ホームフィールドアドバンテージを題材とした二項分布の教材開発

M181701 上野和樹
M181705 鈴木詩織
M181708 橋本真隆

1.目標

・ホームフィールドアドバンテージの有無を示すための方法を考えることができる.
・集めたデータから二項分布を用いてホームフィールドアドバンテージの有無を調べることができる

2.評価規準

関心意欲態度	数学的な見方・考え方	数学的な技能	知識・理解
二項分布と二項分布を用いた統計的推測に関心を持つとともに, それらを事象の考察に活用して数学的論拠に基づいて判断しようとしている.	事象を数学的に考察し表現したり, 思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して, 二項分布と二項分布を用いた統計的な推測における数学的な見方や考え方を身に付けている.	二項分布と二項分布による統計的な推測, において, 事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている.	二項分布と二項分布による統計的な推測における基本的な概念, 原理・法則などを体系的に理解し, 知識を身に付けている.

3.教材開発の理由

中学校第３学年では，標本調査の必要性や意味について理解させるとともに，簡単な場合について標本調査を行い，母集団の傾向をとらえ説明することを扱っている.「数学Ⅰ」の「(4) データの分析」では，分散，標準偏差及び相関係数などともに,「仮説検定の考え」を学習している．また,「数学Ⅱ」の「(1) いろいろな式」では二項定理を扱い,「数学A」の「(1) 場合の数と確率」では，場合の数，確率とその基本的な法則，独立 な試行の確率及び条件付き確率などを扱っている.

ここでは，確率変数や確率分布について理解させる．本単元はその中でも，二項分布の単元である．二項分布とは離散型の確率分布であり，試行回数を n，成功確率を $p(0<p<1)$としたときに成功確率 p を r 回得る確率は $P(X=r)={}_nC_r \cdot p^r(1-p)^{n-r}$で表されるため，高校１年生での反復事象の確率をもとにしている．ここでは，現実の事象の確率を仮定し, 二項分布の確率計算を通して考察することで, 確率分布, 並びに上側確率, 両側確率等, 推測統計の考え方の理解を深めるのが目的の一つである.

また，二項分布の学習は二項分布 $B(n,p)$にしたがう確率変数 X は離散型であるが，このとき n の値が大きくなると，X の分布が正規分布 $N(np,np(1-p))$に近づく。そのため，正規分布の学習にもつなげることができる．確率計算のみではなく，ICT を用いた二項分布の視覚化を交えながら，学習を進めたい.

4. 1/2 時間目

①目標

ホームフィールドアドバンテージの有無を示すための方法を考えることができる.

②本時の流れ

	○学習活動　・予想される生徒の反応	◇指導上の留意点　＊評価
導入 （15 分）	○広島カープ（野球）の優勝の瞬間の映像を見る ○川崎フロンターレ（サッカー）の優勝の写真を見る	◇カープの優勝の瞬間をとらえた映像を生徒に見せる．カープの優勝はホームスタジアムで行われたこと，ホームスタジアムでは大きな盛り上がりを見せたことを確認する．また，黒板に戦績（72 試合中 45 勝 25 敗 2 分）を書く． ◇フロンターレの写真を見せ，ホームゲームでの戦績は 34 試合中 21 勝 7 敗 6 分であったことを述べながら，戦績を黒板に書く．
	○気付いたことを発表する ・ホームゲームでは勝ちやすい ・ホームゲームの勝利数が多い	◇カープ，フロンターレの事例の共通点を見つけさせる
	色々なスポーツでホームフィールドアドバンテージは存在すると思うか	◇ホームフィールド（本拠地）で試合する場合の優位性を表す言葉をホームフィールドアドバンテージと呼ぶことを確認する．
	・存在するんじゃないか ・チームによると思う ・スポーツによると思う ・勝ちやすくも負けやすくもないと思う	
	どうすればホームフィールドアドバンテージの有無を示すことができるか	◇ここでは，方法を二項分布に限定するのではなく，他の方法も自由に考えさせる． ◇全ゲーム数，ホームゲーム数，ホーム勝利数のデータは必要であるということを確認する．
	○ホームフィールドアドバンテージの有無を示す方法について考える ・ホーム勝利数とロード勝利数の差を求める ・ホーム勝率とロード勝率の差を求める ・二項分布の試行回数を全ゲーム数とする ・二項分布の試行回数をホームゲーム数とする	＊既習の数学的知識，技能を用いて問題を解決しようとしている（関・意・態）
	どのようなデータが必要か	◇ホームフィールドアドバンテージの有無を調べるには，種々のデータが必要になってくることを確認する．
	○必要なデータの種類や量を考える ・ホームゲーム数（総数） ・ホームゲーム勝利数（総数） ・あるチームのホームゲーム数とホームゲーム勝利数 ・1 年間でいい	◇データの量（年数），範囲（全体 or 特定のチーム）は必ず取り上げ，生徒が様々な種類のデータを集めやすいようにする．

