

## 空間思考の育成に向けて 3

— 正多面体の対称性と双対性, 正射影の教材化の試みと実践報告 —

東京学芸大学附属竹早中学校 小野田 啓子

### 1. はじめに

児童・生徒の空間を把握する解析力・思考力の育成を図る教材の開発と指導方法の研究を目的として, ①正多面体を制作しその性質を調べる学習を中学1年生の空間図形で行った.<sup>[1]</sup> その実践の反省点として, 正多面体の『双対性』の位置付けが不明確であったことがある. そこで, 正多面体の『対称性』に着目して, 『双対な立体』同士の対称性が同じであることを見つける授業を行い, 『双対性』を『対称性』との関係で学習内容に位置付けることを試みた. 同時に, 正多面体を『対称性』に着目して分類する見方を養うこともねらいとした.

②空間思考を伴う身近な題材で, 数学が活用されている地図の図法の教材化を試みた. 平面上の図形を球面上に正射影<sup>[2]</sup>する方法を, 三平方の定理を用いて, 計量的に考える授業を中学3年生で行った. 問題提示の方法と生徒の活動方法についての, 今後の課題と成果について報告を行う.

### 2. 授業実践

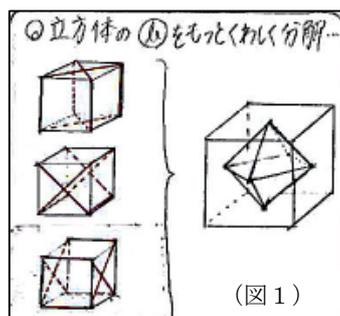
#### (1) 正多面体の対称性と双対性

##### ア 授業のねらい

- 平面図形と比較しながら立体図形の対称性を考え, 立方体と正8面体の対称面を調べる.
- 2つの立体の対称面の数が同じであることから, 双対性と対称性との関係を考える.

##### イ 結果と考察

立方体と正8面体の対称面を模型と輪ゴムを使って調べさせた. どちらも対称面の数は9つで等しいことを見つけ, その理由を考えた. 以前学んだ2つの正多面体の関係を思い出して, (図1)



のように立方体の対称面が正8面体の対称面と同じになることを考えることができた. さらに, 生徒は次のように理由をまとめることができた.

理由として, 立方体の面の数と正8面体の点の数が等しいことがあげられる. 正8面体の1辺の半分のところを点をうち, 点を結ぶと立方体になる. すると, 立方体の線の引き方と, 正8面体の線の引き方は全く同じであることが言える.

#### (2) 正射影の教材化の試み

##### ア 授業のねらい

- 平面から球面への正射影を考え, 三平方の定理を使って, 空間における点と点の対応関係を解析的に考える力を養う.

##### イ 実践

生徒4~5人でノートパソコンを使い, 3D-GRAPESを用いてグラフをかくことも行った. 詳細は[3].

### 3. 実践結果と課題

正多面体の対称性と双対性の実践では, 結論として, 生徒は対称性が同じ立体は互いに双対な関係にあることを見つけ, 対称性の分類も見通しを立てることが可能であったといえる.

正射影の教材化の試みでは, 「課題提示方法と3次元のグラフを手でかくために透明半球を用いる」という具体的な手立てを生徒の意見から得ることができた. これらを取り入れて今年度さらに実践を行ってみたい.

#### [参考文献・資料]

- [1] 小野田啓子: 「空間思考の育成に向けて」, 東京学芸大学附属竹早中学紀要第48号, pp. 21-53, 2010  
[http://www.u-gakugei.ac.jp/~onodakk/math/indexchuugaku.htm#kuukan\\_sikou](http://www.u-gakugei.ac.jp/~onodakk/math/indexchuugaku.htm#kuukan_sikou)
- [2] 堀部和経: 数学とその周辺「DOME」25 階  
<http://horibe.jp/DOME.HTM>
- [3] [http://www.u-gakugei.ac.jp/~onodakk/math/kuukan\\_shikou\\_2011/2011\\_taishousei\\_seishaei.pdf](http://www.u-gakugei.ac.jp/~onodakk/math/kuukan_shikou_2011/2011_taishousei_seishaei.pdf)  
\*本研究は(1)平成21年度科学研究費補助金(奨励研究)(課題番号21913003), (2)平成22年度科学研究費補助金(奨励研究)(課題番号22913002), およびノートパソコンの一部は平成22年度東京学芸大学特別開発研究プロジェクト, 附属学校研究会プロジェクト研究の補助を受けて行われたものである.