

指導ガイド

漫画のスリーポイントシュートは現実で起こるか？

1. 指導対象 高校2年生

2. 指導時間 2時間

3. 数学内容 微分法

4. 指導にあたって

漫画『黒子のバスケ』には、緑間真太郎選手が登場する。緑間選手は身長 195 cm であり、バスケットボールコート内であれば、どこからでもシュートを入れることができる。

本教材では、漫画『黒子のバスケ』のスリーポイントシュートの一場面（以下、漫画の一場面）を取り上げる。

体育館の天井の高さを設定し、緑間選手が放つスリーポイントシュートが現実で起こり得るのかを考察する。ここでは、以下の学習活動を想定している。

① 漫画の一場面から変数を抽出し、緑間選手が放つスリーポイントシュートについて仮定を設定する。

問題では、生徒は、問題場面から「緑間選手の身長」や「地面からゴールリングの中心までの高さ」といった変数を抽出し、「緑間選手がスリーポイントシュートを放つ位置を 2 m とする」や、「地面からゴールリングの中心までの高さを 3 m とする」等の仮定を設定する。

② 漫画の一場面から、2 次関数の式を求める。

問題 A では、問題場面から条件が設定されている。生徒は、漫画の一場面をもとに作成されたモデルから、ボールがゴールリングに入る時の角度（以下、入射角）に着目する。入射角と仮定①～④を用いて、2 次関数の式を求める。

③ 体育館の天井の高さを設定し、緑間選手がスリーポイントを放つことのできる範囲を求める。

問題 B では、緑間選手のスリーポイントシュートを放つ位置が変化する。生徒は、体育館の天井の高さを意識し、緑間選手がスリーポイントシュートを決めることができる範囲を求める。

漫画のスリーポイントシュートは現実で起こるか？（１）

問題 漫画『黒子のバスケ』には、緑間真太郎選手が登場します。緑間選手は身長 195 cm で、「バスケットボールコート内であれば、どこからでもシュートを入れることができる。」という設定になっています。緑間選手が放つスリーポイントシュートは、現実で起こり得るでしょうか。



図 1 漫画『黒子のバスケ』のスリーポイントシュートの一場面

- 1 (条件整理) 必要な情報を抜き出し、緑間選手が放つスリーポイントシュートについて仮定を設定しよう。

漫画のスリーポイントシュートは現実で起こるか？（２）

2 (解決) 次のように仮定をおいた問題Aを解いてみよう。

問題A たいきさんは、次のような仮定をおいて考えています。

たいきさんの仮定

- ① 地面からゴールリングの中心までの高さを 3 m とする
- ② 緑間選手がスリーポイントシュートを放つ位置を 2 m とする
- ③ シュートを放った際、ボールの軌跡は放物線を描く
- ④ ボールの中心はゴールリングの中心を通り、その時ボールはゴールリング やゴールボードに触れないものとする

図1をもとに作成されたモデル(図2)より、ボールがゴールリングに入る時の角度はおおよそ70度でした。バスケットゴールから緑間選手までの距離を6.75 m としたときの放物線の式を求めよう。ただし、地面からゴールリングの中心までの高さが3 m であることから、A (0, 3) とし、 $\tan 70^\circ = 2.7$ で計算しよう。

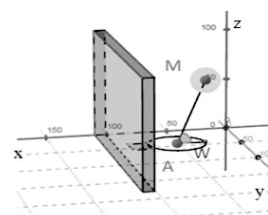


図2

3 (ふり返し) 放物線の式を求めるときに、気付いた点を振り返ってみましょう。

漫画のスリーポイントシュートは現実で起こるか？（３）

4 (解決) 問題 A の仮定①～④をもとに，問題 B を解いてみよう。

問題 B 天井の高さを 15 m，バスケットゴールから緑間選手までの距離を b m とするとき， b の値のとりうる範囲を求めよ。ただし，バスケットボールは天井に当たらないものとし， $b \geq 6.75$ とします。

5 (ふり返し) さらに現実的な可能性を考えるためには，仮定をどのように修正するべきでしょうか。

(感想)

() 組 () 番 名前 ()

漫画のスリーポイントシュートは現実で起こるか？（１）

問題 漫画『黒子のバスケ』には、緑間真太郎選手が登場します。緑間選手は身長 195 cm で、「バスケットボールコート内であれば、どこからでもシュートを入れることができる。」という設定になっています。緑間選手が放つスリーポイントシュートは、現実で起こり得るでしょうか。



図１ 漫画『黒子のバスケ』のスリーポイントシュートの一場面

- ①（条件整理）必要な情報を抜き出し、緑間選手が放つスリーポイントシュートについて仮定を設定しよう。

<解>

- ・ 緑間選手がスリーポイントシュートを放つ位置を 2 m とする
- ・ 地面からゴールリングの中心までの高さを 3 m とする
- ・ バスケットボールは真球とする
- ・ バスケットゴールリングは真円とする

など

漫画のスリーポイントシュートは現実で起こるか？（２）

2 (解決) 次のように仮定をおいた問題Aを解いてみよう。

問題A たいきさんは、次のような仮定をおいて考えています。

たいきさんの仮定

- ① 地面からゴールリングの中心までの高さを3 m とする
- ② 緑間選手がスリーポイントシュートを放つ位置を2 m とする
- ③ シュートを放った際、ボールの軌跡は放物線を描く
- ④ ボールの中心はゴールリングの中心を通り、その時ボールはゴールリング やゴールボードに触れないものとする

