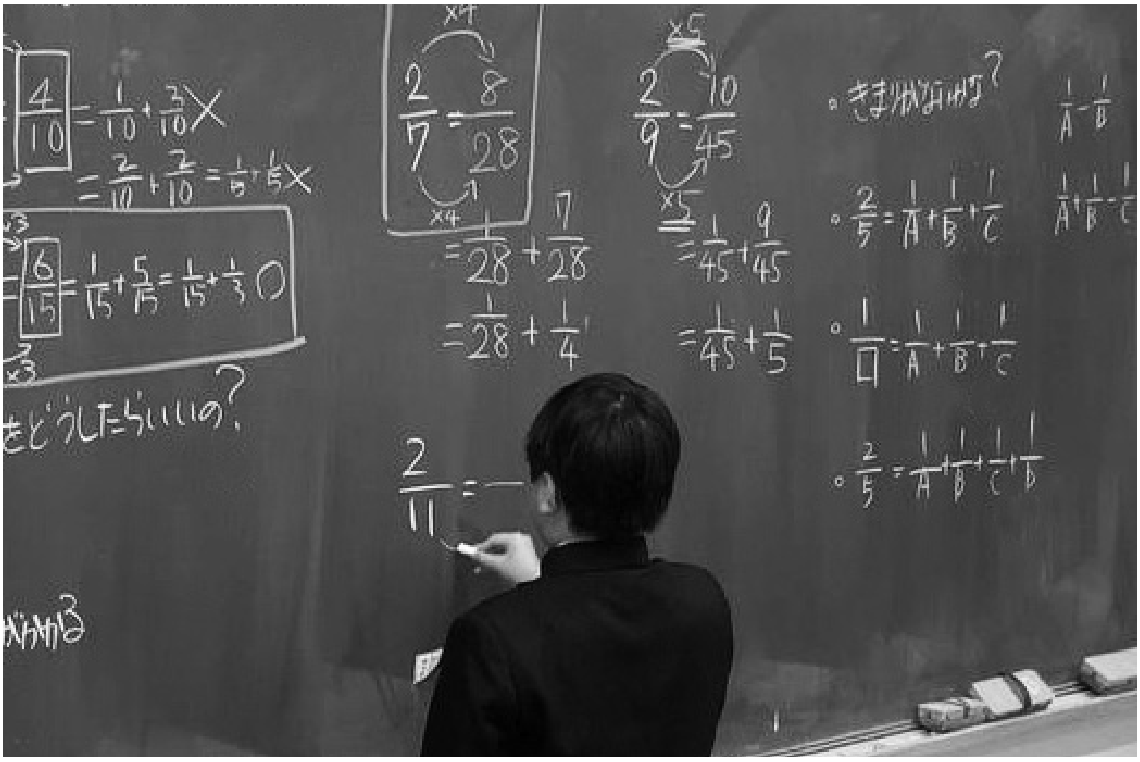
算　数

多様な関わりの中で数学的活動を行い学びを創る子

―「他者に間違いなく伝える（exact）」を視点に―



算数科
多様な関わりの中で数学的活動を行い学びを創る子
―「他者に間違いなく伝える（exact）」を視点に―

尾形祐樹　池田裕彰　小林稜

算数部では、数学的活動を通して、学びを創る子の育成を目指している。「学びを創る」といったとき、どのようなプロセスを経て創られたのか、既知の知識とどのように関連づけられたのか、ということを重視したい。プロセスの質や関連づけ方の新しさによって、創られた学びの質も決まると考えるためである。数学的活動は個人で行う場合もあるが、友達と行ったり、何かものを媒介にして行ったりする場合もある。様々な関わりの中で、学びを創るプロセスが洗練されていくと考える。算数部では、このように個人の活動、誰かとの活動、何かとの活動といった多様な関わりの中で数学的活動を行い、学びを創り上げることを目指していく。

算

数

１．算数科の研究テーマ

これまで算数部では、子供自身が数学的活動を行うことを子供が「学びを創る」姿と捉え、一斉授業に限定されない学習プロセスの在り方について考えてきた。教科の本質Ⅰとして挙げていた数学的な見方を顕在化させ、それをもとにして、個別学習を通じて数学的な見方を統合したり発展的に考えたりしながら多くの子供が数学的活動を行う姿が見られた。これは、小学校学習指導要領解説算数編でも記述される算数科の目標の一つである「基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的に考察する力」（文部科学省，2017a，p.26）を発揮した姿ともいえる。

その一方で、「簡潔・明瞭・的確」といった観点で、単元で働かせたい数学的な見方・考え方を授業者が明確にした上で、それをどのように子供とともに顕在化させていくのか、ということについては課題が残った。「簡潔・明瞭・的確」という観点は、小学校学習指導要領解説算数編で記述される算数科の目標において、「数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力」（文部科学省，2017a，p.26）のように、育成する資質・能力の一つとして挙げられている。これまでに見られた課題は、現行の学習指導要領でも求められている資質・能力の育成にも関わってくる課題である。

これらの統合的・発展的に考察することや、「簡潔、明瞭、的確」といった観点は、日本の数学教育で重視されてきたことである。中島（1982/2015）は、算数・数学において創造的な活動が重視されてきたことを述べ、それを引き起こす原動力として、簡潔、明確、統合といった観点が考えられることを指摘している。また、和田（1997）は、数学は 3 つの視点でするものだとしている。それが、「simple（記述、その他が非常に単純であることで、構造なども simple を求めていけばでる。）clear（曖昧なところがなく、かげもない）exact（他人に間違いなく伝達できることで、日本人に欠けているところである。）」（p.122）である。

算数部では、課題としていた「簡潔・明瞭・的確」という観点について、“simple、clear、exact” という和田（1997）の視点で捉えることとした。simple という言葉には、簡潔や単純という意味が込められる。clear には、曖昧なところがない、はっきりしている、という意味が込められる。これら２つは簡潔という言葉や明確、明瞭という言葉でもよいだろう。ただ、exact という言葉は、的確という言葉だけでは表せない、間違いなく伝達できる、という他者を想定した意味が込められている。

昨年度の研究では、「自ら」数学的活動を遂行することに主眼をおいてきた。しかし、数学的活動は個人でする場合だけでなく、友達などの他者とともに数学的活動を行ったり、何かものを媒介として数学的活動を行ったりすることも

ある。よって、それらすべての場合を含む形で、「多様な関わりの中で」数学的活動を行うとする。その関わりの中で、特に「exact」に焦点化し、自分の考えが確実に他者に伝わるようなプロセスを実現したい。多様な他者との関わりの中で学ぶ際、間違いなく伝わるということは重要と考えるためである。これによって、質の高い学びのプロセスを創ることができると考える。

以上より、算数科でねらう「学びを創る」は、「多様な関わりの中で数学的活動を行い学びを創る」とした。創り上げられたこと以上に、創り上げられるまでのプロセスを重視し、その質を高めていくことを追究していく。

２．全体研究テーマとの関連・研究の重点

（1）算数科の本質の吟味

全体研究テーマを受けて、算数科の本質の二側面を以下のように整理した。

本質Ⅰ（教科等の個別知識・技能を統合・包括する鍵概念）	本質Ⅱ（その教科等ならではの認識・表現の方法）
数学的概念＞図形概念、数概念、量概念など＞概念に着目する視点	数学的活動の遂行＞事象を数学的に捉える・数学的に表現された問題を解決する・得られた結果について考察する＞視点のよさを感得する観点：統合、発展、“simple、clear、 exact”

① 教科の本質Ⅰ（個別知識・技能を統合・包括する鍵概念）

算数科では、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成することが目指されている。数学的に考える資質・能力として、算数・数学の中で鍵となる概念の理解が重要であると考える。本研究では、算数・数学で鍵となる概念である数学的概念を教科の本質Ⅰとして、研究を進めていく。数学的概念は、図形概念、数概念、量概念などを包括した概念として捉える。そして、それらの概念に着目する視点をさらに下位概念とした。

例として、数学的概念の中の図形概念について考えてみる。図形概念は、対象概念や関係概念、操作概念などを含む（狭間，2006）。このうち、対象概念に焦点をあてて、教科の本質Ⅰについて考える。

いくつかの具体的な四角形を観察すると、四角形に固有の特徴として、四本の直線があること、四本の直線で囲まれていることを共通点として見いだすことができる。さらに、２つの頂点を結んだ直線を辺として捉えたり、辺と辺が交わった交点を頂点として捉えたりするなど構成要素に着目して、四角形の概念を理解していく。このときの「四角形」や「直線」「辺」など図形そのものが、図形概念（対象概念）にあたる。そして、「四角形」について、辺や角など構成要素に着目することが、概念に着目する視点にあたる。

