

# 数 学 科 学 習 指 導 案

日時 平成 26 年〇月×日 (□) 第△時限 (00:00~00:00)  
 場所 学芸北高等学校  
 学級 1 年 G 組 (男子 20 名, 女子 20 名, 計 40 名)  
 学級所見 想定される生徒の学力: 中~ややや高程度  
 履修済み科目: 数学 I, 数学 A (場合の数と確率, 図形の性質)  
 指導者 学芸まなぶ  
 単元名 課題学習 (指標化・構造の視覚化)

## 1. 単元について

### (1) 単元の目標

本単元は, 数学 I における課題学習という位置づけで提案するものである。

問題を解決しようとするとき, はじめにやらなければならないことは問題をきちんととらえることである。

本単元で提案する圏論<sup>1</sup>の考え, すなわち「構造の視覚化」は, 問題をきちんととらえるための手法の一つである。現実場面の問題, 日常で起こり得る問題というものは, 非常に複雑である。複雑であるが故に, 根本的な問題や問題点は見えにくいものである。環境問題を例にすると, 環境問題を引き起こすと考えられる要因が複雑に絡み合うため, 解決のためにまず何をすべきかがはっきりしない。はっきりさせるためには, 断片的にでも, 問題の構造をとらえることが有効である。環境問題の一つである大気汚染に焦点を絞って構造をとらえようとするれば, 解決の糸口が見えてくるはずである。構造を視覚化していくことで, 問題点を明確にしやすくなるのである。

構造を視覚化してとらえていくことは, 問題の解決のみならず, 問題の発見にも効果的である。構造をとらえるということは, 換言すれば, 問題を構成する要因の関係性をとらえていくことである。要因の関係性が見えてくれば, そこに新たな問題が生じることもある。逆にそのことを利用し, 新たな問題を創造していくこともできるだろう。これは, 現状をよりよくしていくときや, イノベーションを生み出したいときにも有効であろう。

したがって, 本単元のねらいとしては, 問題の構造をとらえようとする態度の育成, およびその手法の習得である。

上述のねらいを達成するために, 「指標」を題材とした教材を扱う。

何かを測定しようとする際には, 適切に測定するための“ものさし”となるものが必要である。角度であれば分度器, 温度であれば温度計, …。測定する対象は, 目に見えるものだけではない。夏の蒸し暑さを測るための不快指数や, 行政活動の成果 (政策の成果) を測るためのアウトカム指標などがその例である。数値化のアイデアや指標を設定することは, 目に見えないものをとらえようとするときに, 非常に有効である。

近年注目されている指標の一つに「幸福度指標」がある。「幸福度指標」とは, 幸福度を具体的に見えるように各種指標で表したものであり, 個々人の幸福をある程度, 地域, 時系列で比較可能にした“ものさ

<sup>1</sup> 圏論とは, 代数的な構成の変換の自然さを形式化するために導入された理論である。圏は, 対象の集まり (集合より広義) と, 対象から対象への射の集まりを指定し, さらに射同士の合成という演算を定義することで得られる。

し”である。対象は個々人の幸福であるから、ここでいう幸福は、「主観的幸福感」を指している。主観的幸福感に影響を与える領域として、3つの軸が想定されている。その3軸とは、経済社会状況（所得、資産、住宅など）、心身の健康、関係性である。加えて、3軸とはやや異なる次元の軸として持続可能性を設けている。これら3軸+1軸によって幸福度指標が構成されている。

