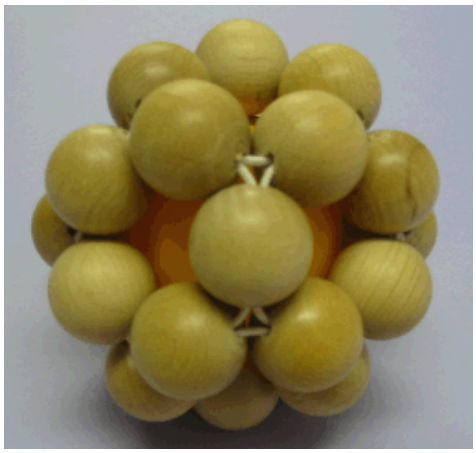
ビーズ球で作る立体模型

1節　ビーズ球立体模型の紹介

1．はじめに



（図 1）30 球の模型

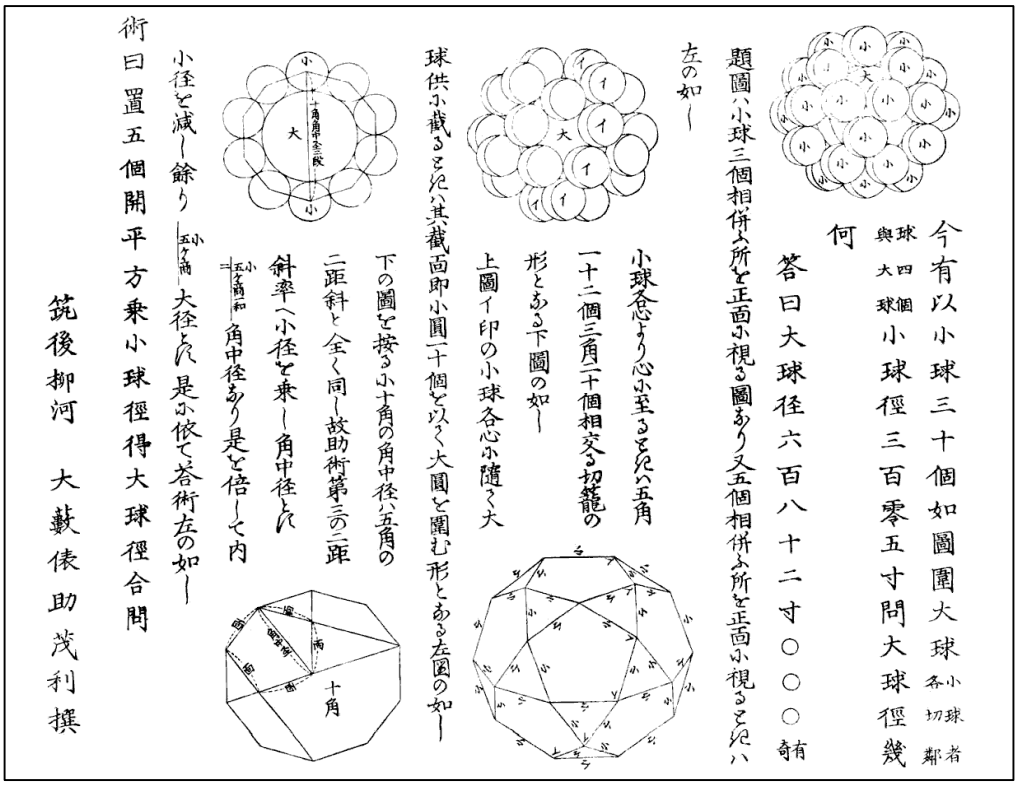
2006 年夏に堀部和経先生（当時愛知県立春日井高等学校）から（図 1）の写真のような 30 個の木球で作られた立体模型をいただいた。木球の直径は 2cm，5 個の木球でできる正 5 角形で囲まれた正 12 面体の模型である。この中に，30 個のすべての木球に接する卓球のラージボールが入っている。

筆者はこの模型の中の数理と作り方に興味を覚え，これがきっかけとなってビーズ球で作る立体模型の面白さに強く惹かれた。そしてビーズ球立体模型が立体図形を学ぶときの興味深い題材になるのではないかと考え，最初は授業の課題学習で，次第に学校の文化祭の数学体験コーナー，地域のサイエンスフェスティバルなどで勤務校の中高生や卒業生が指導員となって，子どもから大人まで幅広い年齢層の人に，ビーズ模型作りを教える機会を得てきた。どの場所でも参加者は模型作りに夢中になり，さらに難しい立体に挑戦して熱心に制作に取り組んでいた。

2009 年に東京学芸大学附属竹早中学校 1 年生で授業の教材として，ビーズ球立体模型を用いて空間図形の学習で実践を行った。そのときの実践報告は，参考文献[1]にまとめられている。本冊子は，前半でビーズ球立体模型の特徴と数理の一部分を，後半で作り方と授業実践例の紹介をしている。小冊が，授業等で先生方が生徒たちと制作をしたり，探究をしたりするときのきっかけや一助となれば幸いである。

2．算額の問題

（図 1）の模型は，天保 12 年（1841 年）頃の数学公式集「算法助術」[2]の巻末の応用問題にあった（図 2）の問題を，堀部先生が木球と卓球のラージボールを使って実際に作られたものである。

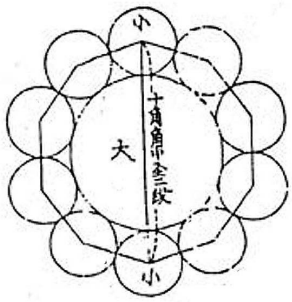


（図 2）30 個の球の外接問題　算法助術（天保 12 年）

この問題を現代風に書き直すと，次のような感じである。

半径の等しい３０個の小さな球で，図のように大きな球を囲む。ただし，小さな球は各々が４個の小球と大きな球に接している。このとき，小さな球の半径を１とすると，大きな球の半径はいくらになるか。

答えは，$\sqrt{5}$ である。（図 2）の文中にあるように，この模型は（図 3）のように小球 10 個が大球を囲む形となる。和算の解法は，正 10 角形の角中径*は正 5 角形の二距斜*と同じであるので，二距斜率*の公式を用いて $(\sqrt{5}+1)/2$ を得て，これを 2 倍し小球の径を引いて大球の径を求めている。二距斜率は，公式として求められていたので，$\sqrt{5}$ という解を素早く求めることができたと考えられる。