	・過去 10 年間必要 ・日本開催の大会だけ	
グループでの解決 （20 分）	**色々なスポーツにおけるホームフィールドアドバンテージの有無を示すためのデータを集めよう** ○グループでスポーツを選び，選んだスポーツについて集めるべきデータを話し合う 野球 ・2018 年度プロ野球のホーム勝利数と全体の試合数 ・ホーム試合数とホーム勝利数 サッカー バスケットボール バレーボール ○インターネット上のサイトから決めたデータを集める	◇さきほどの必要なデータの議論をふまえてグループで話し合わせる． ◇教師は各グループをまわり，どのようなデータを収集しているのかを確認する． ◇野球，サッカー以外のデータは見つけることが難しいので，それ以外のスポーツを選び，見つけることができずにいるグループには．野球，サッカーのデータを調べるように促す． ◇複数のグループが同じデータを使用しようとしていたら，別のデータ（例えば，1 年分のデータを過去 5 年間のデータにするなど）を促す． ＊数学的な処理をするために必要となるデータを集めることができる．（技）
展開 （10 分）	○グループごとに集めたデータを発表する	◇グループごとにスポーツ名，調べたデータの種類を発表させる．
まとめ （5 分）	○集めたデータからどのようにホームフィールドアドバンテージの有無を示すことができそうか，グループで考える ・ホームゲームとロードゲームの勝利数の差 ・ホームゲームの勝率 ・ホームゲームの勝率と全ゲームの勝率の差 ・二項分布の試行回数を全ゲーム数とする ・二項分布の試行回数をホームゲーム数とする ○考えたことを発表する	◇導入で一度考えた方法についてデータを得たあとに再度グループで考えさせる． ＊集めたデータを見て，これまで前提としていた方法を振り返り，解決方法を再検討している．（見方）

5. 2/2 時間目

①目標

集めたデータから二項分布を用いてホームフィールドアドバンテージの有無を調べることができる.

②本時の流れ

	○学習活動　・予想される生徒の反応	◇指導上の留意点　＊評価
復習 （10 分）	○二項分布を用いる方法とそれ以外の方法を比較し，どの方法を使うか決定する. ・ホームゲームとロードゲームの勝利数の差を考えれば、ホームで勝ちやすいといえるのではないか ・勝ちやすいという判断基準が必要 ・勝ちがある確率で起こり、それが足しあわされている ・勝利数を勝率による成功回数とみれば，二項分布を使うことができる。	◇前時で集めたデータの中に，二項分布を用いるにあたって必要なデータが足りない場合はその際に集めさせる.
展開 1 （15 分）	**勝つ確率をどう仮定するか？** ○ホームフィールドアドバンテージがないと仮定したときの勝つ確率を考える. ・特定のチームではなく全体での有無を見るのであれば，試合数の割合から確率は 0.5 でよい ・一つのチームを見る場合はそのチームの勝率を勝つ確率として仮定する ・複数のチームで見るなら見るチームの平均勝率をとる	◇一つのチームを見るときに勝率を 0.5 で仮定してはいけない．例えば，優勝チームであれば必然的に勝ちやすいので、ホームでの勝利数もロードでの勝利数も多い．全体として勝ちやすい中で，特にホームで勝ちやすいかどうかみるため，そのチームの勝率を勝つ確率にしなければならない. ＊二項分布と二項分布を用いた統計的な推測における数学的な見方や考え方を身に付けている。（数学的な見方・考え方）
展開 2 （15 分）	○決めた勝つ確率での二項分布を用いてホームフィールドアドバンテージがあるかどうか調べる. ①集めたデータのホームゲーム数から，ホームフィールドアドバンテージがない（確率 0.5 で勝ち、確率 0.5 で負ける）場合の二項分布を考える. 例：NPB2017 セントラルリーグではホームゲーム数 460 のため，試行回数 460 回，成功確率 0.5 の二項分布 ②考えた二項分布から，成功数が集めたデータのホームゲーム勝利数以上となる確率を求める. 例：ホームゲーム勝利数は 264 のため、求める確率は Excel を用いて =BINOM.DIST.RANGE(460,0.5,264,460)=0.000877 ③上で求めた確率が 0.05 より大きいか小さいか判断	◇全体を見るのであれば全試合数=ホームゲーム数になる．したがって，試行回数はホームゲーム数. ◇勝ちやすいかどうかであるため，勝利数が多い方の片側検定になる. ◇有意水準は 0.05 で統一する．棄却できる