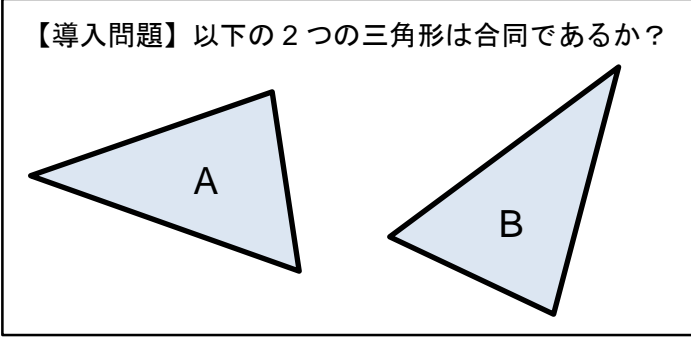
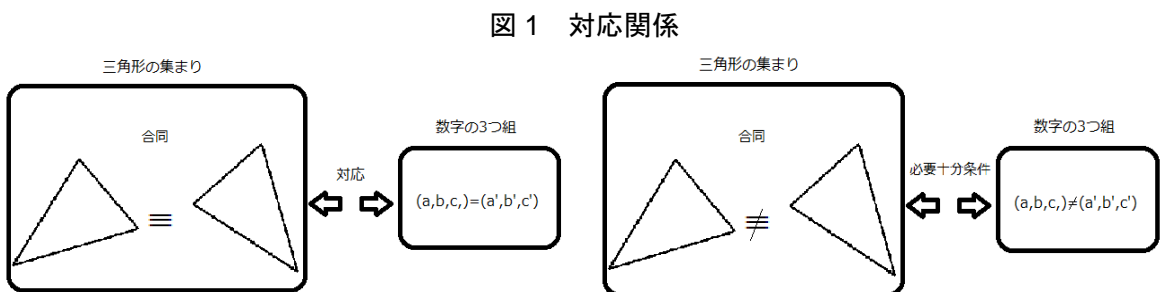
本教材は、この幸福度指標を例にし、幸せを測るための“ものさし”について批判的に考えていくものである。幸福度指標は、総計132の指標からなり、幸福度を多面的にとらえようとしている。しかしながら、指標をよく見てみると、“幸せを測る”ために本当に必要かどうかを考えさせられるものも少なくない。幸せを測るために、今ある指標が妥当であるか、それで十分であるのかなどを考える活動が教材の核となる。

以上をまとめ、本単元の目標として以下のように定める。

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
指標化の考え方に関心をもつとともに、構造を視覚化することのよさを認識し、それらを事象の考察に活用しようとする。	指標を用いて、事象を構造的に考察し表現したり、思考の過程をふりかえり多面的・批判的に考えたりしている。	指標化や構造の視覚化をし、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身につけている。	指標のもつ意味や役割について理解し、指標化・構造の視覚化の上で必要な知識を身につけている。

(2) 単元構成案

本単元の構成案とその概略は以下の通りである。

<p>第 1 時</p>	<p>1. 圏論の考えの導入—数学における構造の視覚化—</p> <p>「三角形の合同・相似」を具体的な例を用いて、その構造をとらえることを試みる。たとえば、右のような問題を与える。この問題は図 1 のような構造がある。三角形は、辺の長さなどを介し、実数の組とすることで、比較が可能となり、一致すれば合同、比が一致すれば相似という関係を表すことができる。このように、我々は数学の問題を解く際、多くの場合は代数と結び付けて考えることが多い。このことを、構造の視覚化を通して理解するとともに、構造を視覚化することのよさに触れる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【導入問題】以下の2つの三角形は合同であるか？</p>  </div> <p style="text-align: center;">図 1 対応関係</p> 
<p>第 2 時</p>	<p>2. 問題の把握と共有</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>今、GDP を超えた指標である「幸福度指標」の作成が、世界各国で進んでいます。幸福度指標作成の意味があるとするならば、「幸せ」に光を当てることによって、これまで政策などにおいて焦点化されてこなかった「個々人がどういう気持ちで暮らしているのか」に着目することにあります。我々（子ども・若者）の幸せは、どのように測られているのでしょうか？</p> </div> <p>「幸せ」という測定が難しいものを測定しようとする試みがあることを知り、その内容の理解と妥当性の吟味を行なっていく。以下のような発問が考えられる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ どのようなときに幸せを感じますか？</li> <li>➤ 「幸せ」は測れるのでしょうか？</li> </ul> <hr/> <p>3. 「幸福度指標」について知る</p> <p>実際に「幸福度指標」はどのように幸せを測ろうとしているのかを知るために、「幸福度指標試案」を用いながら、「幸福度指標」に関する学習を行う。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 指標が色々ありますが、何か感じたこと・思ったことはありますか？</li> <li>➤ グループごとに、「幸福度指標試案」について意見や感想をまとめてみましょう。</li> </ul> <hr/> <p>4. 「幸福度指標」を批判的に分析する</p> <p>3 で出された意見をもとに、議論を行う。まずはグループごとになぜそのように考えたのかを発表させ、その後以下のような発問をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 出ている意見に共通性はありますか？</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 何についての／どの指標に対する意見が多いですか？</li> <li>➤ 「幸福度指標」で我々の幸せは完璧に測ることができますか？</li> </ul>
第 3 時  本 時	<p><b>5. 圏論の考え①—特性要因図を用いて全体をとらえる—</b></p> <p>「幸福度指標試案」をもとに、「子ども・若者」の幸せを測るための指標を特性要因図を用いて整理したものを見せる。特性要因図の学習とともに、そのよさや欠点などを学級で共有する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 「特性要因図」で表すことのよさは何ですか？</li> <li>➤ 「特性要因図」の欠点は何でしょう？</li> </ul> <hr/> <p><b>6. 圏論の考え②—構造の視覚化—</b></p> <p>問題点の所在を明らかにするため、幸せの全体像（構造）をとらえる新たな図表を作成する。学級全体での共有に向けて、一般性なども意識させるようにする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 子ども・若者の幸せを最も測れると思う図表を自分なりにかいてみましょう。</li> <li>➤ 構造を視覚化することのよさは何ですか？</li> </ul>