(図 3)小球の正 10 角形

問題の中では，「小球の径 305 寸とすると，大球の径はいくらか」と聞いている。「答えて曰く，大球の径 682.000 寸余り有り」とあり，大球の径を 682 寸とすると，大球と小球の径の比 $\sqrt{5}$ を，有理数近似の値として大変近似の良い $\frac{682}{305}$ =2.2360655 と表わしていることは驚くべきことである。当時の和算では，ルートの近似分数を平方零約術（連分数展開）という方法で求めている。筆者は最初この問題と模型に出会ったとき，正 10 角形構造ができることと，それによる小球と大球の比が $1:\sqrt{5}$ というすっきりした値になることに感動していた。しかし，問題文中の値が連分数展開による精度の高い近似値であることを指摘されて[3]，この問題の背景にあらためて驚かされた。$\sqrt{5}$ の連分数展開については，詳しくは参考文献の[3][4]を，連分数展開と有理数・無理数については[5]を参照されたい。

＊[用語注釈]

角中径・・・正多角形の中心と頂点とを結ぶ線分（外接円の半径）

二距斜・・2 辺を結ぶ対角線　　二距斜率・・1 辺の長さが 1 の正 n 角形の 2 辺を結ぶ対角線

３．ビーズ球を用いた立体模型の特徴

ビーズ球を用いた立体模型は，ゴム紐を通した**ビーズ球を辺**として多角形を作り，いろいろな多角形を組み合わせて作っている。ビーズ球の径は一定なので，多角形の辺の長さもみな等しくなり，ビーズ球でできた多角形は正多角形と考えて立体を見ることになる。ビーズ球模型は，発想次第でさまざまな立体模型を作ることができる。空間図形（多面体）の学習に用いた理由は次の5つである。

(1) 制作にあたって立体の面の配置を明確に意識することができる。
(2) 透明ビーズを使うと立体の構造が見やすい。
(3) 通常は難しい制作途中に現れる立体の構造を観察できる。
(4) 辺となるビーズをゴム紐でつなぐため容易に模型を変形させることができ，ゴム紐を引っ張って開いて模型の中に別の模型をはめ込む等，多面体同士の関係を調べることができる。
(5) 持ち運びや保管のし易さ，制作の面白さ等，立体に興味を持たせる教具として優れていると考えた。

ただし，次の点に注意をする必要がある。

(6) ゴム紐で辺の役割をするビーズをつなぐため，構造に自由度があり，正多面体と準正多面体以外の模型を制作するときには，面が正多角形にならず，面も平面とはならない場合がある。

４．正多面体模型の構造

ビーズ球で正多面体，準正多面体の模型を作ると，多面体本来の性質が見られるのは勿論であるが，ビーズ球模型ならではの特徴が現れる。（図 4）は左から正 12 面体（30 球模型），正 6 面体（12 球模型），正 8 面体（6 球模型）である。模型の構成は，原則はビーズ球が多面体の辺の部分になるが，この中で正 8 面体は例外で，ビーズ球を頂点の部分と考えて作っている。正 12 面体，正 6 面体は，1 つの頂点に辺が

3 つ集まっているが，正 8 面体は 1 つの頂点に辺が 4 つ集まるので，辺と頂点がわかりにくくなってしまうのである。正 8 面体は，頂点がビーズ球の方ができ上がったときに見やすい形になる。（図 4）は，正 12 面体を辺の方向から，正 6 面体と正 8 面体は頂点の方向から見た場合である。正 6 面体（立方体）模型は, 2 節の (図 10) は面が見える方向から写したものである。

(図 4) 左から正 12 面体 (30 球模型)，正 6 面体（12 球模型），正 8 面体（6 球模型)。大円上に球が並んでいる様子がわかりやすい方向から見た写真。

さて，(図 4) を見たとき何か気付くことはないだろうか。ビーズ球が円周上に 1 列に並んでいる様子がわかるだろうか。球の中心を通るように平面で切ったときに切り口にできる円を大円というが，どの模型も大円上にビーズ球が並ぶ構造になっている。対称性の高い閉じた立体は，このような大円構造ができる。特に，大円上にビーズ球が 1 列に並んでいることから，これらの正多面体ビーズ球模型に内接する球が存在し，その径を求めることができることがわかる。

５．30 球の模型の中の大球（内接球）の半径

（図 2）の問題の解法とは異なる方法で，大球の半径を求めてみることにする。同様の考え方で, 他の模型の内接球の半径も求められる。（図 5）は，直径 8mm のプラスチックビーズとゴム紐で作った正 12 面体模型の半分ができたところである。このとき，（図 6）のように 10 個のビーズが大円上に並んだ状態になっていて，ビーズの中心を結ぶと正 10 角形ができる。そして，中の大球は正 10 角形状に並んでいる小球に接しているので，大球の半径は（図 6）のように正 10 角形の中にできる正 5 角形の対角線の長さから求めることができる。

(図 5) 正 12 面体半分完成の状態

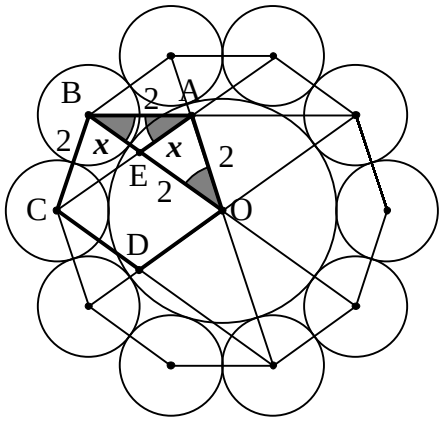
（図 6）で小球の半径を 1 とすると，小球の中心を結んでできる正 10 角形および，その中の正 5 角形の 1 辺の長さは 2 となる。