	し，小さければホームフィールドアドバンテージの存在が言える． 例：0.000877<0.05 よりホームフィールドアドバンテージは存在する．	ように有意水準やデータを変えてはならない． ＊二項分布と二項分布による統計的な推測において，事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付 けている．（数学的な技能）
発表 （10 分）	○グループでホームフィールドアドバンテージがあるかどうか調べた結果を発表する． ・日本のプロ野球にはホームフィールドアドバンテージがある． ・広島カープだけを見ればホームフィールドアドバンテージがあるとはいえない．	◇どの競技のどの部分に対してホームフィールドアドバンテージの有無を調べたのかを発表させる． ◇棄却されない場合、結論は「ない」ではなく「あるとはいえない」になる．

なお， 2016 年から 2018 年の日本プロ野球と，J リーグの各チームのデータを用いて，以下の比率の検定を行った．

帰無仮説H_0：プロ野球と J リーグの 1 年間の試合でのホーム勝率とロード勝率は等しい

対立仮説H_1：プロ野球と J リーグの 1 年間の試合でのホーム勝率とロード勝率は差がある

有意水準を$\alpha = 0.05$とし，ホーム勝率をp_1，ロード勝率をp_2，ホーム試合数をn_1，ロード試合数をn_2，全試合の勝率を p として

検定統計量$z = \frac{(p_1-p_2)}{\sqrt{p(1-p)(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}$を算出し， z が 1.96 より大きいまたは，-1.96 より小さいチームをあぶりだした．

表 1． 2016～2018 の日本プロ野球，J リーグの各チームの比率の検定

		ホーム勝	ホーム敗	ホーム試	ロード勝	ロード敗	ロード試	p1	p2	n1	n2	p	z	両側で有意か
								=ホ勝/ホ試	=ロ勝/ロ試	=ホ試	=ロ試	=(ホ勝+ロ勝)/(ホ試+ロ試)	=(p1-p2)/sqrt(p(1-p)((1/n1)+(1+n2)))	
1	2018 カープ	45	25	70	37	34	71	0.642857	0.521127	70	71	0.581560284	1.465054581	*
2	2018 ヤクルト	41	30	71	34	36	70	0.577465	0.485714	71	70	0.531914894	1.091675604	*
3	2018 ジャイアンツ	33	38	71	34	36	70	0.464789	0.485714	71	70	0.475177305	-0.248777695	*
4	2018DeNA	33	38	71	34	36	70	0.464789	0.485714	71	70	0.475177305	-0.248777695	*
5	2018 中日	36	33	69	27	45	72	0.521739	0.375	69	72	0.446808511	1.751978269	*
6	2018 阪神	27	42	69	35	37	72	0.391304	0.486111	69	72	0.439716312	-1.133783884	*
7	2018 西武	45	24	69	43	29	72	0.652174	0.597222	69	72	0.624113475	0.673445009	*
8	2018 ソフトバンク	40	30	70	42	30	72	0.571429	0.583333	70	72	0.577464789	-0.143581208	*
9	2018 日ハム	40	29	69	34	37	71	0.57971	0.478873	69	71	0.528571429	1.194949136	*
10	2018 オリックス	33	37	70	32	36	68	0.471429	0.470588	70	68	0.471014493	0.009887305	*
11	2018 ロッテ	28	43	71	31	38	69	0.394366	0.449275	71	69	0.421428571	-0.657800293	*
12	2018 楽天	22	50	72	36	32	68	0.305556	0.529412	72	68	0.414285714	-2.687403908	**
13	2017 ソフトバ	52	20	72	42	29	71	0.722222	0.591549	72	71	0.657342657	1.646217036	*