2. 本時の指導について

本時の指導 圏論の考えを取り入れた発見的考察 (第3時間目 / 3時間中)

本時の目標

- 構造を視覚化することのよさを認識し、それらを事象の考察に活用しようとする。【関心・意欲・態度】
- 事象を構造的に考察し表現したり、多面的に考えたりしている。【数学的な見方や考え方】
- 事象の構造を視覚化する方法を身につけている。【数学的な技能】

指導過程

時間	教師のねらい(◇)・発問(▷)・留意点(✓)	学習活動 (予想される反応)
7分 (7)	<p>1) 問題意識の共有</p> <p>前時の確認 (問題点の所在が分からない) を行なった後, 特性要因図 (図2) を提示する。</p> <p>▷ 「結果 (特性) に行き着くまでの原因の候補 (要因) を網羅的に抽出することによって, 総体的な因果関係の仮説を図示したものを『特性要因図』といいます。」</p> <p>▷ 『特性要因図』で表すことのよさは何ですか？」</p> <p>◇ 特性要因図に対する理解を深める。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 表で表すよりも分かりやすい</li> <li>• 関係性がよく分かる</li> <li>• 構造がよく分かる</li> <li>• 一直線で網羅できるのがよい</li> <li>• 簡単に作れそう</li> </ul>