上記では、図形概念について述べたが、扱う内容によって、理解する対象となる数学的概念は異なり、それに伴って概念に着目する視点も変わってくる。

②教科の本質Ⅱ（その教科等ならではの認識・表現の方法）

教科の本質Ⅰにあたる数学的概念は、数学的活動を遂行することで理解されていくと考える。よって、理解の方法にあたる数学的活動の遂行を教科の本質Ⅱとした。数学的活動について、小学校学習指導要領解説算数編では、「数学的活動とは、事象を数理的に捉えて、算数の問題を見いだし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行することである。数学的活動においては、単に問題を解決することのみならず、問題解決の過程や結果を振り返って、得られた結果を捉え直したり、新たな問題を見いだしたりして、統合的・発展的に考察を進めていくことが大切である。」（文部科学省，2017a，p.23）と記述されている。この記述を参考に、数学的活動の遂行に必要なプロセスとして、「事象を数学的に捉える」「数学的に表現された問題を解決する」「得られた結果について考察する」という

プロセスを抽出した。

しかし、ただ単にこれらのプロセスをたどればよいのではない。先ほどの解説の引用にもあったように、統合的・発展的に考察を進めていくことや、第１章でも述べた“ simple、clear、exact”といった観点に着目することも重視される。これらの観点は、数学的活動を遂行し、数学的概念やそれに着目する視点のよさを感得することにつながる。

教科の本質Ⅱについて、小学校第３学年における「□を使った式」の単元を例に考える。おつかいでペットボトルが何本買えるのか、という生活場面の問題から、1000 円で 165 円のペットボトルが何本分買えるかという算数として考える問題が捉えられる（「事象を数学的に捉える」）。そして、その問題について既習事項を生かして解決する（「数学的に表現された問題を解決する」）。得られた結果から生活場面の問題としてどう解釈できるのか考察する（「得られた結果について考察する」）。このプロセスの中で、例えば、□を使った式（165×□）で表すと、本数と代金の関係を簡潔にはっきり捉えられたり（simple、clear）、自分の解決過程を他者にわかるように伝えたり（exact）する。

教科の本質Ⅱとしては、視点のよさを感得する観点として、統合、発展、“simple、clear、 exact”を提示しているが、第１章で述べたように、特に、他者に間違いなく伝える（exact）を教科の本質Ⅱの重点とし、本研究の副主題とする。

③教科の本質Ⅰと本質Ⅱの関係

狭間（2006）は、概念形成について、「概念形成によってつくり上げられた概念は概念達成によって明確にされ、再び概念形成により、前より洗練された概念がつくり上げられるように、概念形成と概念達成は相互に繰り返されることになり、その両方が必要になると考えられる。」（p.104）と述べている。狭間（2006）の概念形成の過程を参考にすると、数学的活動の遂行が繰り返されることで、数学的概念が徐々に洗練されていくと捉えられる。

すなわち、教科の本質Ⅰで述べた数学的概念は、教科の本質Ⅱで述べた数学的活動の遂行によって、前より洗練された数学的概念となる。そして、再び数学的活動を遂行することにより、さらに洗練された数学的概念となる。また、この数学的活動の遂行においては、他者に間違いなく伝達する（exact）ことが、様々な場面で働いている。

以上で述べた教科の本質Ⅰと本質Ⅱの関係を図示したものが図１である。この作成にあたっては、探究過程の様子を表した、総合的な学習の時間の探究的な学習過程の図を参考とした（文部科学省, 2017b）。

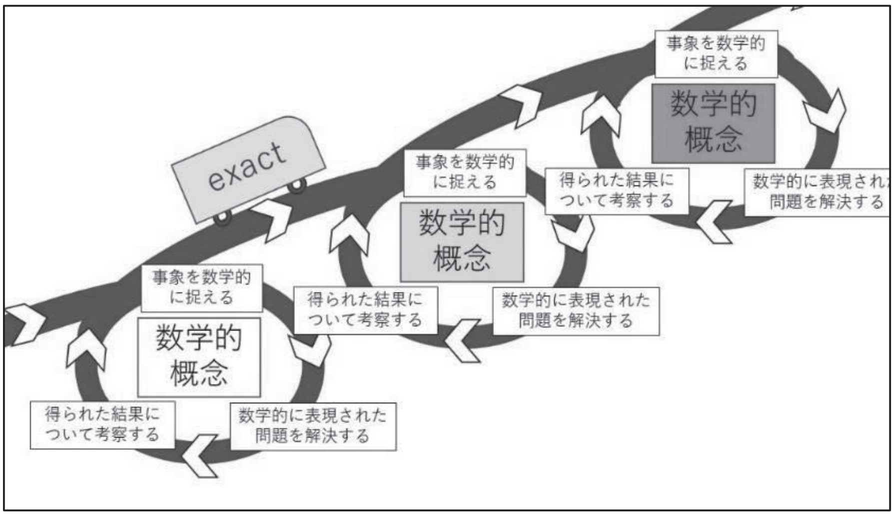


図１ 算数の教科の本質Ⅰと本質Ⅱの関係

⑵ 省察的課題への支援の整理

①本質的かつ個別的な問題設定

数学的活動を遂行する上で、児童が問題意識をもつことは重要なことと考える。問題も教師が与えるよりは、子供の必要性から生み出されるようになっていくことが望ましい。そうなるには、教師の働きかけが重要である。教師が何に着目したかを問うたり、価値付けしたりするといった支援をすることで数学的活動を遂行するための視点を顕在化し、児童が次の問題解決に生かせるようにしていく。

そのときの視点に 統合、発展、“simple、clear、exact”があると考える。これらをもとに数学的活動を遂行する授

算
数

業を日々行っていくことが大切である。これらの視点は一朝一夕で身に付くものでなく、日々の積み重ねにより育まれるものである。例えば、「ひき算のひっさん」の単元を例にしても、答えを出すことや答えの正誤のみを大事にした授業を日々行っていれば、図に表して説明するといった行為も単に面倒な作業となってしまう。図に表すことで数量の関係が simple に表せ、筆算での操作の意味がより clear になる。また図に表すことで友達にも exact に伝えることができる。

このように統合、発展、“simple、clear、exact”の視点を大切にした授業の積み重ねが個別的な課題設定につながっていくと考える。これによって、「この前学習した見方は使えるかな」、「もっとすっきり表現できないかな」、「相手に分かるように伝えたい」といった課題を子供がもつことに繋がるからである。

②多様な解決過程を支援する学習環境

算数における「多様な解決」とは、一つの問題に対する答えの導き方の多様さだけではないと考える。例を挙げると、台形の面積を求める際には、三角形 2 つに分ける方法や、倍積変形して平行四辺形に直す方法などが考えられる。一方で、「この考え方を使って面積が求められる図形はあるか」、「一般化して公式にできないか」といった興味は子供一人一人によって異なるであろう。

このように、答えの導き方の多様さや子供が次に何を考えようとするかという問題の方向性も含めて、「多様な解決」と捉えることとする。そして、その「多様な解決」を支援するために単元計画、学習形態なども工夫しながら、子供一人一人が数学的活動を行えるようにするための学習環境をデザインしていく。

③解決過程への批判的な振り返り

解決過程への振り返りは、解き方や結果を批判的に検討しながら、よりよい数学的活動を遂行することを意識させるものでもある。そのためには、数学的活動のプロセスを対象に振り返りをすることが必要である。また、統合、発展、“simple、 clear、exact”という観点にも着目させる。このように数学的活動のプロセスやそのプロセスを遂行する原動力となる観点を重視することで、子供一人一人が批判的な振り返りができる学習を目指す。

３．成果と課題

(1)研究の成果

「事象を数学的に捉える」「数学的に表現された問題を解決する」プロセスにおいて成果が見られた。具体的には、既習と結び付けることによって、理由をはっきりさせたいという子供の姿を引き出せたこと、多様な解決過程を関連づけることによって、より洗練された数学的概念を共有できたこと、試行錯誤の場を与えたことで、個人の関心から生まれた問いを共有する場合でも、子供がプロセスを語りながら共有したことである。これらは、他者に間違いなく伝えようとする、共有しようとする、まさに「exact」するような姿である。

(2)今後の課題

全体として「得られた結果について考察する」ことにおいて課題が見られた。具体的は、考察したことを自覚するための批判的な振り返りや、異なる問題を考えている他者への共有である。これらは数学的活動を繰り返すために解決しなければならない課題である。

