標本調査における標本の大きさを決める要因の探求

実験を通した推測統計の理解の試み

東京学芸大学附属竹早中学校　小野田　啓子

１　活動の構想

(1)　「標本調査」の指導のねらい

竹早算数・数学連携カリキュラム確率・統計分野において，重視しているものとして，資料の分布を捉える活動がある。身の回りで起こる事がらや，様々なデータに対して，資料の分布を踏まえて，その結果や傾向を読み取り分析する態度を育てたいと考えている。

本単元の目標は,「母集団から標本を取り出し，その傾向を調べることで，母集団の傾向を読み取る能力を培う」[1)]である。子どもたちは，小学校までの学習を基に，1 年生では，目的に応じて資料を収集し整理して，その資料の傾向を読み取る活動を通して，資料の散らばり（分布）の様子と代表値の意味について考察をした。2 年生では，実験が可能な統計的確率が，起こる事がらがすべて「同様に確からしい」と考えられるとき数学的確率と一致することを，実験結果を基に学習してきている。3 年生では，母集団のすべてを調べなくても，その一部分を調べることで，全体の傾向をある程度の正確さで把握することができることを，確率的な考え方で子どもたちが解釈し説明できることを目指した。また，標本調査の標本数と信頼度の関係について子どもも疑問を持った。そこで，本実践は，実験を通して次のことがらを探求することを目標とした。

① 一部分の標本で全体の傾向を捉えることができることを理解する。

② 標本の大きさを決める要因を明らかにする。

③ 標本調査の信頼度に対する評価をする。

標本調査の信頼度に関して，原田（1982）[2)]は，生徒が納得できる指導が可能であったが,「ある資料の標本の大きさをどう決定するか」ということについて，生徒の納得が得られなかったと報告している。そして,「標本の大きさと母集団の大きさとの関係については深くふれずに終わった」とあり，指導する内容としてどこまで必要かということがあるが，この 2 点を課題として指摘している。また，鈴木(1974)の実践からも，生徒の学習活動と反応の記録に「標本はせめて 1 割はとらないと標本調査はあてにならない」,「標本の数は何％ぐらいとればよいのか」という生徒の記述があり，それに対する考察として「ある程度標本数を多くすれば，母数が推定できることは認めているが，信頼度の尺度がはっきりしないために疑問を持った生徒が多かった」とある [3)]。このことについて, 筆者は中学生が扱える範囲で, 何らかの納得のいく探求ができないかと考えてきた。つまり，数式的な扱いに偏らず，統計的確率と同様に実験結果を通して，標本の大きさに関係する要因は何かを見出すことができないかと考えた。標本の大きさを決める要因が分かれば，標本調査を行うにあたって，標本の大きさの妥当性を考えることができるようになる。また，標本調査の信頼度に対する評価についても，実験を通して，考える活動を行った。

(2)　本単元において主体性が発揮されたときの姿について

竹早地区算数・数学連携カリキュラムの標本調査は,〔表 1〕の通りである。身の回りの問題を解

決するために，調査方法を決め，標本調査を行う上で(1)①②③について，各自が根拠を持って考えて判断し，自分の考えを説明しようとする姿，標本調査の結論を基に問題をより良く解決しようとする姿，及び判断の根拠を明らかにするために実験を計画・実施し，結果を考察して結論を導き出す姿を，主体性が発揮されたときの姿と考える。何故ならば，問題を解決するために，統計的方法を使い，得られた結論の合理性を考え，信頼度のある結論を現実の問題解決に活用しようとすることは，竹早地区算数・数学連携カリキュラムにおいて育てたい子ども像の「数学を使って問題を解決しようとする子」の面であり，主体的に学んでいると考えられるからである。また，根拠となる事がらを自ら見出そうとすることは，育てたい子ども像の「数学をつくろうとする子」の面であり，新しい概念や知識をつくりだそうとする態度を育てることになると考えるからである。