△OAB∽△AEB より，AE=x として相似比で式を立てると，

$$2 : x+2 = x : 2$$

より，　$x^2+2x-4=0$

これを解いて，$x>0$ より，$x=-1+\sqrt{5}$



（図 6）30 球模型の断面

よって，正 5 角形 OABCD の対角線の長さは,

$$\mathrm{OB}=x+2=1+\sqrt{5}$$

したがって，中の大きな球の半径は,

$$\mathrm{OB}-1=\sqrt{5}$$

となる。

６．１２球の模型の内接球の半径

ビーズで立体模型を作っていると，他にもきれいな立体模型ができることに気付く。先にあげた 12 個のビーズでできる正 6 面体である。この模型は，ビーズ 4 個でゴム紐の輪を閉じるように作っていく。ちょうど 9 個のビーズを使った状態で，（図 7）のように大円上に 6 個のビーズが正 6 角形を作って並んでいる。完成すると模型の中心を通る平面に，6 個の球による正 6 角形ができる構造になる。模型の中に

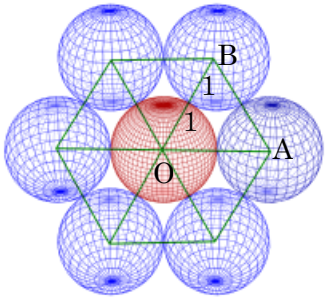
（図 7）正 6 面体半分完成の状態

球を入れると，外側に並んでいる 6 個の球と接していることになる。6 個の球による大円の構造は全部で 3 通りでき，中の球は，外側の 12 個の球すべてと接する。よって，（図 8）のように外の球の中心を結んでできる正 6 角形の対角線の交点 O が中の球の中心で，△OAB は正三角形であることから，外の球の半径が 1 ならば中の球の半径は，

$$OB-1=1$$

である。つまり，外と中の球の径は等しいことがわかる。

生徒に，立方体模型の中に入る球の大きさはどうなるだろうかということを考えさせることができる。模型が完成しても，ゴム紐を結ばずにおけば，いつでもゴム紐をほどいて途中まで戻ることができる。9 個のビーズを使った段階まで戻り，6 個のビーズで正 6 角形ができていること，この中に同じ大きさのビーズが 1 個入ることを実際に入れて確かめるとよい。また，完成した立方体模型のゴム紐を引っ張って開いて，中に同じ大きさのビーズがぴったり入ることを確かめてもよい。12 球の場合の外の球と内接球の半径の関係は，小学生でも考えることができる。



（図 8）12 球模型の断面

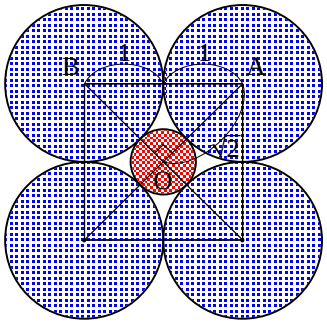
７．６球の模型の内接球の半径

さらに，6 個のビーズを使って（図 3）の一番右のように正 8 面体を作ることができる。ただし，今度の場合はビーズは正 8 面体の頂点の位置にあると考える。互いに接している 6 個のビーズに内接する球の径は，どうなるだろうか。

模型の中心を通る平面に，外のビーズ球が 4 個大円上に並び，その中心を結ぶと正方形ができることを見つけられるとよい。（図 9）のように，中の球の中心は正方形の対角線の交点 O で，△OAB が直角二等辺三角形であるから，外のビーズの半径を 1 としたとき内接球の半径は，

$$OB-1=\sqrt{2}-1$$

となる。



（図 9）6 球模型の断面

２節　ビーズ球で作る立体模型の作り方

模型作りは，やってみるとそれほど難しくはない。正 12 面体模型は中学生なら，初めてでも 20～30 分程度で，慣れると 10～15 分程度で作ることができる。

和算の問題の 30 球の模型は，正 5 角形が 12 個組み合わさってできる正 12 面体にあたる。正 6 面体（立方体）は辺の数が 12 なので，ビーズ 12 球で作ることができる。正 8 面体は正三角形 8 個で頂点が 6 なので，ビーズ 6 球で作ることができる。また，準正多面体としてよく知られている，サッカーボールの形は準正 32 面体で正 5 角形 12 個と正 6 角形 20 個でできている。辺の数は 90 なので，ビーズ 90 球で作ることができる。他にも，同様に準正多面体を作ることができる。ここでは，基本的な多面体の作り方について説明を行う。

１．材料の準備

(1)　ゴム紐の長さ

制作する模型に必要なビーズの個数を x 個，ビーズの直径を y cm とすると，1 個のビーズに 2 回ゴム紐を通すので，必要なゴム紐の長さは，$x\times 2\times y = 2xy$ cm に余裕分を足した長さである。

例えば，（図 12）の準正 32 面体は，辺の数が 90 なのでビーズ 90 個，0.8cm 直径のビーズを使っているので，90×2×0.8=144cm 途中の作り方にもよるが，予備として 36cm 位を加えて，ゴム紐 180cm。初心者は途中のゴム紐の長さが左右で大きく違ってしまう場合があるので，多少多めに取った方がよい。

例えば，正 12 面体　30×2×0.8=48cm　初心者なら余裕を 22cm 位とって 70cm。余れば，ストラップの紐にしてもよい。慣れれば，余裕を 12cm 位にして 60cm でもよい。

(2)　ゴム紐

ビーズの直径 8mm の場合，丸ゴム（1 本丸　白　300m 単位@2600 円），カラー丸ゴム（28 番　ピンク・青　300m 単位@3000 円）を使用した。

直径 10mm の場合，丸ゴム（2 本丸　白　300m 単位@2600 円）を用いた。このゴム紐のサイズと名称，価格は，川村製紐工業株式会社（http://www.seichu.co.jp/）を参照。

直径 6mm の場合は，細丸（銀　#28　30m 単位@525 円）ただし，径 6mm は学校の教材としては小さすぎるように思うので，体験コーナー等の機会に適宜使用した。

（価格は 2009 年当時のもので変動あり）

(3)　ビーズ

（図 12）は透明無色プラスチック直径 8mm 丸ビーズ（2.5 穴）（@1 円）

（図 10）は青透明ビーズ直径 10mm 丸ビーズ（2.5 穴）（@2.2 円）

このビーズのサイズと価格は，カンプラ工業株式会社（http://www.shikoku.ne.jp/kampura/index.html）を参照。（価格は 2009 年当時のもので物価により変動あり）