	ンク													
14	2017 ライオンズ	44	27	71	35	34	69	0.619718	0.507246	71	69	0.564285714	1.341786549	*
15	2017 楽天	39	30	69	38	33	71	0.565217	0.535211	69	71	0.55	0.356789443	*
16	2017 オリックス	34	37	71	29	42	71	0.478873	0.408451	71	71	0.443661972	0.844559704	*
17	2017 日ハム	36	36	72	24	47	71	0.5	0.338028	72	71	0.41958042	1.962403282	**
18	2017 ロッテ	28	42	70	26	45	71	0.4	0.366197	70	71	0.382978723	0.412842251	*
19	2017 カープ	50	20	70	38	31	69	0.714286	0.550725	70	69	0.633093525	2.000481327	**
20	2017 阪神	41	29	70	37	32	69	0.585714	0.536232	70	69	0.561151079	0.587786378	*
21	2017DeNA	28	29	57	35	36	71	0.491228	0.492958	57	71	0.4921875	-0.019454025	*
22	2017 ジャイアンツ	38	33	71	34	35	69	0.535211	0.492754	71	69	0.514285714	0.502519511	*
23	2017 中日	37	32	69	22	47	69	0.536232	0.318841	69	69	0.427536232	2.581019292	**
24	2017 ヤクルト	30	40	70	15	56	71	0.428571	0.211268	70	71	0.319148936	2.767663231	**
25	2016 日ハム	45	24	69	42	29	71	0.652174	0.591549	69	71	0.621428571	0.739382532	*
26	2016 ソフトバンク	40	28	68	43	26	69	0.588235	0.623188	68	69	0.605839416	-0.418590342	*
27	2016 ロッテ	38	33	71	34	35	69	0.535211	0.492754	71	69	0.514285714	0.502519511	*
28	2016 西武	34	36	70	30	40	70	0.485714	0.428571	70	70	0.457142857	0.678620893	*
29	2016 楽天	36	35	71	26	43	69	0.507042	0.376812	71	69	0.442857143	1.550914409	*
30	2016 オリックス	30	40	70	27	43	70	0.428571	0.385714	70	70	0.407142857	0.51607022	*
31	2016 カープ	51	20	71	38	32	70	0.71831	0.542857	71	70	0.631205674	2.158992689	**
32	2016 ジャイアンツ	40	31	71	31	38	69	0.56338	0.449275	71	69	0.507142857	1.350107613	*
33	2016DeNA	38	33	71	31	38	69	0.535211	0.449275	71	69	0.492857143	1.016807344	*
34	2016 阪神	31	39	70	33	37	70	0.442857	0.471429	70	70	0.457142857	-0.339310446	*
35	2016 ヤクルト	40	30	70	24	48	72	0.571429	0.333333	70	72	0.450704225	2.850840118	**
36	2016 中日	32	36	68	26	46	72	0.470588	0.361111	68	72	0.414285714	1.314277824	*
37	2018 長崎	4	9	13	4	11	15	0.307692	0.266667	13	15	0.285714286	0.239657876	*
38	2018 鳥栖	8	6	14	2	7	9	0.571429	0.222222	14	9	0.434782609	1.648768364	*
39	2018 サンフレッチェ	8	6	14	9	5	14	0.571429	0.642857	14	14	0.607142857	-0.386952995	*
40	2018 神戸	6	7	13	6	6	12	0.461538	0.5	13	12	0.48	-0.192307692	*
41	2018C 大阪	7	7	14	6	5	11	0.5	0.545455	14	11	0.52	-0.225811151	*
42	2018G 大阪	10	3	13	4	11	15	0.769231	0.266667	13	15	0.5	2.652526614	**
43	2018 名古屋	5	8	13	7	9	16	0.384615	0.4375	13	16	0.413793103	-0.287570898	*
44	2018 磐田	7	6	13	3	7	10	0.538462	0.3	13	10	0.434782609	1.143621363	*
45	2018 清水	7	6	13	7	7	14	0.538462	0.5	13	14	0.518518519	0.199852016	*
46	2018 湘南	5	5	10	5	8	13	0.5	0.384615	10	13	0.434782609	0.553365176	*
47	2018 横浜 FM	5	9	14	7	8	15	0.357143	0.466667	14	15	0.413793103	-0.598414494	*
48	2018 川崎 F	11	4	15	10	3	13	0.733333	0.769231	15	13	0.75	-0.218776708	*
49	2018FC 東京	7	6	13	7	6	13	0.538462	0.538462	13	13	0.538461538	0	*
50	2018 柏	5	10	15	7	9	16	0.333333	0.4375	15	16	0.387096774	-0.595042261	*
51	2018 浦和	9	5	14	5	6	11	0.642857	0.454545	14	11	0.56	0.941558442	*
52	2018 鹿島	9	3	12	7	7	14	0.75	0.5	12	14	0.615384615	1.306235048	*
53	2018 鉄台	6	6	12	7	9	16	0.5	0.4375	12	16	0.464285714	0.328165062	*