〔表 1〕　【標本調査】中学３年　東京学芸大学附属　竹早地区 算数・数学連携カリキュラム

ステージ	ステップ	学習内容	〔学習目標〕　・標本調査の意味やその方法を理解し，標本の傾向から母集団の傾向をよみとり，問題を解決する。			
			資料の収集	資料の整理	資料の特徴・傾向の把握	用語・記号
第４ステージ	第８ステップ	標本調査	○身のまわりの調査をするのに，標本調査と全数調査のどちらが適切であるかを判断する。 ○標本の大きさを決める要因を見出す。 ○調査目的や母集団の性質を踏まえて，標本の取り出し方や標本の大きさを考える。 ○乱数表などを利用して，標本を無作為に抽出する方法を考える。	○母集団の平均値を標本調査によって推定する。 ○標本調査で得られた数量の割合が母集団の数量の割合にほぼ等しいと考えてよいことを使って，母集団の数量を推定する。 ○母集団の数量を標本調査によって推定する。	○標本調査を利用して身のまわりの母集団の性質や分布の様子の傾向をよみとり，自分の考えを説明することができる。 ○標本調査の推定値の信頼度について，評価をする。	全数調査，標本調査，母集団，標本，無作為標本平均，無作為抽出

(3)　主体性を育むための手立てと見取る観点

子どもの自然な疑問を課題として，主体的な活動が行われるようにするために，実験的な活動を位置付けることを考えた。具体的には，次の３つを挙げる。

①　標本調査の信頼度を確認する実験を計画して行う。

実際に母集団から乱数さいと乱数表を使って標本を取り出して，標本平均と母平均の違いについて調べる。標本が大きいほど標本平均が母平均に近づくことを確認し，理由を考える時間を取る。

②　標本の大きさを決める要因について実験を通して考える。

さらに調べたいこととして出た「標本の大きさをどの程度にしたらよいか」ということを，分布が異なる資料を使って，コンピュータの乱数関数を使って，4 人班で調べる。実験結果を基に，標本の大きさが資料の広がり具合に関係することに気付けるようにし，異種の資料の広がり具合を比べる方法を考える。

③　標本調査を計画して実施し，推定値の信頼度について評価をする。

標本調査によってわかること，および標本調査を行うときに考えることをまとめて，身の回りの問題について標本調査を行う。

a.　母集団に対する事前の調査結果があるのかないのかに応じて，ない場合には母集団の性質と分布を考え推測することにより，標本の大きさを考えることができる。

b.　母集団の数量が分からないときに，標本調査結果の信頼度について考察する。信頼度を考えて，

標本の大きさと標本平均を決めることができる。

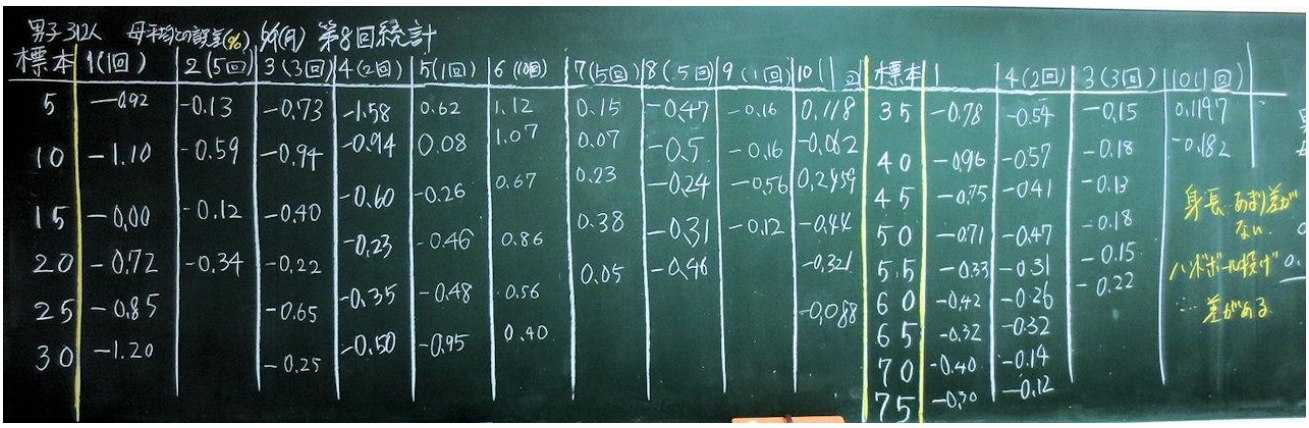
c.　今までの実験結果を基に，母集団の分布の様子について推定する。（標本調査結果を評価できるように，最後に母集団の数量と比較ができるようにしておく。）