色付きプラスチック直径 8mm，6mm 丸ビーズ（@1.6 円，1.2 円）

問合せ先は，SH 島村株式会社（http://www.sh-shimamura.co.jp/）

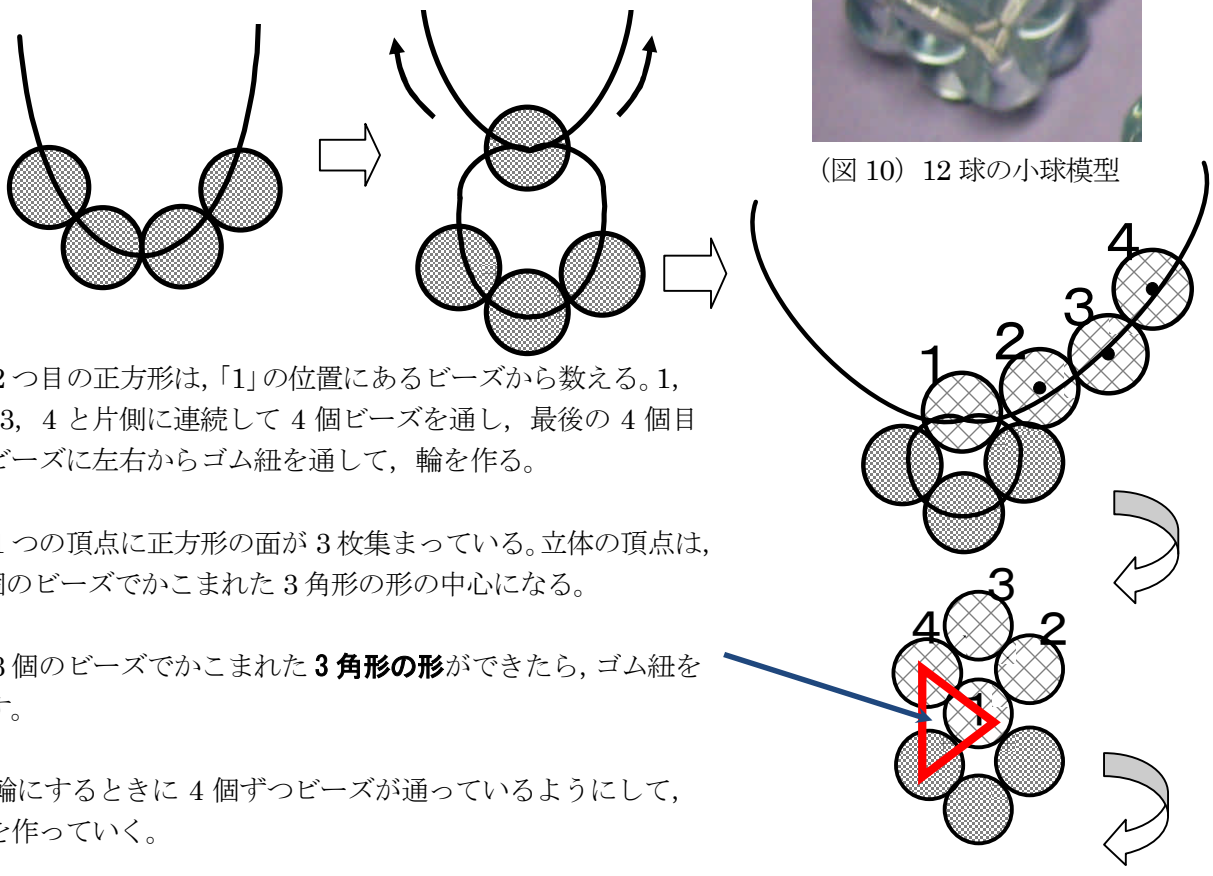
（価格は物価により変動あり）

２．12 球の模型（正 6 面体・立方体）の作り方

(1)　ゴム紐にビーズが 4 個通ったら輪にして正方形の面を作る。

ビーズは正多角形の辺の中点にあると考える。

（図 10）12 球の小球模型



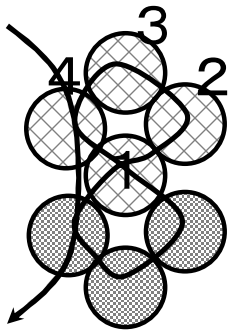
(2)　2 つ目の正方形は，「1」の位置にあるビーズから数える。1，2，3，4 と片側に連続して 4 個ビーズを通し，最後の 4 個目のビーズに左右からゴム紐を通して，輪を作る。

(3)　1 つの頂点に正方形の面が 3 枚集まっている。立体の頂点は，3 個のビーズでかこまれた 3 角形の形の中心になる。

(4)　3 個のビーズでかこまれた **3 角形の形**ができたら，ゴム紐を通す。

(5)　輪にするときに 4 個ずつビーズが通っているようにして，面を作っていく。

(6)　正方形の面を 6 個作り（ビーズ 12 球），最後にビーズに 2 回ずつゴム紐を通して完成。ゴム紐は観察が終わるまでしばらないでおく。最後に 2 回かた結びをして余分な紐を切る。



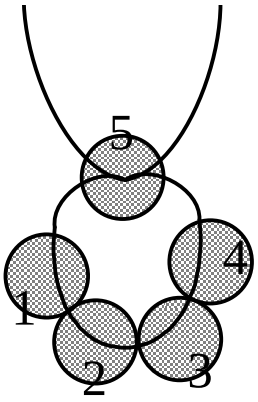
制作途中のビーズの並び方で，気づくことはありませんか？
でき上がった形をいろいろな方向から見てみましょう。