54	2018 札幌	9	5	14	6	4	10	0.642857	0.6	14	10	0.625	0.213808994	*
55	2017 鳥栖	11	5	16	2	8	10	0.6875	0.2	16	10	0.5	2.418677324	**
56	2017 サンフレッチェ	3	8	11	5	9	14	0.272727	0.357143	11	14	0.32	-0.449141869	*
57	2017 神戸	5	9	14	8	7	15	0.357143	0.533333	14	15	0.448275862	-0.953365448	*
58	2017C 大阪	12	2	14	7	7	14	0.857143	0.5	14	14	0.678571429	2.023256596	**
59	2017G 大阪	4	8	12	7	5	12	0.333333	0.583333	12	12	0.458333333	-1.229019736	*
60	2017 磐田	8	4	12	8	4	12	0.666667	0.666667	12	12	0.666666667	0	*
61	2017 清水	3	12	15	5	4	9	0.2	0.555556	15	9	0.333333333	-1.788854382	*
62	2017 新潟	4	12	16	3	8	11	0.25	0.272727	16	11	0.259259259	-0.132410224	*
63	2017 甲府	5	6	11	2	10	12	0.454545	0.166667	11	12	0.304347826	1.498827103	*
64	2017 横浜 FM	9	2	11	8	7	15	0.818182	0.533333	11	15	0.653846154	1.508331651	*
65	2017 川崎 F	12	1	13	9	3	12	0.923077	0.75	13	12	0.84	1.179320441	*
66	2017FC 東京	5	5	10	5	9	14	0.5	0.357143	10	14	0.416666667	0.699854212	*
67	2017 柏	9	5	14	9	3	12	0.642857	0.75	14	12	0.692307692	-0.590096844	*
68	2017 大宮	3	7	10	2	12	14	0.3	0.142857	10	14	0.208333333	0.93454987	*
69	2017 浦和	7	5	12	7	8	15	0.583333	0.466667	12	15	0.518518519	0.602877714	*
70	2017 鹿島	11	5	16	12	3	15	0.6875	0.8	16	15	0.741935484	-0.715368938	*
71	2017 仙台	6	7	13	5	8	13	0.461538	0.384615	13	13	0.423076923	0.396958131	*
72	2017 札幌	9	4	13	3	11	14	0.692308	0.214286	13	14	0.444444444	2.497636245	**
73	2016 鳥栖	6	5	11	6	7	13	0.545455	0.461538	11	13	0.5	0.409673245	*
74	2016 福岡	2	11	13	2	12	14	0.153846	0.142857	13	14	0.148148148	0.080312338	*
75	2016 サンフレッチェ	8	6	14	8	5	13	0.571429	0.615385	14	13	0.592592593	-0.232262898	*
76	2016 神戸	9	3	12	7	8	15	0.75	0.466667	12	15	0.592592593	1.488879231	*
77	2016G 大阪	8	5	13	9	5	14	0.615385	0.642857	13	14	0.62962963	-0.147703821	*
78	2016 名古屋	4	9	13	3	9	12	0.307692	0.25	13	12	0.28	0.320970369	*
79	2016 磐田	3	7	10	5	7	12	0.3	0.416667	10	12	0.363636364	-0.566421516	*
80	2016 新潟	4	9	13	4	11	15	0.307692	0.266667	13	15	0.285714286	0.239657876	*
81	2016 甲府	3	8	11	4	9	13	0.272727	0.307692	11	13	0.291666667	-0.187773424	*
82	2016 湘南	3	13	16	4	8	12	0.1875	0.333333	16	12	0.25	-0.881917104	*
83	2016 横浜 FM	5	5	10	8	4	12	0.5	0.666667	10	12	0.590909091	-0.791694781	*
84	2016 川崎 F	11	3	14	11	3	14	0.785714	0.785714	14	14	0.785714286	0	*
85	2016FC 東京	9	5	14	6	7	13	0.642857	0.461538	14	13	0.555555556	0.947379265	*
86	2016 柏	8	6	14	7	4	11	0.571429	0.636364	14	11	0.6	-0.328975847	*
87	2016 大宮	6	4	10	9	4	13	0.6	0.692308	10	13	0.652173913	-0.460768589	*
88	2016 浦和	11	3	14	12	3	15	0.785714	0.8	14	15	0.793103448	-0.09490106	*
89	2016 鹿島	10	7	17	8	4	12	0.588235	0.666667	17	12	0.620689655	-0.42871759	*
90	2016 仙台	7	10	17	6	7	13	0.411765	0.461538	17	13	0.433333333	-0.272622087	*
91	2018 セリーグ	215	206	421	201	224	425	0.510689	0.472941	421	425	0.491725768	1.098069508	*
92	2018 パリーグ	208	213	421	218	202	420	0.494062	0.519048	421	420	0.506539834	-0.724651455	*
93	2017 セリーグ	224	183	407	181	237	418	0.550369	0.433014	407	418	0.490909091	3.371000264	**
94	2017 パリーグ	233	192	425	194	230	424	0.548235	0.457547	425	424	0.502944641	2.642478698	**