(4)　実践内容　（全 16 時間　本時 15/16）

単元	時	授 業 内 容
統計について	1	統計について（資料の整理と推定），標本調査と全数調査の意味と目的，無作為抽出。
標本調査（1）	2，3，4	中 3 女子ハンドボール投げの資料（教科書）[4] を使った標本調査。標本の大きさ 5 と 10 による標本平均と母平均との違い。標本調査による母集団の推定についての考察と発展する探究課題を考える。
標本調査（2）	5，6，7，8	前時までの内容をもとに，各自探求したい課題を考え，その中から全体で探求する課題を決める。課題を，「母集団の何割位の標本を取れば，母平均との誤差を適切な範囲にできるか」とする。本校過去 4 年間の中 3 男子身長の平均値を，標本調査で調べる。結果について考察する。
資料の性質と標本調査	9，10	標本の大きさと母集団の性質・分布との関係を調べる。(1)，(2)の異なる分布の資料に対する標本調査結果を比べて，標本数を決める要因と，標本調査によってわかることをまとめる。
標本の大きさの判断	11，12	本校 3 年男子 50m 走の平均を標本調査で調べるときの標本の大きさはどれ位あればよいかを理由を付けて予想し，標本調査結果から予想した標本の大きさの妥当性を理由を付けて判断する（母集団の数量がわかる場合）。また，資料の性質や分布について推定する。
標本調査の推定値の評価	13，14，15（本時）	身の回りのことから調べたい問題を取り上げ，標本調査によって推定値を求める。標本調査の計画を立て，実施して，計画と結果の信頼度を評価する（母集団の数量がわからない場合）。標本の大きさと母集団のデータの広がりとの関係について扱う。
標本調査（3）	16	母集団の総数の推定。

2　本時の授業までの経過（特に主体性が発揮された場面）

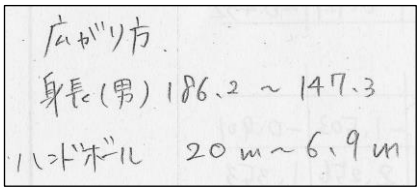
〔8 時間目〕(6/9)　標本調査結果を確認する。結果は（図 1）の通りである。この結果を見て，「標本の数を増やしても母平均との差はあまり変わらない。」「標本の数を増やしていくとどんどん差がなくなっていくと思っていたがそうではなかった。最初からあまり変わらない。」ということに子どもは驚いた。そして，「ハンドボール投げの時は誤差が大きかったのに，なぜ身長のデータは標本数が 5 でも誤差が 1%以下になるのか。」という疑問が起こり，この疑問に対して，身長のデータは最大と最小であまり差がない，ハンドボール投げのデータは差があるという意見が出た。次の時間は，データの差について調べてみることにした。



（図 1）中 3 男子 312 名（過去 4 年分）の平均身長の標本調査結果（B 組 10 班分括弧内の数は同じ大きさの標本を取りだした回数，結果は母平均との誤差の母平均に対する割合(%)）

〔9 時間目〕(6/10)　標本の大きさを同じ 5 としたときの，身長の標本調査結果は，女子 50 人ハンドボール投げの標本調査結果に比べて，標本平均と母平均との誤差が非常に小さい。その理由につ

いて，身長の母集団は個々の値の差が少なく，ハンドボール投げは差が大きいという意見が出たので，度数分布表，ヒストグラムに表して分布の様子をみた。（図 2）のように，異種のデータの散らばり方の違いをどのように比較できるのかという問題になった。子どもから出た意見を，全体で検討していった。生徒が納得した意見は，次のものである。