３．30 球の模型（正 12 面体）の作り方

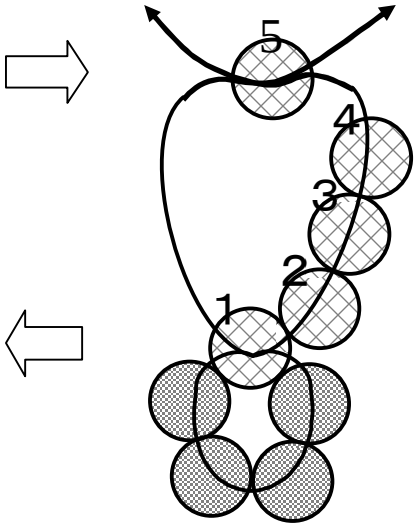
(1)　ゴム紐にビーズを 5 個通したら，輪にして正 5 角形を作る。

（図 11）30 球の小球模型（和算の問題）

(2)　2 つ目の正方形は，「1」の位置にあるビーズから数える。1，2，3，4，5 と片側に連続して 5 個ビーズを通し，最後の 5 個目のビーズに左右からゴム紐を通して，輪を作る。

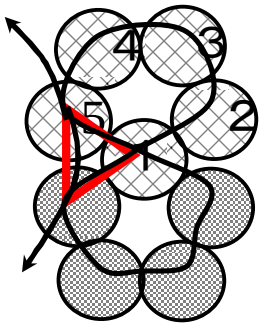


(3)　3 個のビーズでかこまれた **3 角形の形**ができたら，ゴム紐を通す。

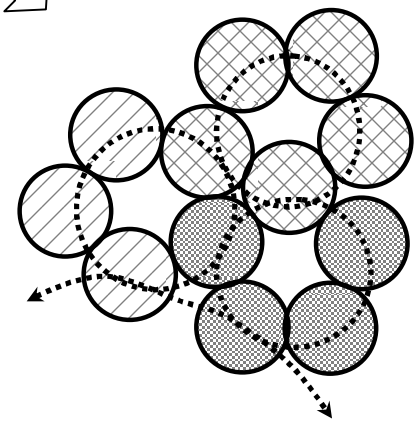


(4)　輪にするときに 5 個ずつビーズが通っているようにして，正 5 角形の面を作っていく。

(5)　5 角形の輪を作るたびに，ゴム紐の両端を引っ張ってゴム紐のたるみをなくすようにする。（たるみがあると，模型が崩れてきれいな形にならない。）



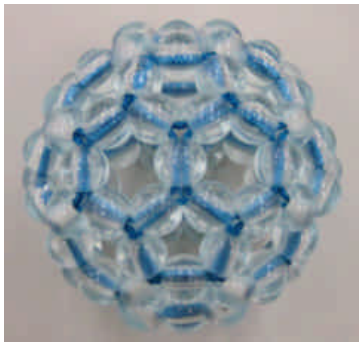
(6)　正 5 角形の面を 12 個作り（ビーズ 30 球），最後にビーズに 2 回ずつゴム紐を通して完成。ゴム紐は，ほどくことができるよう，観察が終わるまではしばらないでおいておくとよい。最終的には，2 回かた結びをして閉じる。



ちょうど半分できたときのビーズの並び方で，気づくことはありませんか？
でき上がった形をいろいろな方向から見てみましょう。

〔30 球の実物模型の作り方の考案は，堀部和経先生[6]〕

４．90 球の模型（準正 32 面体）の作り方



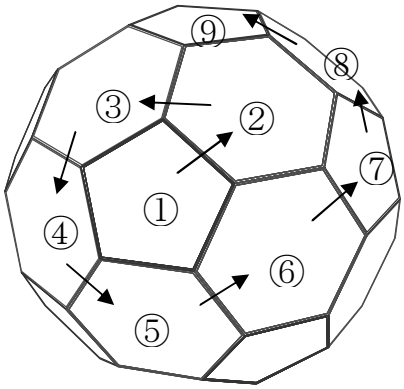
（図 12）準正 32 面体

(1)　正 12 面体や正 6 面体の模型作りの要領と同じように，5 角形は 5 個のビーズ，6 角形は 6 個のビーズを通したら，最後の端のビーズに左右からゴムを通して輪を作っていく。

(2)　作る順番は，（図 13）のように最初に 5 角形を作り，その 5 角形を 1 周するように 6 角形を連続して次々と作って行く。

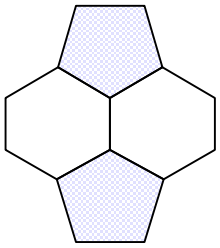
(3)　6 角形を 5 個作ったら，次に⑦5 角形→⑧6 角形→⑨5 角形→6 角形→5 角形→6 角形→5 角形→6 角形→5 角形→6 角形と，最初の 5 角形を中心に周囲を取り囲むように作るようにする。

(4)　この多面体も，1 つの頂点に 3 つの面が集まっているので，3 個のビーズでかこまれた **3 角形の形**ができたら，必ずゴム紐を通す。



（図 13）作り方の順番

(5)　サッカーボール型準正 32 面体の 5 角形と 6 角形の配置は，どの場所も（図 14）のようになるように作って行く。



（図 14）5 角形と 6 角形の配置

(6)　5 角形と 6 角形の位置関係に誤りがないか，ビーズに 2 回ずつゴム紐が通っているか確認をしてゴム紐を結ぶ。

３節　授業実践例

2009 年度に東京学芸大学附属竹早中学校 1 年生で実践した記録から，正 6 面体・正 12 面体模型の制作と，準正 32 面体の制作をしたときの授業，および準正 32 面体が何故できるのかを考えた授業の 3 つを紹介する。ビーズ球を多面体の授業に用いた実践記録として，本冊子と合わせて[1]をご覧いただきたい。

１．１次 3 時間目・4 時間目の実践

この授業のねらいは，ビーズ球にゴム紐を通す方法で正 6 面体と正 12 面体をつくり，模型の制作過程を観察したり，正 6 面体・正 12 面体模型を相互に観察したり組み合わせたりして，立体模型の特徴を見つけることである。

