

M18-1702 河田 洋佑

M18-1703 後藤 藍輝

M18-1708 本田 千春

標本調査

一層化抽出法のよさを感じ得するための教材一

単元名「より良い標本調査について考えよう」

単元の目標

- ・ 標本調査の方法を批判的に考察し、標本調査の考え方について理解を深める。
- ・ 母集団のよい縮図となるように標本調査を設計することができる。

単元設定の理由

標本調査の目的は、抽出された標本の結果から、母集団の状況をできるだけ正確に推定することである。中学 3 年生では、コンピュータなどを用いた単純無作為抽出の実験を通して、標本調査の必要性や意味を理解し、無作為に抽出された標本から母集団の傾向を推定すればその結果が大きく外れることが少ないことや、標本の大きさが大きいほうが母集団の傾向を推定しやすくなることなどを、経験的に理解してきている。このような学習を踏まえ、本単元では、まず、アメリカの大統領選における世論調査の失敗例を取り上げ、標本調査におけるバイアス（偏り）について理解する。そして、少ない標本から母集団の状況をできるだけ正確に推定するためには、標本が母集団のよい縮図となるように標本調査を設計し、調査を実施することが必要であることを理解する。さらに、練馬区の平均気温を推定する標本調査を通して、母集団をあらかじめいくつかの層（グループ）に分けておき、各層の中から必要な数の調査対象を無作為抽出する抽出方法などを見だし、単純無作為抽出との結果を比較することでその必要性やよさを感じ得る。このような学習を、正規分布を用いた区間推定の学習の前に行うことで、仮説検定における統計的な推測の意味やよさの理解を深めることを意図する。

指導計画（3時間扱い）

時間	学習内容・学習活動
1 時間	アメリカ大統領選の世論調査 ・ 標本調査のバイアス（偏り）について ・ 母集団のよい縮図となる標本調査について
2 時間目	練馬区の平均気温を推測する① ・ 無作為抽出による推測 ・ 母集団のよい縮図となる標本調査の計画（グループ活動）
3 時間目	練馬区の平均気温を推測する② ・ 母集団のよい縮図となる標本調査の実行（グループ活動） ・ 標本調査の結果発表

本時 (1/3) の指導

(1) 本時のねらい

・標本調査では、標本の取り方によってはバイアス (偏り) が起こってしまうことを理解する

・母集団の良い縮図になるように標本を取る方法を学ぶ

(2) 本時の展開

主な学習活動 (・予想される生徒の反応)	○指導上の留意点 ☆評価
<p>1. 問題提示</p> <p>T: みなさん、こんな事件があったことを知っていますか？</p> <p>T: 実際にあったことです。1936年にアメリカで大統領選挙がありました。この時の候補者は再選を目指す民主党のフランクリンルーズベルト氏と共和党のアルフレッドランドン氏でした。リテラリーダイジェストという雑誌はこの大統領選挙の結果を予想しようと、調査を行いました。どのように調査を行ったかという、リテラリーダイジェストの購読者と自動車保有名簿、電話帳から合計で1000万人以上に郵便料金を払ったはがきに印刷された投票用紙を送って回答を得ました。すると、200万人以上から回答を得ました。それらの回答からリテラリーダイジェストはアルフレッドランドン氏の勝利と予想しました。しかし、実際の結果はフランクリンルーズベルト氏の圧倒的勝利になりました。</p> <div style="border: 1px solid green; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>なぜ、リテラリーダイジェストは多くの回答を得られたにもかかわらず、大統領選挙の結果を大きく外すことになってしまったのだろうか？</p> </div>	<p>○自動車保有名簿と電話帳については必要に応じて説明を加える。</p>
<p>2. 自力解決 (グループ)</p> <p>S1: 回答率が低いから回答数が多くても答えてくれたように偏りがあるのではないか</p> <p>S2: 1936年ということは電話や自動車を持っていた人たちは富裕層なので、貧困層や中間層がルーズベルトを支持していたに違いない</p> <p>S3: リテラリーダイジェストが共和党寄り、アルフレッドランドン支持の回答を集めたかたのではないか</p>	<p>○ノートにグループで考えたものと全体の発表で出たものは分けて書く。</p> <p>☆どれだけの数のバイアスの原因となり得るものを見つけられたか (思考力・判断力・表現力等)</p>