【参考・引用文献】

文部科学省（2017a）．小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説算数編．日本文教出版．
文部科学省（2017b）．小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説総合的な学習の時間編．日本文教出版．
中島健三（2015）．算数・数学教育と数学的な考え方：その進展のための考察（復刻版）．東洋館出版社．（原著出版 1982 年）
和田義信（1997）．和田義信著作・講演集７講演集（5）学習指導と評価．東洋館出版社．
狭間節子（2006）．第４章　図形．新編　算数科教育研究．学芸図書株式会社．pp.99－123．

新しい場面と既習をつなげ数学的概念を豊かにする授業

ー第２学年「ひき算のひっ算」を通してー

池田　裕彰

Ｉ．実践のポイント

算数科教科理論で目指す「多様な関わりの中で数学的活動を行い学びを創る子―「他者に間違いなく伝える（exact)」を視点に―」の育成に向け、児童が算数の本質を味わう授業とはどのような授業だろうか。中島(2015)は、「創造的な指導」(p70)を「算数や数学で,子どもにとって新しい内容を指導しようとする際に,教師が既成のものを一方的に与えるのではなく,子どもが自分で必要を感じ,自らの課題として新しいことを考え出すように,教師が適切な発問や助言を通して仕向け,結果において,どの子どもも,いかにも自分で考え出したかのような感激をもつことができるようにする」(p70)とした上で、その重要性述べている。この「創造的な指導」は、一人一人の児童が数学的活動を行う上で重要であり、本校の算数部の研究テーマ「学びを創る子」と直結するものだと考える。

第一学年では、ひき算が適用できる場面を学習するが、第２学年では、テープ図を使い、これまでのひき算が適用できる場面を捉え直すこととなる。本実践においては、求残の場面をテープ図で表し、ひき算の場面であると判断してきた子供たちが、求差の場面においても simple、clear、exact といった視点をもとに図などを使って表すことで、これまでと同じ部分を見いだし、数量の関係を把握するという概念を豊かにしていく授業を目指す。

２．研究テーマとの関連

（I）本単元で味わう科の本質

教科理論を受けて、本単元における本質を以下のように整理した。

①本質Ｉ(個別知識・技能を統合・包括する鍵概念)

算数科の教科理論では、「数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成することが目指されている。数学的に考える資質・能力として、算数・数学の中で鍵となる概念の理解が重要であると考える。本研究では、算数・数学で鍵となる概念である数学的概念を教科の本質Ｉとして、研究を進めていく。数学的概念は、図形概念、数概念、量概念などを包括した概念として捉える。」としている。

小学校学習指導要領説算数編（文部科学省 2017）では、「A 数と計算」における数学的な見方・考え方として「数の表し方の仕組み，数量の関係や問題場面の数量の関係などに着目して捉え，根拠を基に筋道を立てて考えたり，統合的・発展的に考えたりすること」(p42)として数学的な見方・考え方が示されている。

以上を踏まえ、本単元における「鍵となる概念」は、「数量の関係」であると考えた。問題場面で示される数量がどのような関係にあるのかを既習事項と関連付け、図を用いながら把握できるようにすることを本単元における本質Ｉと捉えている。

②本質Ⅱ(その教科等ならではの認識・表現の方法)

算数科の教科理論において、数学的活動をどのようなプロセスにしていくか考える上で、「学習、指導する内容によって、重視される固有の視点」があるとした上で、「数科における本質Ⅱは、 視点のよさを感得する観点統合・発展〞〝simple、clear、exact〞とした。」としている。

本単元において、求差の問題場面を考える際に、「問題場面を図などで分かりやすく考えられないか(simple)」、「これまで学習した約束通りに、ひき算の場面と捉えられるか（clear)」、「ひき算の場面である理由を相手に伝わるように説明できるか(exact)」といった観点で、数学的なプロセスを創る児童の姿を引き出したい。

求差の場面と既習の求残の場面の同じ部分を見いだす上で、児童にとって重要な手立てとなるのが、テープ図である。このテープ図を使って数量の関係を正しく把握し、求残と求差の場面をつなげ同じ部分を見いだし、数量の関係

を把握するという概念をより豊かなものにしていきたい。

（２）一人一人の子供が本質を味わう学びのプロセス(省察的課題への支援)

本単元における省察的課題についての支援は以下の通りである。

①本質的かつ個別的な課題設定

本単元では、これまでに着目してきた、演算決定の根拠を振り返りながら、問題の場面が変わっても「同じようにテープ図で説明できないか」、と一人一人が考えられるようにさせたい。その際、テープ図を用いて simple，clear，exact に考え、表現する姿を価値付けていく。

②多様な解決過程を支援する学習環境

多様な解決というのは、児童が０から新しい表現をつくり出すということではない。特に演算決定の根拠については定義が曖昧なままだと、それぞれが「減るから」、「なくなるから」などといった根拠を述べてもそれが根拠となるのか吟味ができない。テープ図を演算決定の約束として使える状態にすることで、根拠を明確に議論ができるようにする。

③解決過程への批判的な振り返り

本単元に関わらず、算数の学習では継続的に授業の最後に「大せつだったと思ったことやちゅうもくしたこと」を記入させている。これにより解決過程の批判的な振り返りを促したい。しかし、それは授業の最後だけに振り返りをするということではない、授業の中で機械を捉えて、「これまでの考えと何が共通しているか」、「みんなが共通して注目している点は何か」などと問いながら、こまめに振り返りを行い価値付けていく。こまめな振り返りと全体を通した大きな振り返りを継続的行う中で一人一人が解決過程への批判的な振り返りができるようにさせたい。

以上をもとに、本時における省察的課題についての支援を以下の表にまとめた。

	対象世界との関係 （認知的側面）	他者との関係 （社会的側面）	自己との関係 （情意的側面）
本質的かつ 個別的な課題設定	・演算決定の根拠 「simple，clear，exact」に解決、表現できるか	・演算決定の根拠 について考えたことをどうすれば「simple，clear，exact」に表現し、相手が納得できるように伝えられるか	既習の見方・考え方が新しい学習にも使えるという実感を伴った理解
多様な解決過程を支援する学習環境	テープ図を演算決定手段として考えられる状態にしておく	自由に話し合い、伝えあえる学級づくり 話し合う内容の明確化	それぞれの考えの関連が分かる構造的な板書
解決過程への批判的な振り返り	学習において自身が何に着目したかの継続的な振り返り	友達のどの考えが問題解決につながったか、自分の考えとどのように関連するかの振り返り	自身の考えが問題解決に与えた影響や価値の振り返り

３．実践の実際

単元名　ひき算のひっ算

（１）　目標

〇テープ図をもとに２位数の演算決定ができる。２位数の減法計算が１位数などの基本的な計算を基にしてできることを理解し、その計算が確実にできるとともに、その筆算の仕方について理解している。　（知識及び技能）

〇数量の関係に着目し、２位数の減法計算の仕方を、図や式などを用いて考え表現している。テープ図をもとに演算決定の根拠について考え表現している。　（思考力,判断力,表現力）

〇２位数の減法の筆算の仕方について、図や式などを用いて考えた過程や結果を振り返り、演算決定の根拠が明確に

なることや、位ごとに単位をそろえることで１位数などの基本的な計算で処理でききるよさに気付き、今後の学習に活用しようとしている。　（学びに向かう力,人間性等）

（２）単元の流れ　９時間

第一次　減法の場面をどうすればテープ図に表せるか考える・・・・・・・・・・・・・・・１時間

第二次　２位数－２位数・１位数の計算の仕方を考え、その筆算の仕方を理解する・・・・６時間

第三次　求差の場面をどのようにテープ図に表すか考える。・・・・・・・・・・・・・１時間(本時)

たしかめ算が成り立つ理由を考える中で加法と減法の相互関係について考える・・１時間

（３）実践の記録

(ⅰ) 演算決定の根拠としてのテープ図の役割の理解

児童は「たし算のひっ算」の学習において、テープ図をもとに数量の関係を把握し、演算決定の根拠とすることを学習している。本単元の第１時において、求残の場面を扱った際には、自然に子供から「テープ図に表せないか」という問いが生まれた(図１)。そして、〇を使った具体的な図をもとに、どのようなテープ図にしたら数量の関係を正しく把握できるかを考え、今後ひき算の根拠としてテープ図を用いることを約束した。