「でき上がりや途中の形で気づいたこと」，および「感想」を，生徒のワークシートから抜粋する。

〔立方体（12 球）模型〕
・頂点を上にして見ると六角形ができている。
・面の反対側には，平行な面がある。　・立方体の中に同じ大きさのビーズがぴったり入る。
・辺 12，頂点 8，面 6　他
〔正 12 面体（30 球）模型〕
＊上と下に面が 1 面ずつあって，その周りを囲むように上下に 5 面ずつ面がある。（1+1+5×2=12←正 12 面体）・辺 30，頂点 20，面 12
・半分できたところの断面図を見たら，10 角形ができていた。
・正 12 面体には，立方体（12 個のビーズでつくったもの）が，すっぽり入る。そして，五角形の真ん中に立方体のビーズが入る。　他
〔感想〕
・ビーズで作ることによって立体の切り口やでき上がったときの特徴などをたくさん見つけられ，紙で作ったときとはまた別の考え方が生まれてきました。

＊では，生徒は面の個数と位置関係を捉えている。手前と向こう側の両方の面が見えるので，立体の構造が見やすく，対称性も把握しやすい利点がある。また，模型がゴム紐で繋いでできているので，つぶしても元に戻せるため，生徒は模型を自在に押しつぶしたり，広げたりして見やすい形に変形して調べたいことを確認していた。また，感想にあるように，ビーズ立体模型には予測のできない発見的な内容があると筆者も感じている。

２．1 次 7 時間目・8 時間目の実践　（5 角形と 6 角形で作る立体模型と生徒の取り組み）

(1)　授業のねらい

・ビーズ球にゴム紐を通す方法で準正 32 面体（サッカーボール型）をつくる。

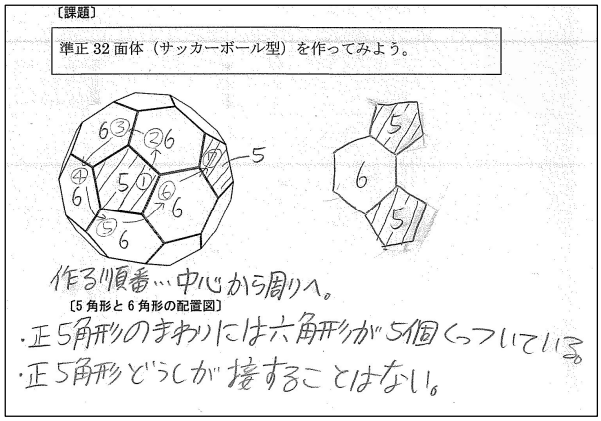
・サッカーボール型準正多面体の面の形と配置を理解し，準正多面体の定義を明らかにする。

(2)　準備

・ビーズ，ゴム紐，ワークシート

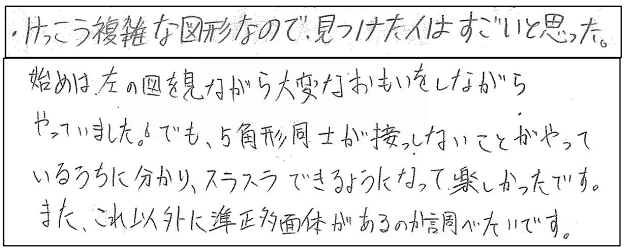
(3)　授業の実際と考察

はじめにサッカーボール模型を提示して，面が正 5 角形と正 6 角形が規則正しく並んでできていることを確認した。サッカーボール型準正多面体の制作は，ワークシートにかいた正5角形と正6角形の配置の基本単位図と，出発点から円を描くように周囲に面を作っていくようにという注意をして始めさせた。(図 15)



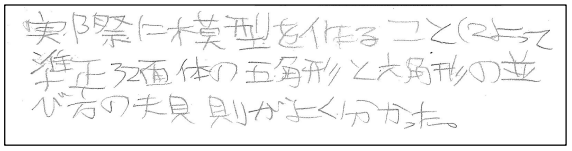
(図 15) 生徒のワークシート記入例

生徒は，正 6 面体や正 12 面体を作った経験から，90 球（辺）の準正 32 面体を自力で作ることができる生徒が多かった。わかる生徒にどんどん聞いて，2 時間の予定が 1.3 時間位で次の内容に入ることができる状態であった。また，このような立体をだれが考えたのだろうというような，立体の生成を考える動機のような感想が何人もみられた。(図 16)

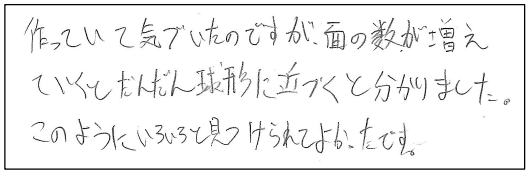


(図 16) 生徒のワークシート感想

また，<u>実際に模型を作ることによって，サッカーボールが正 5 角形と正 6 角形でできていることや，どのように並んでいるのかはっきりとわかったと書いている。</u>(図 17) さらに，生徒は作って気づいたことについて，次の授業に関係するようなことをあげている。(図 18)