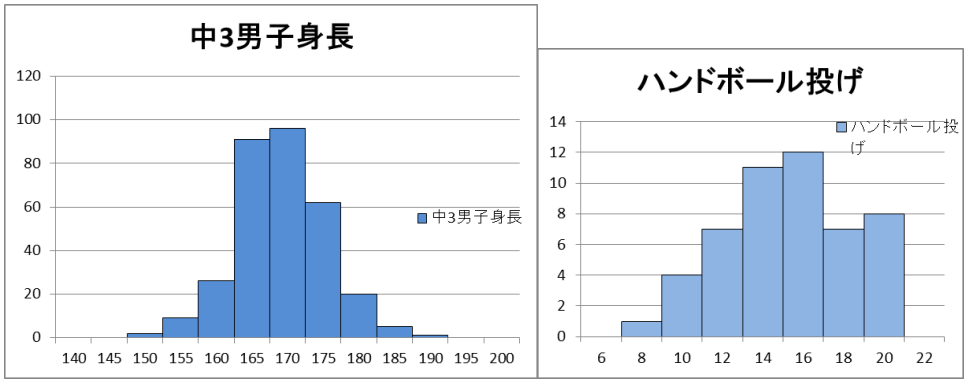
（図 2）生徒の WS

a. データの最大値÷最小値で，最小値の何倍の広がりがあるかで比べる。

身長=186.2/147.3=1.26 倍　ハンドボール=20/6.9=2.90 倍　→ハンドボールの方が広がっている。

b. [データの集まり]の割合が大きいほどデータが集まっていて，広がりが小さい。

身長=(249/312)×100=79.8%　ハンドボール=(30/50)×100=60%　→ハンドボールの方が広がっている。（図 3）　**[データの集まり]=母平均を含む階級とその両側の 3 つの階級の度数の合計**



（図 3）中 3 男子 312 名（過去 4 年分）身長と中 3 女子 50 名ハンドボール投げヒストグラム

c.データの最大値と最小値の差（範囲）と母平均値との違いを比で比較する。

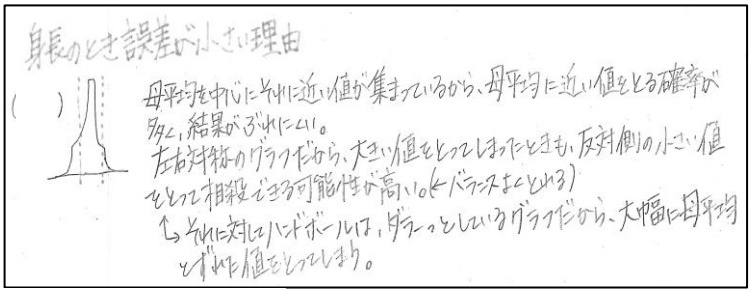
（最大－最小）/母平均　→　身長（男）=0.233　　ハンドボール=0.914

（母平均－最大（小））/母平均　→身長（小）=0.116，（大）=-0.116　→左右対称な形

ハンドボール投げ（小）=0.518，（大）=-0.396　→左右対称ではない

身長は，母平均の 23%の値の広がりで，ハンドボール投げは母平均の 91%の値の広がりがある。

もう一つ，誤差が小さい理由として，<u>母集団の数の違い（身長 312 とハンドボール投げ 50）が原因ではないかという意見がでた。</u>母集団が大きい方が誤差が小さくなるのではないかという考えに対して，身長のデータ数 80（1 年分），160（2 年分）と 312（4 年分）を比較した。〔表 4〕から，<u>同じ一学年の身長のデータ同士で，母集団の数による誤差の違いはないと考えてよいと結論した。</u>理由を問うと，生徒は，一学年毎のデータの広がり具合は同じ程度であるから，いくつ重なっても広がり具合は変わらないと考えた。よって，これらのことから，〔身長の誤差が小さい理由〕に対する各自の考えを WS に書いた。（図 4）



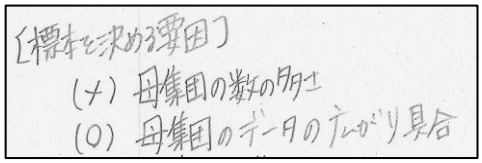
（図 4）生徒 WS

〔表 1〕中 3 男子 312 名（過去 4 年分）身長の母集団の大きさの違いによる標本平均の違いの比較

（母集団 312 名が 4 学年分，160 名が 2 学年分，80 名が 1 学年分であり学年の集団は分けない）

312人から				相対誤差%	160人から				相対誤差%	80人から				相対誤差%
300	167.6				107	163.7				55	166.7			
198	169.8				6	163				56	168.7			
203	168				41	171				36	164.4			
90	172				4	160.3				21	158.5			
210	163	5個の平均	168.08	−0.79353	150	167.5	5個の平均	165.1	0.993502	26	166.9	5個の平均	165.04	1.029482
90	172				75	176				64	177			
66	160.1				122	170				51	174.9			
66	160.1				51	174.9				49	162.3			
180	167				32	154.7				5	152.5			
246	163.3	10個の平均	166.29	0.279887	8	173.6	10個の平均	167.47	−0.42773	64	177	10個の平均	166.89	−0.07992
269	161.5				62	161.9				54	169.9			
54	169.9				69	152.2				54	169.9			
4	160.3				74	173.8				67	165.6			
185	163.7				101	173.3				63	166.9			
184	166.4	15個の平均	165.6467	0.665679	109	156.1	15個の平均	166.1333	0.373836	17	170.9	15個の平均	167.4733	−0.42973