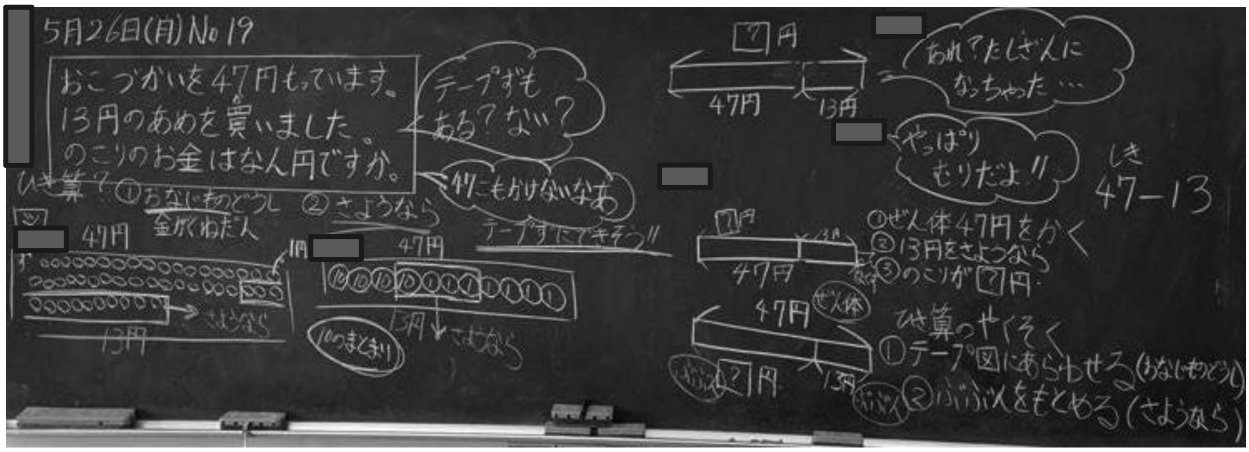


図１　第１時の板書

(ⅱ)本質的な問いをもとに追求する活動

第８時では、「いすとりゲームをします。子どもは７人います。いすは５きゃくありあます。すわれない人は何人ですか。」という求差の場面を扱った。これまでの求残と違い、問題場面に出てくる２量が同種のものでないことに気付き、図に表せるか考えることにした。

最初は、テープ図ではなく、より具体的な絵や図をもとに問題場面をどのように表せるか考えた(図２)。そこからテープ図に表した際に、単位をそろえると問題にある椅子の数がテープ図に表せず、問題通りの数量をそのままテープ図に表すと、単位が変わって、同種でないものの演算になってしまうことに気付き(図３)、どのように考えれば、これまでの求残と同じようにひき算の場面と捉えることができるかを考えた。

図２

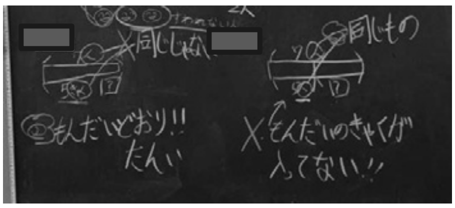


図３

本時では､｢問題場面をテープ図で分かりやすく表すことができないか(simple)｣､｢これまで学習した約束通りに、

テープ図に表し、ひき算の場面と捉えられるか（clear)」という子供の姿をみることができた。しかし　結局、本時では結論が出せず(図４)、次時に続きを考えることとした。

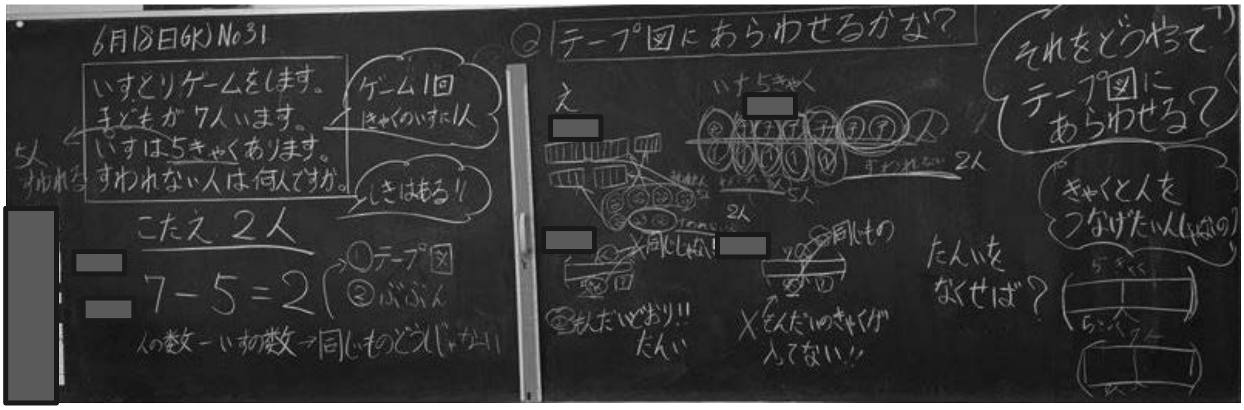


図４（第８時の板書）

次時では、改めて求差の場面は２量を比較する場面であることを確認し、式の意味を確認してから前時の続きを考えた。授業者としては、図５のような２列のテープになることを想定していたが、子供たちは、既習の１列のテープ図を使い、５人という量が、椅子の５客と対応していることが分かるような表現を付け加えていた(図６)。これは、「５人が何と関連する数量か分かりやすく説明する(exact)。」子供の姿であったと捉えている。

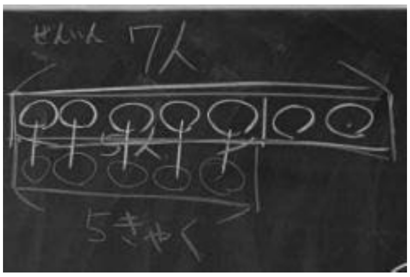


図５(授業者が想定していた２列のテープ図)

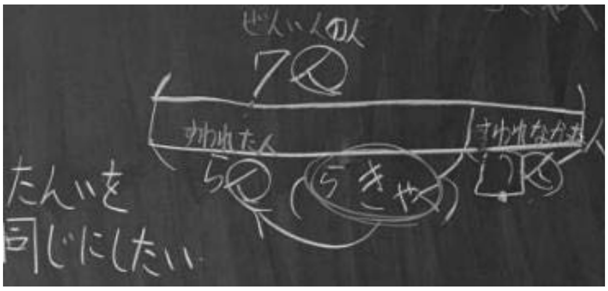


図６(子供が考えた１列のテープ図)

４．まとめ

「学びを創る」とは「一人一人の子供が、各教科等の本質的な学びを味わい、自らの学びを価値づけること」と定義されている。本実践では、「求差という新しい場面を既習であるテープ図に表せるか」、つまり「数量関係を正しく表した図にできるか」という本質的な課題設定のもと、simple，clear，exact という本質的な観点をもとに課題を解決する子供の姿を引き出すことができた。

一方で、「自らの学びを価値づける」ことに関しては課題が残った。問いをもつ部分についても、これまでの学習で問題場面をテープ図に表してきたことを生かせたことや、テープ図に表すと数量関係の把握がしやすくなることなど、子供たちは、活動していても十分に意識できていなかったように感じる。「どうしてその問いをもったの？」と問いかけたり、図に表す価値を考えたりする時間を設けたり、自らの学びを価値付ける機会を教師が意図的に設ける必要があると感じた。

【参考・引用文献】
文部科学省(2017)「小学校学習指導要領解説算数編」日本文教出版
中島健三(2015)「復刻版　算数・数学教育と数学的な考え方」東洋館出版社

多様な解決過程の関連づけによる数学的概念の学習

－第３学年「□を使った式」を通して－

小林　稜

１．実践のポイント

第３学年では、問題解決のために、未知の数量を□として、問題状況の数量関係を式表現することで、□に当てはまる数を求めることがねらわれている（文部科学省，2017）。例えば、「32 個のあめがある。いくつか買ったら 50 個になった。買ったあめはいくつだろうか。」という問題について考える。買った数あめの数を□ことすれば、32＋□＝50 という式に表現でき、ここから 50－32 という計算で□を求めることとなる。このような考え方をするとき、子供は□をただ一つの決まった数として認識するだろう。

しかし、□は第４学年から変数として扱われていき、□には様々な数が入ることを学習する。第３学年と第４学年の学習のつながりを考えたとき、第 3 学年において、□をただ一つの決まった数として認識するのではなく、□には様々な数が入りうるという認識をしておくことが必要と考える。ここに筆者の課題意識がある。すなわち、本実践では、第３学年の子供が、□には様々な数が入りうるということを認識することを目指す。