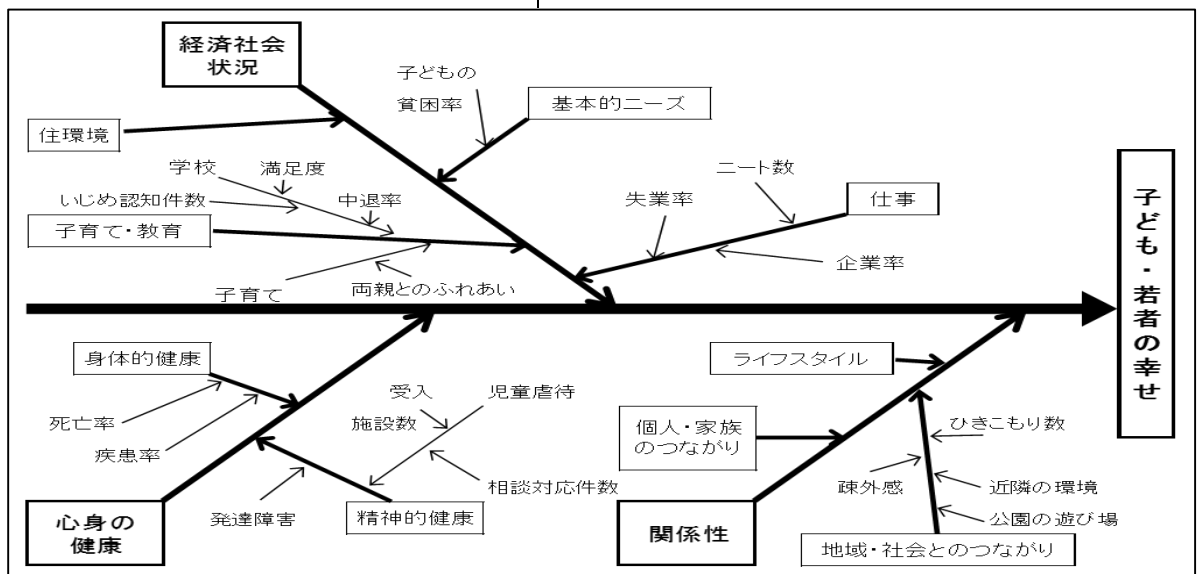
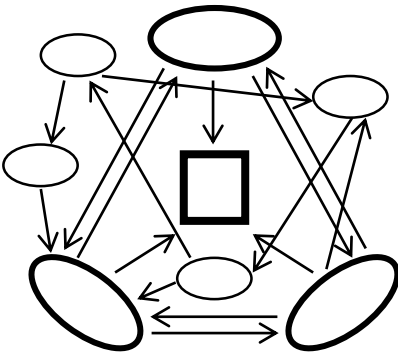
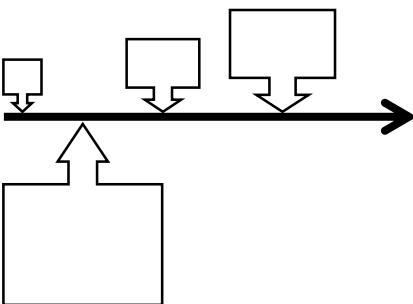
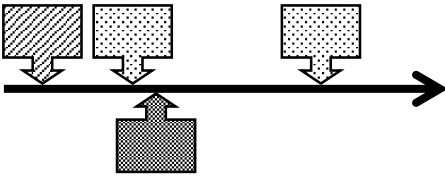
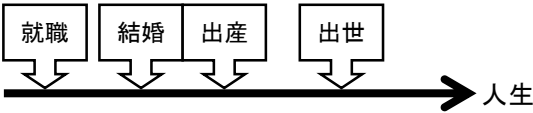
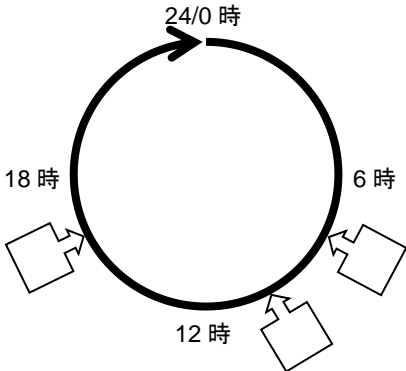
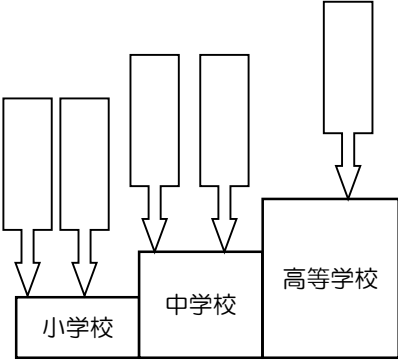


図2 特性要因図の例

- ▷ 「特性要因図の欠点は何ですか？」
- ◇ 特性要因図が完璧ではないことを理解する。

- 要因同士の相互関係が分からない。
- 重要度やランク付けができない。
- 時系列やタイミングが表せない。

時間	教師のねらい(◇)・発問(▷)・留意点(✓)	学習活動 (予想される反応)
1分	<p>▷ 「特性要因図のよさがありますが、今回はこれでは完璧ではなさそうですね。」</p> <p>2) 課題の提示</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>全体の構造を把握できたことにはならない。</li> </ul>
15分 (23)	<p>◇ 子ども・若者の幸せを測るための指標の構造を図示することで、問題の在りかを探る。</p> <p>✓ まず「自分の幸せ」について考えさせるようにする。</p> <p>3) 自力解決</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>子ども・若者の幸せを最も測れると思う図表を自分なりにかいてみよう。</p> </div> <p>① 相互関係型 相互関係を矢印等で網羅する。</p>  <p>② 重み付け型 (他の型と併用可)</p> <p>(1) 順序タイプ 矢印の先ほど (先から遠ざかるほど) 重要度が高い, 根本的であることを示す。</p> <p>(2) 面積タイプ 面積が大きければ大きいほど重要度が高いことを示す。</p> 