95	2016 セリーグ	232	189	421	183	239	422	0.551069	0.433649	421	422	0.492289442	3.409617835	**
96	2016 パリーグ	223	196	419	202	216	418	0.53222	0.483254	419	418	0.50776583	1.416802374	*
97	2018J1 リーグ	128	111	239	109	128	237	0.535565	0.459916	239	237	0.49789916	1.6504716	*
98	2017J1 リーグ	126	107	233	107	126	233	0.540773	0.459227	233	233	0.5	1.760316008	*
99	2016J1 リーグ	117	119	236	119	117	236	0.495763	0.504237	236	236	0.5	-0.184114924	*

この検定により統計的な有意差が認められたのは，日本プロ野球では 2018 楽天，2017 日ハム，2017 中日，2017 ヤクルト，2016 カープ，2016 ヤクルト，並びに 2017 セリーグ全体，2017 パリーグ全体，2016 セリーグ全体である．J リーグでは，2018G 大阪，2017 鳥栖，2017C 大阪，2017 札幌であった．それぞれのリーグの順位を次ページのの表にまとめた．なお，日本プロ野球はセリーグ，パリーグともに 6 チーム，J リーグ J1 リーグは 18 チームである．

表 2　統計的な有意差が認められたチームとその順位

チーム	順位
2018 楽天	6
2017 日ハム	5
2017 中日	5
2017 ヤクルト	6
2016 カープ	1
2016 ヤクルト	5
2018G 大阪	9
2017 鳥栖	8
2017C 大阪	3
2017 札幌	11

この表から，プロ野球では，上位チームまたは下位チームで有意な比率の差が生まれる傾向があることが読み取れる．一方で，J リーグではそのような傾向は読み取ることはできなかった．

また，日本プロ野球全体としても，有意差が現れたとき(2017 セ，パ；2016 セ)と現れなかったとき（2018 セ，パ；2016 パ）が半分ずつ生じ，J1 リーグでは，有意な差は現れなかった．

引用・参考文献

James Fey, Christian Hirsch, and Ann Watkins (2015). Transition to College Mathematics and Statistics. McGraw-Hill Education, pp.356－366