<p>S4：リテラリーダイジェストの読者という共通の特徴を持った集団から標本を取ったため偏りが出たのではないか</p> <p>S5：無作為抽出になっていないのではないか</p> <p>S6：アメリカ国民全体にはがき送ればいいんだよ</p> <p>3. 考えの発表</p> <p>T：じゃあグループごとに考えた原因を発表しよう。</p> <p>グループごとに発表する</p> <p>T：アメリカ国民全体にはがき送ればいいというのはどうということかな？</p> <p>A：リテラリーダイジェストはアメリカ国民の富裕層にしかはがきを送れていなかったからアメリカ国民全体から何人か選んではがきを送ればいいんだよ。</p> <p>T：あーなるほど。それは中学の時にやった無作為抽出をちゃんとやればいっていうこと？</p> <p>A：そう。リテラリーダイジェストはちゃんとできてなかったから。</p> <p>B：でも、お金のこととか考えると難しくない？</p> <p>T：そうだね。A が言ったことができるベストだけど、全体でやるには相当数の標本を集めなければいけないから実際には難しいよね。だから、少ない標本でどうやったら母集団を推定できるかを考えたいんだよ。</p> <p>T：いまみんながいろいろ考えた通り、標本調査を行うときには、偏りが出ないように注意しなければいけないことが多いです</p>	<p>☆班の話し合いを円滑に進めるための役割を果たす（学びに向かう力，人間性等）</p> <p>○層に分ける必要性を周知するために、単純無作為抽出をすることが難しいことを議論に挙げる。</p>
<p>4. 主発問</p> <p>T：それでは、次に偏りが出ないように標本を抽出するにはどうすればよいかを考えましょう。</p> <p>T：どういう考えに基づいて抽出方法を考えるべきなんだろう？</p> <p>S：偏りが出ないようにする</p>	<p>○母集団の良い縮図になるような標本抽出方法がよいことをクラス全体で共有する。</p>

<p>T：そうだね，偏りが出てはいけないね．じゃあどういうとり方なら偏りが出ないのかな？</p> <p>S：今回の問題なら，アメリカ国民を代表したような標本になればいい．</p> <p>T：あーなるほどね．そうだね，偏りが出ないっていうのは，全体（母集団）に近くなるような抽出の仕方にすればいいんだね．</p>	
<p style="border: 1px solid green; padding: 5px;">リテラリーダイジェストはどのように標本を取れば，偏りを極力減らして，より正確に母集団を推定する標本調査を行うことができたのだろうか？</p> <p>5. 自力解決（グループ）</p> <p>S5：貧困層や中間層からも標本を取ればいい．</p> <p>S6：リテラリーダイジェストの読者じゃない人からもっと多くの標本を取った方がいい．</p> <p>S7：貧困層と中間層と富裕層の人の割合を調べて，同じ割合になるように標本を取る．</p> <p>S8：都市部と農村部では分けた方がいい．</p> <p>S9：職業で分けた方がいい．</p> <p>6. 集団検討</p> <p>T：それでは，どのようにすればよいか考えた結果を発表してください</p> <p>各グループが発表する</p> <p>その後，分け方が母集団の特徴を考えられているかを観点に検討する</p> <p>T：さっきは母集団の縮図になっているような標本の抽出方法を考えようといったから，みんなが発表したものがそうなっているのかを考えてみよう</p> <p>S：収入によって考える観点は違うと思うからそこで分けているのはいいと思う</p> <p>S：性別だけだとよい縮図ではないんじゃないかな</p>	<p>○S7 のような割り当て法は子どもから出たら取り上げるが，子どもからでなければ，無理しては出さない</p> <p>○実際の取り方（はがきを送るなど）に関しては不問とする</p> <p>☆前の話し合いで出たバイアスを考慮しながら標本の抽出方法を考えることができる（思考力・判断力・表現力等）</p> <p>○生徒から割り当て法の考え方が出たら，各層に対して決まった割合で標本を抽出することを述べる</p>

7. まとめ

T: 実は, ギャラップ社という会社は 3000 人というリ
テラリーダイジェストの 1%未満の標本数からこの大
統領選挙の結果を正確に予想しました. ギャラップ社は
「収入中間層・都市居住者・女性」, 「収入下位層・農村
部居住者・男性」のように, 収入と居住地と性別から互
いに重ならないグループに分けて標本を抽出しました.