検定教科書では、例えば上述のような問題について、□に順番に数を入れていき（□が 16、17、18…のときを計算していき）、32＋18＝50 になることから、□は 18 になるという考え方が記述されている。この記述には、□には様々な数が入りうることを示す意図が読み取れる。しかし、そのような解決は 50－32 のように逆算で求める考え方と比べて手続きが多く、子供が自然とその解決をするとは考えにくい。教材を開発する際、□に様々な数を入れることが自然で、かつ必要となるように問題を設定しなければならない。

また、問題の状況を□を使って表す必要性も考慮すべきである。□を使って表したからこそ、問題を解決できた、という実感が、□を使った式のよさを引き立たせるだろう。

上記のことを踏まえた問題として、「1 本 165 円の大きめのペットボトルのお茶をいくつか買ってくるようにおつかいをたのまれた。1000 円をもって出かけたら、何本のペットボトルを買うことができるだろうか。」を考えた。この問題は、わり算を使うと、1000÷165 と表現できる。しかし、1000÷165 のような大きな数のわり算は未習であり、第 3 学年の子供はその除法を計算することができない。そこで□を使った乗法の式に表すことで解決することが考えられる。除法の立式ができないため、□を使わなくてはならないのである。

買うペットボトルの本数を□とすれば、165×□＝1000 と表現でき、□に数を入れて計算することで、答えを求めることができる。すると、165×6＝990 となり、6 本まで買うことができるとわかる。

さらに、この問題には「できるだけ多く買う」のような文言はないため、1 本買うでも答えになるし、もちろん 6 本買うでもよい。問題場面を考慮すれば、6 本買うと買って帰るときに重くなってしまうため、2 本買うという答えも考えられる。こういった状況と、165×□の答えが 1000 を超えない限り、ペットボトルを買うことができると判断できることを関連づけることで、□には様々な数が入りうることが認識されていくと考える。

２．研究テーマとの関連

（1）本単元で味わう算数科の本質

算数科では、教科の本質Ⅰの上位概念に数学的概念を置いている。また、その下位概念に図形概念、数概念、量概念などを置き、さらに下位概念として概念に着目する視点を置いた。本実践における教科の本質Ⅰは、□の概念である。□はただ一つの決まった数という見方から、□には様々な数が入りうるという見方への変容をねらっている。

また、教科の本質Ⅱは、数学的活動の遂行を上位概念に置いている。どのような活動によって、□の概念をつくり上げていくのかというプロセスを示している。まず与えられた問題を数学的に捉えるプロセスでは、1000 円で 165

円のペットボトルを何本買うことができるかについて、式や図に表現することで、数学の問題に捉え直すことができる。次に、その問題を解決する。ここでは、多様な考え方が予想される。□を使った解決だけではなく、それ以外のそれぞれのプロセスも同様に重視したい。それらが関連づけられることによって、□を使った式の理解も深まっていくと考えられるためである。解決過程の共有では、間違いなく伝わる（exact）ことを重視し、それに適する発問もする。そして、得られた結果について、問題場面に戻ってその答えを解釈する。ここでは、問題解決で見られた考え方から、結局何本買えるのかということを議論する。

（2）一人一人の子供が本質を味わう学びのプロセス(省察的課題への支援)

本質的かつ個別的な課題設定といったとき、授業の最初に提示される問題だけが、本質的かつ個別的な課題ではない。授業のいたるところで課題は生まれてくる。例えば、本実践では、提示された問題以外に、165×□からどのように考えていくか、問題の答えとしてふさわしいのは 6 本か、1 本から 6 本すべてか、というような課題が生まれてくることが予想される。教室で巻き起こる議論の中で、そういった課題のしっぽをいかにしてつかませていくのかを重視する。

多様な解決過程を支援する学習環境といったとき、ある固定の考えのみを教師の都合で取り上げていくことは、不適切である。多様な解決過程を生み出すために、答えがどうなるかを共有するのではなく、どのように考えたのかを共有する。また、本実践は□に対する理解の変容をねらっているが、だからといって□を使った式を用いることを強要しない。そのことが多様な解決過程の範囲を一気に狭める。自由に考えさせ、それらを共有する際に、関連づけていく発問をすることによって、□を使った式に徐々に焦点化するように展開する。

解決過程への批判的な振り返りといったとき、数学的な活動のプロセスを対象として振り返ることができているのかが重要である。プロセスを対象として振り返るためには、板書にプロセスが残っている必要がある。できあがった、つくられたものだけではなく、それらがどのように生まれたのかということも板書し、子供が自然と着目できるようにする。

３．実践の実際

（1）授業の概要

本時は、1時間では終了せず、最終的に3時間を要した。なお、前時で、わからない数を□を使って表すと、文章に合った式で表せること、逆算で□が求められること、□に入る数をいくつか試して入れて計算しても□が求められることを扱った。それに続くのが、本実践である。

第 1 時では、問題把握と自力解決、そして、ねりあげが行われた。ねりあげでは、初めに答えの確認がなされた。6 本、6 本あまり 10 円、とちゅう、という答えが共有された。続いて、6 本になった考え方が子供たちから発表されていった。Y 児は 1000 から 165 を引き、その答えから 165 を引き、またその答えから 165 を引き、ということを繰り返した。そして、10－165 ができない、もう引けない、となり、6 本とした。次に H 児が 1000÷165 という式を発表した。そして、H 児、O 児、M 児が 1000÷165 に対して異なる考えでその計算を試みる考えが発表された。M 児の考えの中には、165×□＝1000 という式が現れたが、□に数を入れて計算するという方法は採られなかった。S

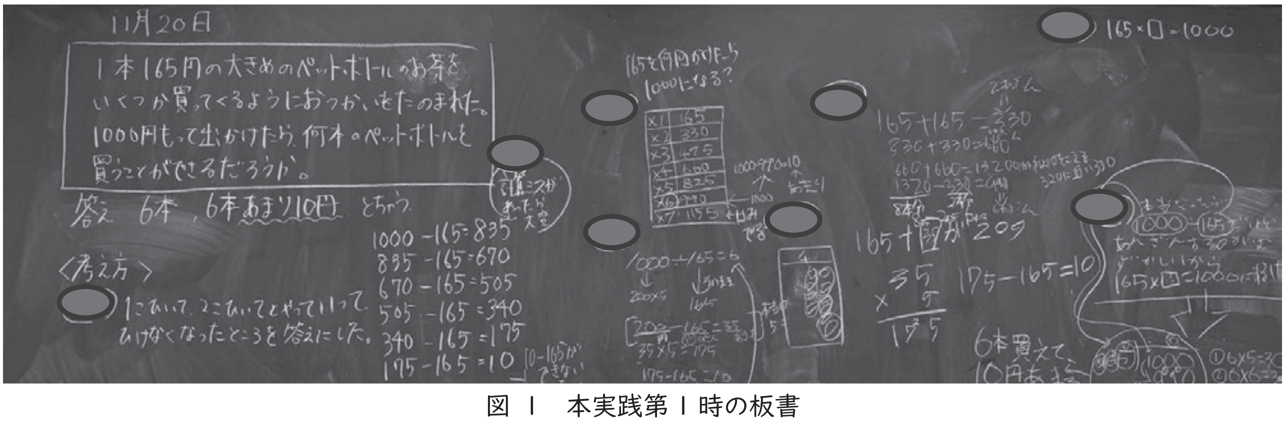


図 1　本実践第 1 時の板書

児もその□を使った式を考えたと発表した。その後、I 児が 165 を何回かけたら 1000 になるか考えたとして、それを整理した表を発表した。×7 のとき 1155 になり、1000 からはみ出るとし、答えを 6 本とした。T 児は、加法で考えた。165＋165＝330 となり、これが 2 本分とした。その後、330＋330＝660 でこれが 4 本分、660＋660＝1320 でこれが 8 本分と計算した。8 本分のとき 1000 を超えるとして、超えた分の 320 に近い 2 本分の 330 を、1320 から引いて、990 が 6 本分とした。全体を見渡して、165×□＝1000 と関係しそうな考えはどれかを教師が問うたところで、第 1 時は終了した。

第 2 時では、第 1 時の T 児だけが本数に着目していたことに気づかせ、他の子供の考えのどこに本数があるのかを考えるところから始めた。I 児のかけ算の表、Y 児のひき算の考え方、S 児の□の式に本数を見出せた。また、それとともにその本数分のねだんも同時に板書された。□の式については、□が何本のペットボトルを変えたのかの本数ということが共有され、1 本から 8 本のときの場合の式が、順序はバラバラであるが、板書され、ねだんも計算された。その後、問題の答えが 6 本でいいかどうかの議論へ移行した。すると、1 本から 6 本のどれでもよいという考え、と問題文の「いくつか」という言葉から 2 本から 6 本のどれでもよいという考え、6 本でないといけないという考えが共有された。議論は第 3 時に持ち越された。