(図 17) 生徒のワークシート感想



(図 18) 生徒のワークシート感想

３．　2 次 10 時間目の実践（発展編−準正 32 面体と正 20 面体との関係−）

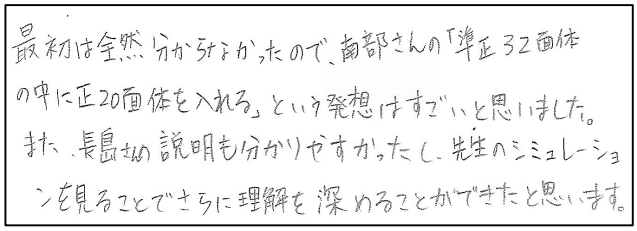
(1)　本時のねらい

・準正多面体の一覧表を使って，準正多面体の種類を確認する。その中のいくつかの例を使って，正多面体との関係を考える。

・GRAPES で作ったシミュレーションを用いて，多面体の形の変化の様子を理解する。

・準正多面体は正多面体からできることをもとに，準正 32 面体（サッカーボール型）の生成理由を説明する。

(2)　準備



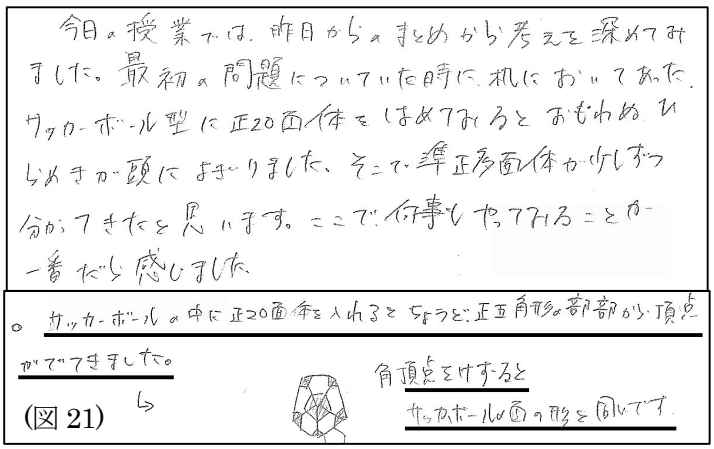
(図 19)　生徒感想

・準正多面体の一覧表，各自が作った模型　　・2D・3D-GRAPES[7]，パソコン，プロジェクタ
・ワークシート（最後に感想を書く）

(4)　授業の考察

この授業では，実際の授業で２つの展開があった。

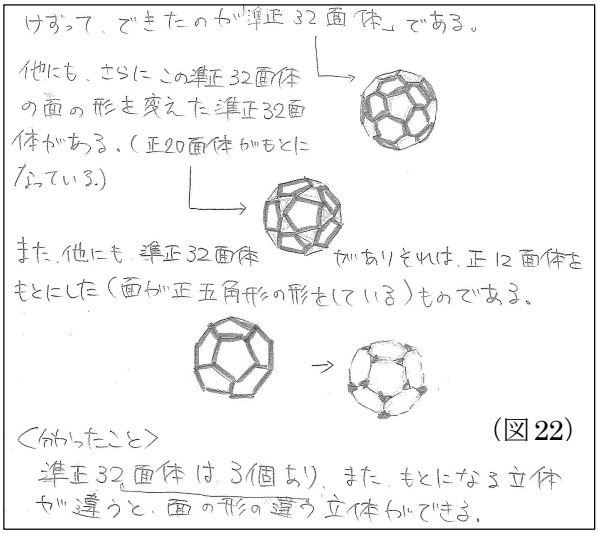
生徒 N さんの発言によって展開した例である。(図 19)の生徒感想にあるように，N さんは準正 32 面体サッカーボール（ビーズ）模型に折り紙で作った正 20 面体を入れてみた（図 20）。N さんは，これを（図 21）のように書いている。



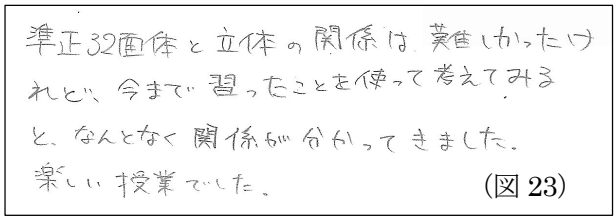
(図 21)

（図 20）N さんの発見。正 5 角形の面と正 20 面体の頂点が一致している。

この 2 つの模型を組み合わせた説明に他の生徒は納得し，確認のためのコンピュータを使ったシミュレーションへと進んだ。正 20 面体の頂点を削ると，サッカーボールができるのではないかという生徒からの発言をもとに，**正 20 面体模型に線を書き込み削るイメージを作り，コンピュータを使ってシミュレーションを観察した。**（図 22）を書いた生徒の学習感想が（図 23）である。



(図 22)


準正32面体と立体の関係は、難しかったけれど、今まで習ったことを使って考えてみると、なんとなく関係が分かってきました。
楽しい授業でした。
(図 23)

〔参考〕三角形の板で作る立体模型（作り方と生徒作品写真）

「正三角形の板」で多面体を作る

「正三角形の板」」を作ります。3 つの辺が全部 2 重になっていて，板の面積と全く同じ広さのポケットのある三角形の板です。この三角形を「つなぎ手」でつないでいくと多面体の模型ができあがります。