このように母集団の良い縮図になるようにいくつかの
層に分けて標本を抽出すると, より正確に母集団を推定
することができる

☆バイアスがかからないよう
に標本を抽出しなければ, 正確
に母集団を推定できないこと
を理解する (知識及び技能)

本時の指導(2/3)

(1)本時のねらい

- ・ 標本サイズが小さいときの、母集団のよい縮図を設計するための工夫を考えよう。

(2)学習指導の展開

予想される生徒の活動	○指導上の留意点 ☆評価
<p>1. 問題提示(7分)</p> <p>T:これは、あるデータの数値を抜き出してバラバラに配置したプリントです。数字は全部で 400 個近くあります。</p> <p>S:なんだこれ。</p> <p>S:最大値は 30 ちょっと。</p> <p>S:負の数もある。</p> <p>T:これらの数の平均を知りたいっていう状況のとき、全部計算するのは大変だから、何か工夫することを中3で習ったはずなんだけど、覚えてるかな。</p> <p>S:適当にいっぱいとり。</p> <p>S:無作為抽出法</p> <p>T:そうだったね。無作為に取り出して、その標本の平均から母集団の平均を推定してみよう。</p> <p>T:ところで、無作為ってどうやればいいんだっけ。</p> <p>S:適当にやればいい</p> <p>S:コンピュータ</p> <p>S:乱数さい</p> <p>S:Excel</p> <p>T:標本サイズは時間の都合上 20～30 くらいで。</p> <p>S:20じゃ少ないんじゃないか？</p> <p>T:200 くらいでやってくれる人いないかな。</p> <p>S:絶対無理。</p> <p>S:50 くらいならいい。</p> <p>T:じゃあそれは先生がやっておきます。その結果とも比較してみよう。</p>	<p>○プリントを配布する。</p> <p>○プリントの数字の配列は 31 行 12 列である。</p> <p>○既習の無作為抽出法を想起させる。</p> <p>○感覚で選ぶのではなく、機械的に偏りをなくす方法を思い出させる。</p> <p>○スマホの使用も許可する。</p> <p>○標本サイズは20では足りないという反応が予想される。サンプルサイズが大きいものは教師側が用意し、それと比較してサンプルサイズと誤差の関係も復習する課題として提示する。</p>

課題①：無作為に標本を抽出して母集団の平均を推定しよう

2. 自力解決(無作為の抽出方法について)(20分)

S:スマホで乱数生成のサイトを調べて乱数を発生させる

S:1 から 31 で発生させた乱数を行に、1 から 12 で発生させた乱数に列を対応させて数値を決定する。

S:斜め一行を取る

S:ばらばらにとる。

(以下の数値は自分たちの実験に基づく値である)

S:15.07

S:28.12

S:13.765

S:20.6

S:10.87

3. 集団検討(10分)

T:どうになりましたか？何人かに発表してもらいましょう。

生徒は抽出方法と結果を発表する。

S:15.07

S:28.12

T:結構バラバラだね。ちなみに先生の結果はね、計算するのに時間かかったんだけど、16.8だった。

S:それが答え？

T:答え？

S:真値

T:全部計算してみる？

S:絶対やだ。

T:めんどくさいよね。なんとか小さい標本サイズというか。

今と同じくらいの標本サイズで、母集団の傾向を推定することはできないかな。

(S:このデータが何のデータなのかが分かればできそう。)

T:このデータが何の数値か分かった人いる？

S:気温じゃない？

○乱数を発生させて無作為に抽出している生徒がいれば取り上げて共有し、前時のバイアスの話とつなげる。

☆無作為抽出法を理解している(知識・技能)

○机間巡視で値が大きく異なる生徒を記録しておく。

○煩雑さをアピールする。

○「抽出する数が多いと労力がかかる」という感覚と「無作為抽出は標本サイズが小さいとばらつきが大きい」という既習事項は、層化抽出のよさを感じ得するのに重要であるので、表出させる。

○資料②を配布

<p>T:そうそう、これね、練馬区の 2018 年の気温だったんだ。 じゃあ今推定しようとしたのは何になる？</p> <p>S:年平均気温</p> <p>T:そうだね。じゃあ、その母集団について分かることを鑑みて、かつ前時で学んだバイアスのかからない抽出方法という見方からも検討して、もう一回同じくらいの標本サイズで標本調査をするならば、どんな抽出方法を取ればよいか？</p>	<p>○前時のバイアスの話も込みで、単純無作為抽出法に一工夫入れる形で抽出方法を考えるように指示する。</p>
<p>課題②：母集団の特徴を加味した標本の抽出方法を考えよう</p>	
<p>5. グループによる検討(抽出方法について)(13分)</p> <p>A:月ごとに 2 個ずつ無作為抽出すればいいんじゃないかな。</p> <p>B:月の 1 日を全部とって、あと 15 日も全部取る。</p> <p>C:春夏秋冬(3~5 月,6~8 月、9~11 月、12~2 月)で分けて、各季節から 5 個くらいを無作為抽出する。</p> <p>D:月ごとに分けて、その月の平均値になりそうな(例えば 1 月は-1 度と 8 度の間で 4 度くらい)値を選んでいく。</p> <p>T:では、来週は班ごとに考えた方法を発表して、検討するところから始めます。</p>	<p>○母集団の特徴を活かすが、個人の意思を混ぜないことを注意する。</p> <p>☆班の話し合いを円滑に進める役割を持っている(学びに向かう力・人間性)。</p> <p>☆母集団の特徴を加味して抽出方法を考えることができる(思考力判断力表現力等)。</p>