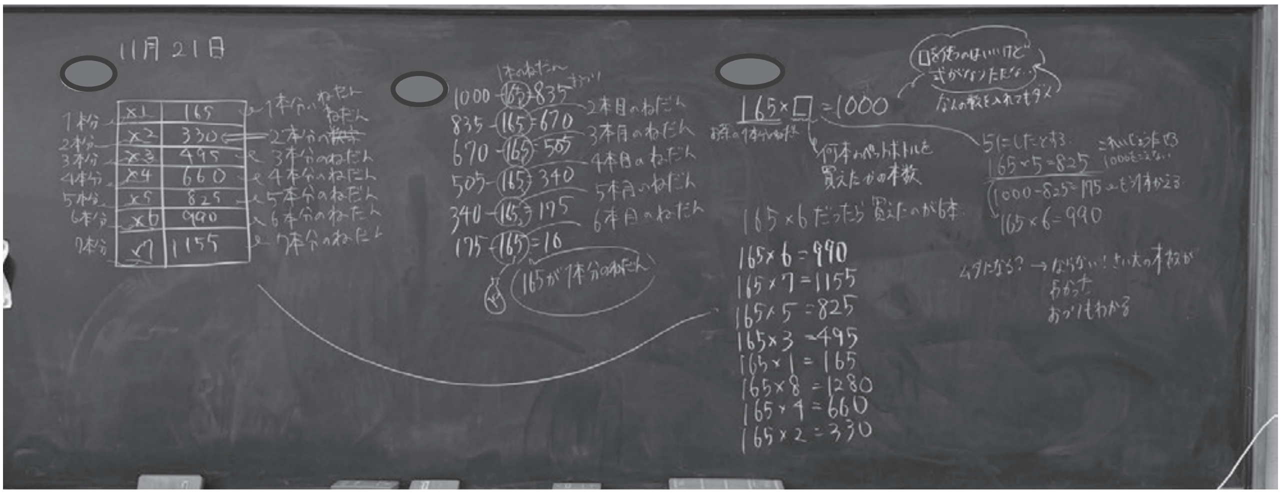


図 2　本実践第 2 時の板書

第 3 時では、3 パターンの問題の答えに対して、様々な考えが発表された。その中で、1 本、2 本、3 本、4 本、5 本、6 本、という答えと、6 本という答えの 2 つの考えに分かれていき、前者の答えがよいとした子供は 3 名で、その他の児童は後者の答えがよいとした。前時に考えた式から、1 本から 5 本のときもねだんが 1000 円以下であることから、買うことはできるが、答えとしてはふさわしくない、と考える児童が多数いた。問題文の状況から、できるだけたくさん買いたいと考えたようである。3 名は、その式から判断し、どれでもよいとしたようである。

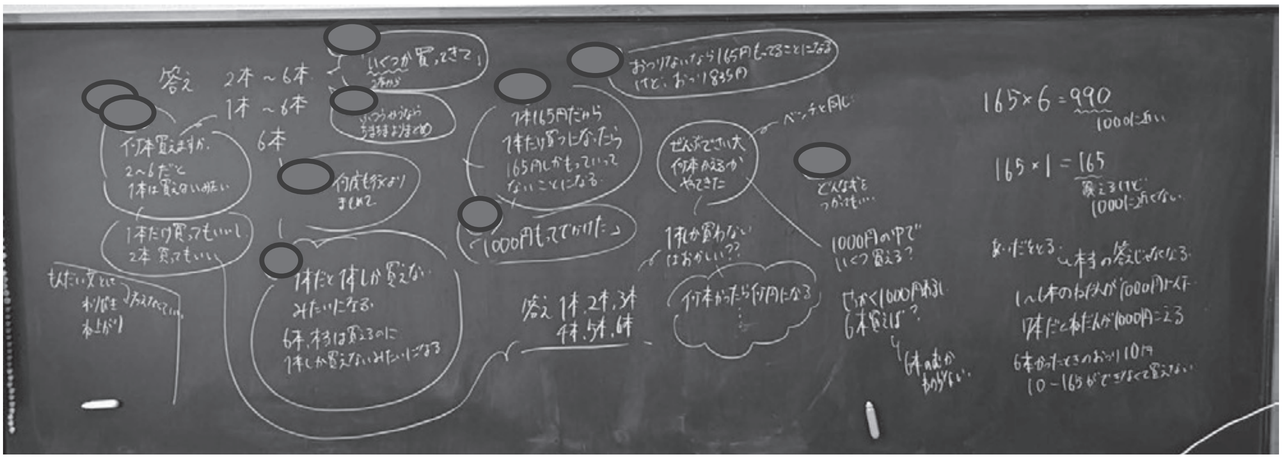


図 3　本実践第 3 時の板書

（2）多様な考え方の関連づけによる□を使った式への着目

問題設定の工夫や、考え方を中心とした共有により、多様な考えが表出した。第１時では、その中でもＴ児の考え方のみに、「本数」という言葉が現れた。他の児童の考えももちろん「本数」は意図されていたと思われるが、明示されたのはＴ児の考えである。本実践における□はペットボトルの本数を表しており、本数に伴って値段も変わるため、その言葉の重要性は高い。第２時で「本数」に着目したことで、他の児童の考えにも本数や値段を見出すことができ、関連づけることができた。これによって、Ｓ児の示した 165×□＝1000 の式に対して、様々な本数のときの値段を求める式が紐づいたといえる。□が変数として捉えられ始めたと考える。

多様な解決過程を共有し、それらを関連付けることが、本実践でねらう□に対する認識の変容の契機になっているといえよう。

（3）問題場面の答えの解釈と□の認識の関係

第３時において、問題場面の答えを解釈する過程が実現された。式による解決を関連づけて考えたところ、□に入る数で１本から６本までは値段が 1000 円を超えないことから、それらの本数のペットボトルを買うことができることは、全体で納得された。ただ、その６通りを問題の答えとしてよいかどうかの話になると、それはダメだという考えが大多数を占めた。問題文からできるだけ多く買うのがよいのでは、という考えである。一方で、１本だけでも買うことができるという考えによって、１本から６本なら何本でも買えるという考えもあった。

式で考えたときには納得されていたことが、問題場面の答えの解釈に至ると、納得されないという実態が浮かび上がった。□を変数のように認識することはできるが、それを問題場面の答えに適用するかどうかに、さらなるステップが存在することがわかる。

４．まとめ

本実践では、第３学年の子供が、□には様々な数が入りうるということを認識することを目指した。そのために、問題設定を工夫し、□を使う必要性や□に様々な数を入れる必要があるようにした。また、研究テーマとの関連でもあるが、多様な解決過程を許容する姿勢であること、それらの多様な解決過程を関連づけることを意図した。

その結果、本実践においては実に多様な解決過程が共有された。そして、「本数」という言葉に着目したことで、その言葉が媒介となり、それぞれの考え方が□を使った式と関連づいていった。関連づいたことによって、様々な本数の場合の式が表出し、何本のペットボトルを買えたかの本数として□が意味づけられた。□に様々な数が入りうることの認識が捉えられ始めたのである。

つまり、□には様々な数が入りうることの認識には、他の多様な解決過程との、「本数」という言葉に着目した関連づけが重要であったと考えられる。初めから、□を使った式で考えよう、としていたらこのような□の認識には至らなかっただろう。

他の数学的概念を獲得していくことにも、同様のことが言えるのではないだろうか。すなわち、多様な解決過程を許容し、それらを結ぶキーワードによって関連づけることが、新たな学びを創ることにつながるのではないだろうか。そのような学びのプロセスを実現しようとすることと重要なキーワードを見抜くことが、教師に求められる。

また、□には様々な数が入りうることの認識と、問題場面の答えの解釈の関係について、そこにステップがあることがわかった。このことに対する詳細な分析や検討は、稿を改めて論じたい。

引用文献・参考文献

・文部科学省（2017).『小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説算数編』. 日本文教出版.