図1をもとに作成されたモデル(図2)より、ボールがゴールリングに入る時の角度はおおよそ70度でした。バスケットゴールから緑間選手までの距離を6.75 m としたときの放物線の式を求めよう。ただし、地面からゴールリングの中心までの高さが3 m であることから、A (0, 3) とし、 $\tan 70^\circ = 2.7$ で計算しよう。

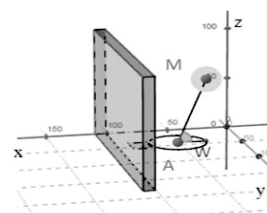


図2

< 解 >

点Aと点BをそれぞれA (0, 3), B (6.75, 2) とすると、点Aと点Bを通る放物線

の式は、 $f(x) = ax^2 + \left(-\frac{27}{4}a - \frac{4}{27}\right)x + 3$ と表される。

次に、 $\tan 70^\circ \approx 2.7$ より、 $f'(0) = 2.7$ となる。また、 $f'(0) = \left(-\frac{27}{4}a - \frac{4}{27}\right)$ となる。

よって、 $-\frac{27}{4}a - \frac{4}{27} = 2.7$ を解くと $a = -0.4$

したがって $f(x) = -0.4x^2 + 2.7x + 3$

3 (ふり返り) 放物線の式を求めるときに、気付いた点を振り返ってみましょう。

< 解 >

- ・ 緑間選手が放ったスリーポイントシュートの位置やゴールリングが点となっている
- ・ 仮定では、腕の長さやボールの大きさを無視している
- ・ 2点と一方の点における接線の傾きを求めると、2次関数の式は一意に表せるなど

漫画のスリーポイントシュートは現実で起こるか？（3）

4 (解決) 問題Aの仮定①～④をもとに，問題Bを解いてみよう。

問題B 天井の高さを 15 m，バスケットゴールから緑間選手までの距離を b m とするとき， b の値のとりうる範囲を求めよ。ただし，バスケットボールは天井に当たらないものとし， $b \geq 6.75$ とします。

<解>

点 A と点 B' をそれぞれ A (0, 3)，B' (b , 2) とすると，点 A と点 B' を通る放物線の式

は $y = \frac{-2.7b-1}{b^2}x^2 + 2.7x + 3$ と表すことができる。

また，平方完成すると $y = \frac{-2.7b-1}{b^2} \left(x + \frac{2.7b^2}{-5.4b-2}\right)^2 + \frac{2.7}{2} \times \left(\frac{2.7b^2}{5.4b+2}\right) + 3$ となる。

$$\frac{2.7}{2} \times \left(\frac{2.7b^2}{5.4b+2}\right) + 3 = 15 \text{ となり， } 243b^2 - 4320b - 1600 = 0$$

これを解くと， $b \approx -0.36, 18.14$ $b \geq 6.75$ より $b \approx 18.14$

したがって $6.75 \leq b < 18.14$

5 (ふり返し) さらに現実的な可能性を考えるためには，仮定をどのように修正するべきでしょうか。

<解>

・ボールの大きさを設定する

・腕の長さを設定する

など

(感想)

参考資料

本教材の**問題B**は，計算が煩雑になるため，動的数学ソフトウェアGeoGebra（以下，GeoGebra）を用いると容易に求めることができる。GeoGebraの入力バーに2次関数の式を入力すると，2次関数のグラフを表示すると同時に，スライダーを作成することができる。今回の場合， b の値に対応するスライダーを作成し，移動ツールでスライダーのつまみを動かすと b の値が変化するので，作図に b の値を用いると，図形を動的に変化させることができる（図i）。

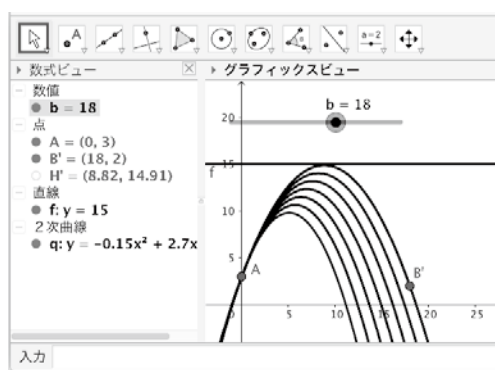


図 i b の値を変化させたときの 2 次関数のグラフのふるまい

さらに発展させる場合，次のような問題が想定できる。例えば，物理学における斜方投射の公式を用いて，バスケットボールの中心の軌跡を表す式を求めるような問題である。このとき，スリーポイントシュートを放つときの初速度に着目すると，**問題B**で求めた範囲内であっても，現実では起こり得ない場合がある。

引用・参考文献

- 波形政輝（2017a）「GeoGebra による投射した物体の描く軌跡に関する一考察－漫画『黒子のバスケ』のスリーポイントシュートの一場面に着目して－」『数学教育学会 2017 年度春季年会予稿集』 pp.8-10
- 波形政輝（2017b）「GeoGebra による 2 次関数のグラフのふるまいに着目した授業実践に関する一考察－漫画『黒子のバスケ』のスリーポイントシュートの一場面からの問題設定を通じて－」『日本教育実践学会第 20 回研究大会研究大会論文集』 pp.16-17