱うことができるのである．

第四に，『数学 第一類』の問いの系列と現行の数学Ⅱの教科書にみられる微分積分の観念の側面を明らかにし，『数学 第一類』の微分積分に関する展開を特徴づけたことである．『数学 第一類』では，割線から接線への極限，区分求積の極限，導関数および原始関数の関数としての側面，導関数と原始関数の幾何学的関係，増加率の極限としての導関数，和の極限としての定積分，定積分は不定積分の差によって求めることができるという側面がみられることを特定した．それに対して，現行の数学Ⅱの教科書では，割線から接線への極限，増加率の極限としての導関数，不定積分の差としての定積分，定積分によって面積を求めることができるという側面を扱っていることを特定した．その結果に基づいて,『数学 第一類』では，極限を用いて事象を考察，処理す

る過程において，幾何学的，代数的な側面の両面から微分積分の観念にアプローチすることによって，微分と積分の理論を構築するような展開になっていることを見出した．また，導関数と原始関数の幾何学的関係を扱うことによって，微分と積分が逆の関係にあることを幾何学的に解釈することができると同時に，微分積分学の基本定理を生徒に自ら発見させることができるような展開となっているという特徴を見出した．

今後の課題は，本研究において分析した『数学 第一類』の極限と微分積分に関する展開の特徴を基に，極限と微分積分の内容を再構成し，実践することによって，より良い極限と微分積分の学習指導について考究することである．