〔10 時間目〕(6/12)　身長とハンドボール投げの標本調査結果をもとに，標本数を決める要因について（図 5）のようにまとめた。課題「母集団の何割位の標本を取れば，母平均との誤差を適切な範囲にできるか。」に対する各自の結論をWS に書いて確認をした。結論は概ね，「標本の数はデータの広がり方によって違ってくるので，いつでも母集団の何割とはいえない。広がり方が小さいときには，標本は少なくてもよいといえる。また，誤差の範囲をどれ位にするかによっても標本数は変わる。」となった。（図 6）



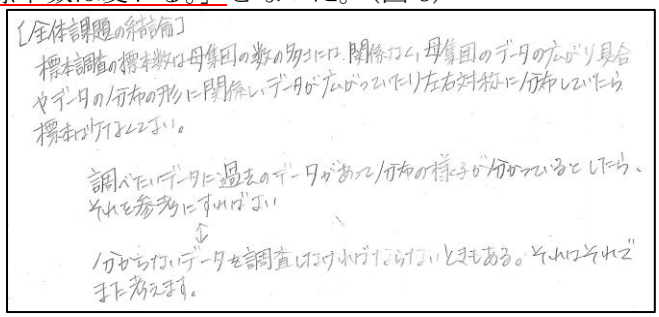
（図 5）生徒 WS

標本調査による母集団の推定についてまとめた。標本調査によってわかることとして，

a.　母集団の平均値や総数（量）を推定できる。

b.　母集団の分布の様子（広がり具合）を推定できる。

c.　分布の様子から母集団の性質を考えることも可能。



（図 6）生徒 WS

〔11 時間目〕(6/13)　前時の標本調査のまとめをもとに，「竹早中 3 年男子 50m 走の平均値を推定するための標本数は，いくつ位あればよいか」を考える。

a.　第 11 時のねらい

（ⅰ）　母集団の分布の様子を予想して，標本調査における標本数の見通しを立てる。

（ⅱ）　標本調査を行って，適当な大きさの標本数を決めることができる。

（ⅲ）　母集団の分布や性質について考えることができる。

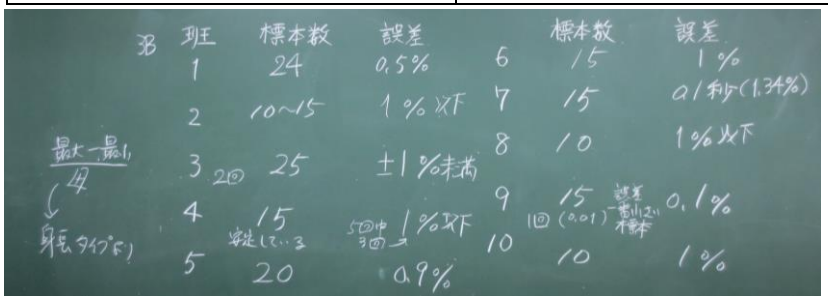
b.　授業の実際

<table>
<tr><th>教師の発問</th><th>生徒の反応</th></tr>
<tr><td>T1：竹早中 3 年男子 50m 走のデータは，前時までで扱った「身長タイプ」，「ハンドボール投げタイプ」のどちらのタイプになるだろう。
T2：なぜ，そう思ったのですか。

T3：標本調査をしておよその平均</td><td>
<table>
<tr><th>身長型</th><th>両方の型を考察</th><th>ハンドボール型</th><th>予想根拠不明確</th></tr>
<tr><td>13</td><td>2</td><td>16</td><td>7</td></tr>
</table>
S1：筋力や走り方によって差が出るから，ハンドボール投げタイプ。
S2：6 秒台から 10 秒台に分布するとして，10/6=1.6 倍位だから広がりが小さいのではないか。身長タイプ。
S3：遅い人の方に広がるのではないかと思うので，分布の形は左右対称にはならない。形では，ハンドボール投げタイプ。
S5：母集団 71 名に対して 7～10 名程の標本が良いと思う。理</td></tr>
</table>