分数の相等を捉え、分数の概念を豊かにする授業

－第５学年「古代エジプトの単位分数のたし算・ひき算」を通して－

尾形　祐樹

１．実践のポイント

分数の学習は第２学年から始まるが、第６学年に至るまで、その困難さは様々な場面で指摘されている。例えば、令和７年度全国学力・学習状況調査の大問 3 (3)では、0から２までを６等分した数直線の目盛りの値を求める問題において、1/3と5/3を正答した子供の割合は35.4%であった。5/3を5/6と誤って捉える解答が見られ、単位分数の「いくつ分」と捉えることに課題があることが明らかとなった。また、同調査の大問 3 (4)「1/2+1/3」の計算における正答率は81.5%であった。約２割の子供が異分母の単位分数の加法を正しく計算できないことも示されている。

本学級でも、分数の学習における子供の実態から課題が確認された。第５学年「分数と小数、整数の関係」の単元導入時、子供Ａは同じ大きさのケーキの1/2と1/4を比較し、1/4の方が大きいと捉えていた。その後、同値分数の学習で6/8と9/12が同じ大きさになることを円の図で表現し、理解を深めた。しかし、数時間後の分数と小数を扱う授業で、他の子供が「1/4=0.25の半分は1/8=0.125」と説明すると、子供Ａは「1/4から1/8へ２倍になっているのに、なぜ小数が２倍になっていないのか」と発言した。これは「分母が大きい分数ほど数の大きさが大きい」と考える誤概念が根強く働いていることを示している。一方で、分数の加減法を学習した子供の中には、通分や約分に慣れ、計算問題にとどまらず問題の仕組みを考えたり、発展させたりできる子供もいる。子供Ａのように分数の学習に困難さを抱えている子がいる一方、通分や約分の意味を理解し、素早く計算できる子もいる。そのため、多様な子供の実態に応じられる学習環境デザインを整える必要がある。

本時では、多様な子供の実態に応じられるよう２/A＝１/B+１/Cという複数の数値が解となる問題を扱った。この問題を解決する過程では、様々な異分母分数を通分したり、約分したりする活動が必要とされる。そして、通分したり、約分したりする中で、分数の相等を捉える思考が働く。２/A＝１/B+１/Cの問題を解決する過程で、分数の概念を豊かにする授業を目指す。

２．研究テーマとの関連

（1）本単元で味わう科の本質

教科理論を受けて、本単元における本質を以下のように整理した。

①本質Ⅰ(個別知識・技能を統合・包括する鍵概念)

算数科の教科理論では、「数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成することが目指されている。数学的に考える資質・能力として、算数・数学の中で鍵となる概念の理解が重要であると考える。本研究では、算数・数学で鍵となる概念である数学的概念を本質Ⅰとして、研究を進めていく。数学的概念は、図形概念、数概念、量概念などを包括した概念として捉える」としている。

小学校学習指導要領解説算数編では、「A 数と計算」における数学的な見方・考え方として「数の表し方の仕組み、数量の関係や問題場面の数量の関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考えたり、統合的・発展的に考えたりすること」(p.42)として数学的な見方・考え方が示されている。

以上を踏まえ、本単元における「鍵となる概念」は、「数の表し方の仕組み、数量の関係」であると考えた。特に、本時では、分数の相等を本質Ⅰと捉える。

②本質Ⅱ(その教科等ならではの認識・表現の方法)

算数科の教科理論において、本質Ⅱは、数学的活動の遂行とした。数学的活動は、事象を数学的に捉える・数学的

算

数

に表現された問題を解決する・得られた結果について考察するの３つに捉えられる。さらに、その具体には、視点のよさを感得する観点として、統合、発展、“ simple、clear、exact” とした。これらは、数学的活動を実現する原動力となる。特に、本質Ⅱの中で、他者に間違いなく伝える（exact）を重点とし、本研究の副主題としている。

本単元において、本質Ⅰの鍵となる概念である、分数の相等の理解ができるよう数直線や図などを活用し、抽象と具体の往還を単元の中で繰り返し行っていく。その際、本単元より前の「分数と小数、整数の関係」で学習した円における分数の表現で全体が１であることをを明確にし、徐々に抽象度の高い数直線へと移行していく。また、子供が、「分母が大きい方が数の大きさが大きい」と考えてしまう機会を捉え、分母が大きくなるとは、どのようなことかを、具体例をもとに、分数の大小について考える活動を繰り返し行っていきたい。そして、本時の２/A＝１/B+１/C の問題を通して、具体と抽象を往還し、数としての分数の理解へとつなげていく。

（２）一人一人の子供が本質を味わう学びのプロセス(省察的課題への支援)

本単元における省察的課題についての支援は以下の通りである。

①本質的かつ個別的な課題設定

本単元では、異分母分数のたし算において、２/A＝１/B+１/C という問題を原題として、問題の数値を変えたり、問題の条件を変えたりして問題を発展させる場面を単元の中に設定している。これまでに着目してきた、単位分数の意味や単位分数のたし算を根拠にして、自らが設定した問題に一人一人が取り組めるようにしたい。

②多様な解決過程を支援する学習環境

本単元では、２/A＝１/B+１/C の問題を解決する過程において、まず、試行錯誤する場を設けている。その際、適当に数を当てはめる経験から、数を順序良く当てはめて調べたり、規則を見つけたりして、解決の過程が徐々に洗練していくような学習環境を設定している。

③解決過程への批判的な振り返り

２/A＝１/B+１/C の問題において、なぜ、適当に数を当てはめるでは、うまくいかなかったのか、その方法自体を議論し、よりよい方法について考える場を設けていく。小さい数から順序良く調べていく際に、解決に至らなかった式については、貴重なデータとなることを子供たちに伝え、記録としてしっかりと残るようにしていく。また、規則を見つけた子供がいた際には、なぜ、そのような方法を思いついたのか、発想の仕方についても振り返っていく。

３．実践の実際

単元名　分数のたし算ひき算

（１）目標

〇分数の性質や約分、通分の意味、異分母分数の加法及び減法の意味について理解するとともに、約分、通分、異分母分数の加減の計算ができる。（知識及び技能）

〇単位分数に着目して、分数の相等及び大小関係や、異分母の分数の加減計算の仕方を図や式などを用いて考え、表現している（思考力・判断力・表現力）

〇約分、通分の意味や、異分母の分数の加法及び減法の計算の仕方を、図や式などを用いて考えた過程や結果を振り返り、多面的にとらえ検討してよりよいものを求めて粘り強く考えたり、学習したことを今後の学習に活用したりしている。（学びに向かう力、人間性等）

（２）学習指導計画

第一次	分数のたし算とひき算と約分と通分	６時間	（本時５・６/１０時間）
第二次	いろいろな分数のたし算とひき算	4時間	

（３）本時のねらい

異なる単位分数のたし算で、分子が２となる分数を試行錯誤しながらつくる活動を通して、通分や約分の技

能を定着するとともに、単位分数の和の見つけ方について、徐々に洗練された方法に気づくことができる。

（4）実践の分析

①問題場面

第５時に、古代エジプトのリンドパピルスに載っていた単位分数の和について、次のように子供に問うた。

１/□のたし算だけで表せるかな？　　２/５＝１/A+１/B　　２/７＝１/C+１/D

②子供の解決過程

第５時の自力解決では、子供の解決過程として、主に図１～図６のような考えが表現された。図１～図３は、解決に至っていないが、図４～図６は、解決に至っている。図１～図３は、ＡとＢにあてはまると考えられる様々な数値を代入し、計算した結果が、２/５になるものはないかを調べている。図４の考えは、2/５＝４/１０/＝６/１５と２/５の相等を捉え、分母の数を変化させる中で、単位分数になるものはないかを調べている。図５は、図４と同様に、２/５の相等を調べ、３口の単位分数の和に表現している。図６、図７は、２/５と相等を調べた上で、規則を見つけようとしている。