本時の指導(3/3)

(1)本時のねらい

- ・新たな標本抽出の方法として層化抽出法の考えを学ぶ。

(2)学習指導の展開

予想される生徒の活動	○指導上の留意点 ☆評価
<p>1. 発表と検討(抽出方法について)(15分)</p> <p>T:どんな方法になりましたか?</p> <p>S:(前時で記述した意見が出る)</p> <p>T:これらの方法についてどうですか?どの方法でもできそうですか?</p> <p>T:ちょっと隣の人と話し合って。 (様子を見て2, 3分)</p> <p>S:Dの方法は、「平均値っぽい」という感覚で選んでいて、近くなることもあるけど、間違えてしまうこともあるので、月とか季節に分けた後は無作為に選んだ方がいいと思います。</p> <p>T:なるほど。D班どうですか?</p> <p>S:勤のいい人が正確に平均を取れたらより真値に近づくと。でも、標本サイズが大きいときとか、標本が数値じゃないときとかは使えない。</p> <p>T:それ以外については使えそうかな。</p> <p>T:じゃあ各班やり方を決めて、推定してみてください。</p> <p>T:その間に先生は真値を計算しておきます。</p>	<p>○黒板に班ごとの意見を並べて板書する。</p> <p>○意見が出なさそうであれば、前々回の授業でバイアスについて学んだことを振り返らせ、恣意性が入っていないかを考えさせる。</p> <p>☆各方法が恣意的でないかどうかを判断できている(思考力判断力表現力等)</p> <p>○生徒からアイデアが出なければ、グループ(層)に分けた後は無作為に抽出することをこちらから教える。(資料③を用意する)</p>
<p>2. 集団解決(20分)</p> <p>(以下の数値は実験に基づく数値である)</p> <p>S:1,2月、3,4,5月、6,7,8月、9,10月、11,12月の5つに分けて、各区分から4つずつ無作為に取り出して、16.24.</p> <p>S:月ごとに分けて各月から2個ずつ無作為に抽出して、18.7。(19.1)</p> <p>S:3か月ごとに分けて、各区分の1日と15日の計24個を抽出し、15.8</p>	<p>☆母集団の特徴を加味した標本調査について理解し、計画を実行できる(知識技能)</p> <p>☆集団解決の中で役割を持っている(学びに向かう)</p>

<p>3. 発表(10分)</p> <p>T:これ、真値は16.7です。どうですか？ (各班ごとに結果を発表し、単純無作為抽出の結果と比較する)</p> <p>S:こっちの方が近い</p> <p>4. まとめ(5分)</p> <p>T:「小さい標本サイズで標本調査をするとき、母集団の傾向を加味した層をつくり、各層から無作為抽出すると、真値に上手く近似することができる」</p> <p>T:(社会生活基本調査等、実際の標本調査で層化抽出法が利用されている場面を紹介する)</p>	<p>力・人間性)</p> <p>○単純無作為抽出での結果と比較してどうかを聞く。</p> <p>○今日やったような標本調査の方法を層化抽出法と呼ぶことをまとめる。</p> <p>☆層化抽出法について理解する(知識技能)。</p>
---	---

今後の課題

第1時はアメリカの大統領選挙における世論調査の失敗例を取り挙げて、標本調査におけるバイアス(偏り)について理解することを目的とした。続けて、第2、3時において、練馬区の平均気温を推定する課題を通して、偏りを少なくするための工夫の1つである層化抽出法について学ぶこととした。しかし、目的の『母集団のよい縮図になるように標本調査を設計することができる』と、前時からのつながりを鑑みると、2、3時間目には、「練馬区の区長選の結果を推定するための出口調査の方法を考えよう」のように、昔のアメリカの話現代の身近な文脈に落としたときに、どのような調査を考えられるか、ということ課題にする方がよかったかもしれない。実験ができることに拘って、実際のデータが用意できる気温の課題に落ち着いたが、方法に対する実感を持たせるための課題であれば、データは架空のものでも良く、また、出口調査等、調査方法の多くは一般に公表されており、生徒たちは考えたものと比較することもできる。そちらの方向でも考察を加えるのが今後の課題である。