【作り方】

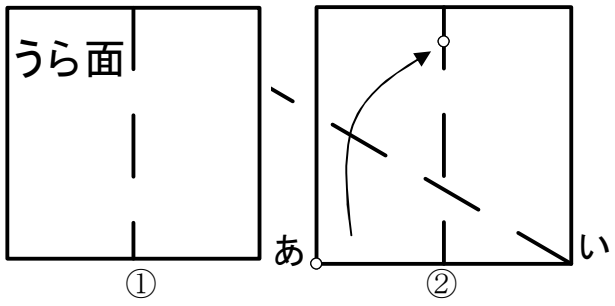
(1)　二等分の折り目をつける。

(2)　「い」を基点に「あ」が二等分線の上にくるように折る。

(3)　「あ」「い」に沿って残りの部分を折り曲げる。

(4)　はじめに折った下側の部分を開く。

(5)　「あ」を基点に「a」が「b」に重なるように折る。



(6)　いちばん初めにつけた二等分線上の「c」と「d」が合わさるように折る。

(7)　左側を正三角形に折る。「う」の小さな角も折っておく。

(8)　「い」の角を，正三角形の半分のポケットに入れる。はじめに折り目をつけておくと入れやすい。

(9)　「正三角形の板」完成。

次は「つぎ手」を作ります。

(1)　正三角形の板を作った紙の 4 分の 1 の紙を用意する。

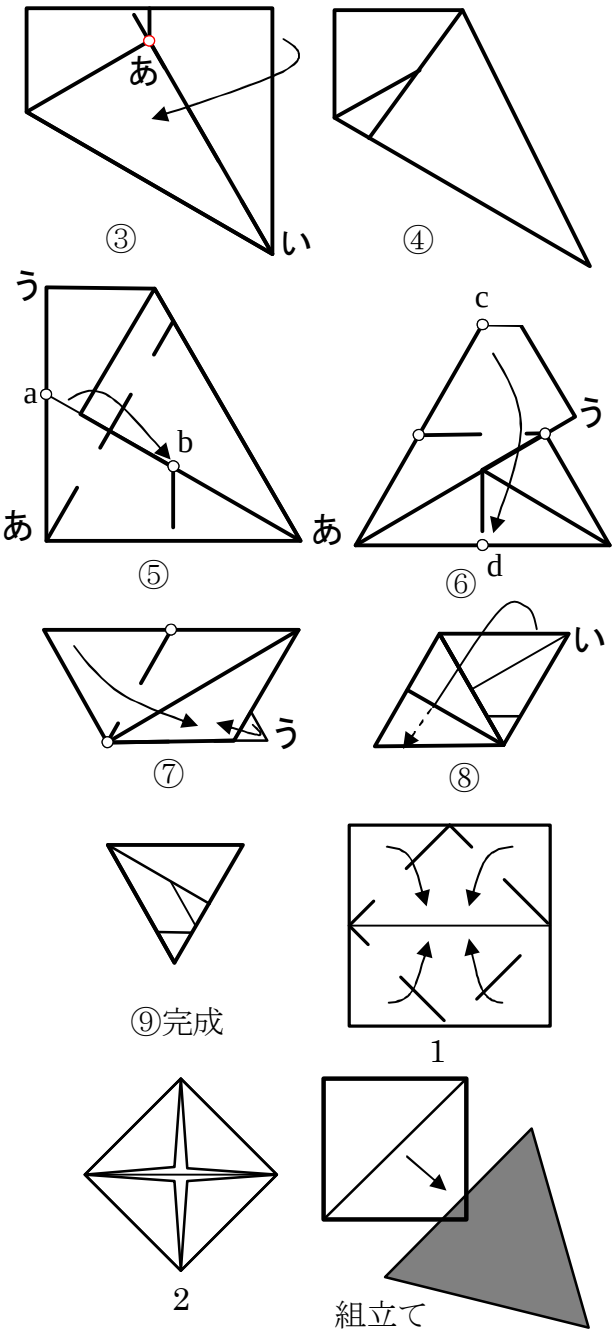
(2)　中央に折り目をつけて，これを軸に四方から角を折ればでき上がり。

「つぎ手」を使って正三角形の板をつなぎ合わせるとき，「つぎ手」の二等分線が，板のポケットのふち（正三角形の辺）になるように入れるよう注意しましょう。

さて，正三角形をどのようにつないでいくと，どんな形の多面体ができるでしょうか？

多面体の形を決めたら，のりを「つぎ手」の中央にほんの少し使って組み立てると，途中でくずれる心配がありません。また，折り紙の色にも気を遣ってみましょう。1 色でもいいですが，形によっては 4 色や 2 色で作るとスッキリした感じになります。

考案は，折り紙研究家・笠原邦彦さん（東京・多摩市）。説明文は，1980 年 8 月 17 日読売新聞・日曜版を参考。



〔生徒作品〕

4．おわりに

空間図形の概念は，立体を実際に手に持って触ったり，いろいろな方向から眺めたり，本当に切って断面を見たりすることで，次第に身に付いていくものである。このようにビーズ球で実際に作ってできた模型を眺めてみると，立体のいろいろな構造に気付くことができる。数学の教材としての大きな可能性を感

じている。また，授業とは離れるが，ビーズの色や種類を変えることで，見た目にもきれいな模型を作ることができて，小さな子どもから大人まで幅広く身近なものとして興味をもってもらえると思う。

写真は，2008 年 2 月に行われた「うしくサイエンスフェスタ」の実験ブースで，「ビーズ球を使った立体模型」を担当し，30 球と 12 球の模型作りを高校生のスタッフが指導したときの様子である。集まった大勢の小学生や中学生が熱心に模型作りに取り組み，立体に興味を持ったようである。ぜひ，一度挑戦してみてください。

さらに発展的な立体模型に興味のある方，模型についての詳しい説明を知りたい方は，堀部和経先生のホームページ[8]に詳細な解説が掲載されているので，ぜひご覧になって頂きたい。

〔謝辞〕

堀部和経先生には，和算の問題とビーズ球模型との出会いから始まり，先生が制作された数々の興味深いビーズ球立体模型を紹介して頂き，その作り方について懇切丁寧なご指導を頂きました。ビーズ球模型を教える機会にも，資料や提示用の大型模型をお送り頂くなど有難いご配慮を頂きました。また，本冊子をまとめるにあたり，「30 個の球の外接問題」の和算の連分数展開による分数近似値についてのご指摘を頂き，数学的な背景についてのご助言は大変勉強になりました。この場をお借りしまして，堀部先生のご指導と貴重なご助言に心から感謝を申し上げます。

【参考文献】

[1]小野田啓子：「空間思考の育成に向けて」，東京学芸大学附属竹早中学紀要第 48 号，pp.21-53，2010
http://www.u-gakugei.ac.jp/~onodakk/math/indexchuugaku.htm#kuukan_sikou
[2]山本賀前：算法助術，1841(天保 12 年)
[3]堀部和経：「算法助術(天保 12 年 1841 年)に見るルート 5 の有理数近似について」
http://horibe.jp/PDFBOX/sanpou30ball.pdf
[4]深川英俊：「江戸時代のフェルマー - ペル方程式の解法 「平方零約術」解説」，数学セミナーvol.50 no.3 594，pp48-54，2011.3 月号
[5]高木貞治：「初等整数論講義 第 2 版」，共立出版，1971
[6]堀部和経：「30 球タイプの作り方」 http://horibe.jp/PDFBOX/for30Balls.pdf
[7]友田勝久：2D,3D-GRAPES は友田先生が作成されたフリーソフトで，下記 URL から最新版をダウンロードすることができます http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes/index.html
[8]堀部和経：「数学とその周辺 画像ギャラリー本館 2 階」 http://horibe.jp/Gr2F.HTM

なお，本文中に記載できなかったが下記 URL は，筆者のビーズ模型の制作の記録と空間図形等の実践記録を掲載している筆者のホームページです。合わせて参照してください。

[9]小野田啓子：「ビーズ編みで多面体を」http://www.u-gakugei.ac.jp/~onodakk/math/index5.htm
「コンピュータを活用した数学の授業実践」http://www.u-gakugei.ac.jp/~onodakk/math/index.htm

＊本研究は，平成 21 年度から平成 23 年度の科学研究費補助金（奨励研究）（課題番号 21913003, 22913002, 23913001）の補助を受けて行われた。