時間	教師のねらい(☆)・発問(▷)・留意点(✓)	学習活動 (予想される反応)
		<p>(3) 長さタイプ            矢印の長さが短ければ短いほど（長ければ長いほど）重要度が高いことを示す。</p> <p>(4) 分類タイプ</p>  <p>色づけ, 形, マークなどで重要度を区別する。</p> <p>③ 時系列型</p> <p>(1) 数直線タイプ</p>  <p>時間を主軸として, 幸せに影響するイベントや要因を加えていく。</p> <p>(2) 時計タイプ</p>  <p>③(1)をサイクルにしたもの。</p> <p>(3) ステージタイプ</p>  <p>ある期間をステージとして区切り, その下で幸せ</p>

時間	教師のねらい(☆)・発問(▶)・留意点(✓)	学習活動 (予想される反応)
10分 (33)	<p><u>4) 解決の共有</u></p> <p>①～⑤から 3, 4 人を指名し, 発表・説明させる。</p> <p>✓ どの図表に関してもよさに言及する。</p>	<p>に影響すると思われる要因を加えていく。</p> <p>④ 焦点型 どこか一分野に絞って考える (経済社会状況のみ / 心身の健康のみ / 関係性のみ)。</p> <p>⑤ 複合型 ①～④を組み合わせた図表。</p> <p>① 相互関係型</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 特性要因図では分からなかった, 要因同士の関係性が見える。</li> <li>• 矢印がいっぱい出ている要因は重要なものかな?</li> </ul> <p>② 重み付け型 (他の型と併用可)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• どれが主要因かが分かりやすい。</li> <li>• 本当に重要なものかな?</li> </ul> <p>③ 時系列型</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• タイミングが違えば幸せを感じる度合いも変わる, それ分かる。</li> <li>• 幸せの要因が時間と共に変わっていく様子もとらえられる。</li> </ul> <p>④ 焦点型</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 一ヶ所を集中的に網羅するから, より詳細に構造が分かる。</li> <li>• これを組み合わせたらより詳しい構造になるかな?</li> </ul> <p>⑤ 複合型</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 組み合わせると, 全体像を把握しやすくなる。</li> <li>• もっと組み合わせられないかな?</li> </ul>
10分 (43)	<p><u>5) 方法・思考の練り上げ</u></p> <p>元々の問題 (幸せは測れるのか) に戻り, その問題意識から 4)で挙げた図表を比較考察し, どの方法がより自分たちの幸せを測るのに適しているのかを考えていく (妥当性の考察)。また, その考察の目で改めて「幸福度指標」を見たときに, その指標の</p>	



時間	教師のねらい(☆)・発問(▶)・留意点(✓)	学習活動 (予想される反応)
2分 (45)	<p>よさや新たな問題点などを考えさせる。</p> <p>✓ 比較検討することで、それぞれの図表の長所短所を浮き彫りにしていく。</p> <p>▶ 「構造を視覚化することのよさは何ですか？」</p> <p><u>6) ふりかえりとまとめ</u></p> <p>既存の枠組みを批判的に考察 →個人的立場で発見的考察 →問題の全体的考察</p> <p>といった一連の活動を行なった。こうすることで、問題点をきちんととらえることができるようになった。問題解決をする上ではじめにすべきことは、問題点を明らかにすることである。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 構造をとらえることで、問題の理解につながる。</li> <li>• 問題点や考察すべき点がはっきりする。</li> </ul>
5分 (50)	<p><u>7) 学習感想</u></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 問題を解決するためには、まずは問題点を明確にする必要がある。明確にする方法の一つとして問題構造の視覚化をしたことはとても効果的であった。</li> <li>• 問題の構造を捉えていくことが大切であることが分かった。</li> </ul>

## 引用・参考文献

- [1] 内閣府経済社会総合研究所（2012）, 「別紙 1 幸福度指標試案」,  
[http://www5.cao.go.jp/keizai2/koufukudo/pdf/koufukudosian\\_sankousiryoku.pdf](http://www5.cao.go.jp/keizai2/koufukudo/pdf/koufukudosian_sankousiryoku.pdf)
- [2] 内閣府経済社会総合研究所（2012）, 「『幸福度に関する研究会報告—幸福度指標試案—』概要」,  
[http://www5.cao.go.jp/keizai2/koufukudo/pdf/koufukudosian\\_gaiyou.pdf](http://www5.cao.go.jp/keizai2/koufukudo/pdf/koufukudosian_gaiyou.pdf)