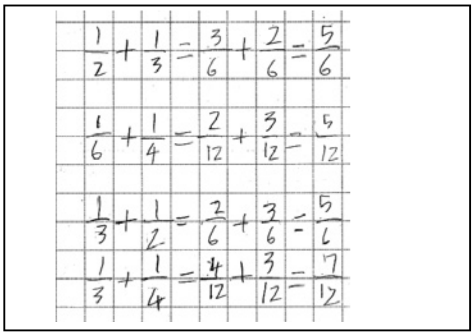


図１　適当に数を当てはめてみる考え

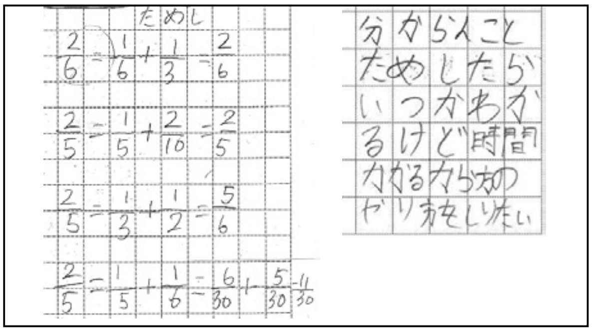


図２　約分できる数を当てはめてみる考え

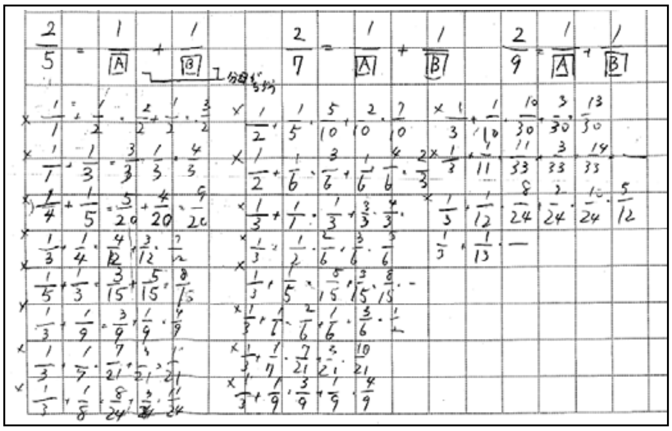


図３　多少順序を考えて当てはめてみる考え

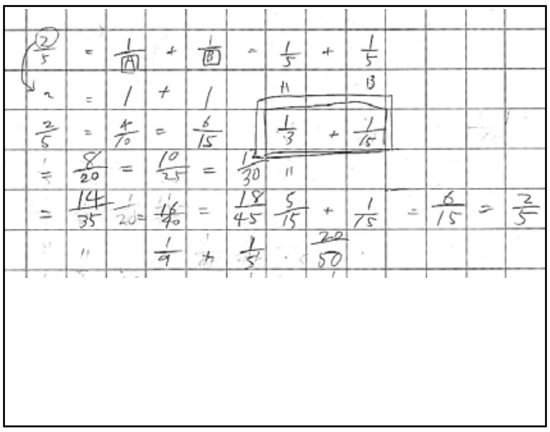


図４　答えの相等から調べる考え①

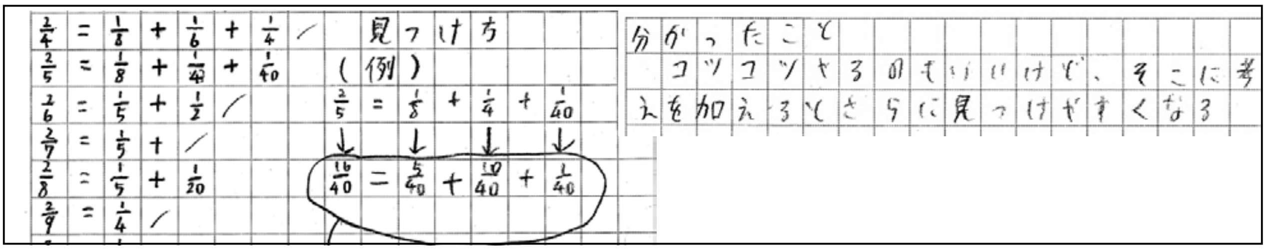


図５　答えの相等から調べる考え②

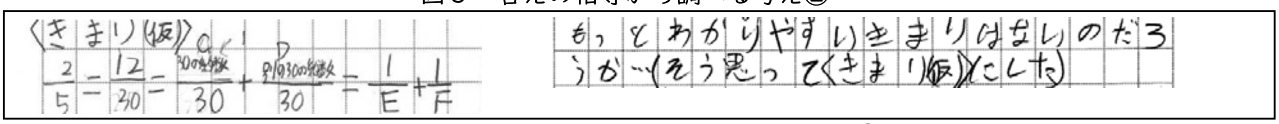


図６　答えの相等から規則を見つける考え①

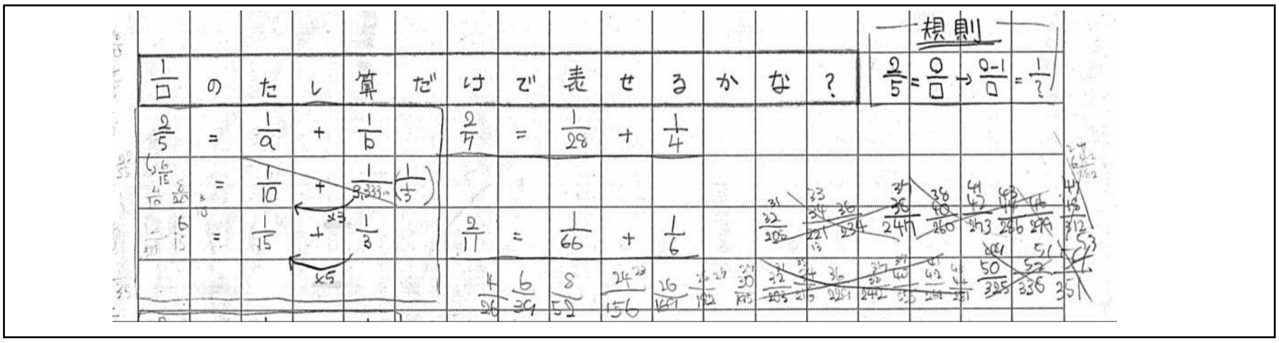


図７　答えの相等から規則を見つける考え②

③子供の解決過程の共有

第６時では、手掛かりなく調べることは、解決に至ることが難しいこと、順序よく調べることや２/５の相等を調べることが手掛かりになることを共有した。図７で表現された規則「２/５＝○/□→○－１/□＝１/？」を学級で共有すると、「なぜ、○－１をするのか」という疑問がカの考えを聞いていた子供から発言された。図７で考えた子供からは、「１/Ａを作るために、○－１/□をしている」と発言された。

④再び自力解決

再び自力解決を行うと、分母をかける考え（図８）が表現された。

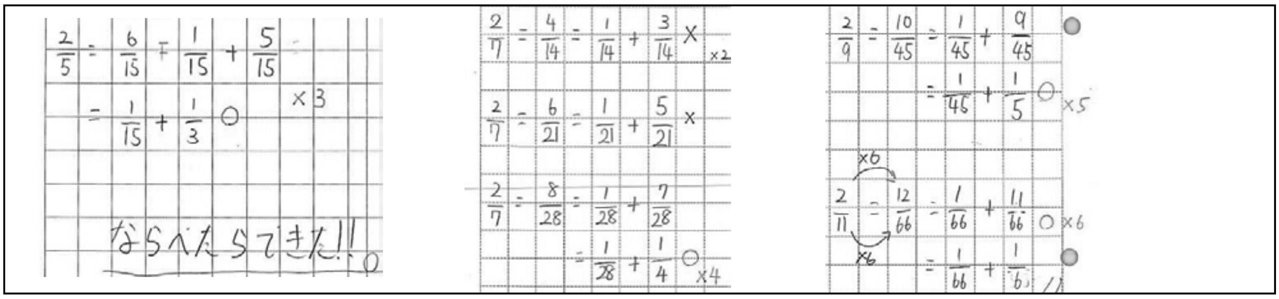


図８　分母をかける考え

図８の考えは、２/７＝１/４+１/２８と２/５＝１/１５+１/３を比較する過程で、表現された。規則が成り立つのか、２/9、２/１１の時に当てはめて、確かめている。

（５）考察

第６時では、図８のように規則をみつけようとしたり、順序よく調べようとしたりする姿が見られ、第５時より、簡単に、単純に（simple）に調べようとする姿が現れていた。図６で表現された規則「２/５＝○/□→○－１/□＝１/？」に対して、「なぜ、○－１をするのか」という疑問が出て、互いに考えを間違いなく伝える（exact）姿が見られた。しかし、図６の解決過程を経ていない子供に対して、間違いなく伝えること（exact）は、困難さも伺えた。

４．まとめ

本時の２/A＝１/B+１/C という問題設定により、子供が試行錯誤する中で、分数の相等を捉えながら問題解決を行う姿が見られた。もっと時間をかけない方法はないか（simple）や、何か規則はないか（clear）、なぜ、そのような方法で調べたのか（exact）と“ simple、clear、exact”の視点で、子供が考えを振り返ったことは成果である。一方、本時では、図による表現が出ていなかったため、抽象度が高い授業であったことが課題である。

【参考・引用文献】

国立教育政策研究所（2025）．令和7年度全国学力・学習状況調査　問題別調査結果【算数】．
文部科学省(2017)．小学校学習指導要領解説算数編．日本文教出版．