値を出したい。「竹早中 3 年男子 50m 走の平均値を推定するための標本数は，いくつ位あればよいか」 予想とその理由を書いてください。 （このときは，母平均・母集団の最大値最小値は，子どもにはわからない状態である。）	由は，考えられる最高タイムを 6 秒，最低タイムを 9 秒と考えると 1.5 倍の差がある。身長だと 1.3 倍，ハンドボールは約 2 倍なので，どちらかというと身長の分布に似ていると思う。たくさんの標本を取らなくても誤差がなさそう。 S6：①一番速い人と遅い人の差が 2 倍以上だったら，30 個近くに設定する（安定しないから）。②その差が 2 倍以下だったら，10 個位で大丈夫だと思う（安定している）。（両方考察） S8：今までやってきたこと（身長，ハンドボール）から標本を少し多めに取るべき。母集団 71 人で，男子のタイムは 6 秒から 9 秒のところに多い（→データの散らばりが大きい）と思うから，標本の数は多くないとだめだと思う。標本数　30 S9：15～20 位がちょうどいいと思う。10 位だと数値に偏りが出てしまうと思うから。（予想根拠不明確） S10：誤差をどの程度にするかによっても変わる。
T4：各班で誤差の範囲も決めて標本調査を行い，適当と考える標本の数を発表してください。そう判断した理由も言ってください。（4 人班で行う。ここからは，データを見ることができる。母平均を使ってよいことにする。） T5：50m 走はどのような分布になっていると考えられるか。その分布になる理由についても言ってください。 （全班発表後，時間になる。） T6：誤差の範囲はどれ位が適当なのでしょう。また，乱数を何回か変えて安定した値になる数を標本数にすればよいという意見がありました。今回は実験のときに最大値，最小値，母平均がわかっていたが，わからないときは，どうやって標本数を決め	調べ方：標本数を 5%（5 個），10%（10 個），…と変えたときの母平均との違いが適切な範囲になる標本の数を調べる。 結果（図 7）B 組の記録。 S11（7 班）：標本数は 15 個と考えた。理由は，0.1 秒（1.34%）を誤差の範囲として，乱数を 10 回振って，標本数を 5～80 に変えて，その誤差が 1.34%以内は○を付け，以上は×を付けた。5，10 はいくつか×が付き，15 以上はそんなについていないので。20，30 は，運と考えた。 分布は，50m 走の最大値 9.8 を最小値 6.5 で割ると 1.5 となり，広がり具合は身長よりで，中央に集まっていて広がりが小さいグラフになると思う。（中略） S15（10 班）：標本数は 10 個と考えた。理由は，標本 5～25 を調べたら誤差は全部 0.5%以下だった。最大値と最小値の比を取ると 1.5 で，身長型と考えられるけど，でも標本 5 個ではさすがに違いがあるかなと思って，10 個なら大丈夫だろうと思った。度数分布 37/71=52%で，中心に集まっている。 S17（4 班）：標本数は 15 個。誤差の範囲を 1%未満とした。理由は，記録は小数第 1 位までだから，1%の約 0.1 秒が最小の誤差なので。標本数は，5～70 個まで，5 回取ったときに 3 回誤差が 1%未満になる標本数を探したところ，15 個以上は 3 回以上になり，そこからだったら安定していると考えた。 S18（5 班）：標本数は 20 個。誤差の範囲を最初 3%以下としたところ，5 回調べたが標本数 20 以上は，3%を超えることがなかったのと，ほとんど誤差の数値が変わらなくなったので。分布は，（最大値－最小値）÷母平均を調べて，

たらよいか，別の資料で考えてみたいと思います。	(9.8-6.5)/7.47=44.1%　ハンドボールは 91.4%，身長は 20%程度なので，どちらかといえば身長より。



（図 7）竹早中 3 年男子 50m 走平均値を推定するための標本数の実験調査結果（3B）

〔12 時間目〕(9/24)

竹早中 3 年男子 50m 走平均値を推定するための標本数の実験調査について，ふり返る。

a.　<u>母平均がわからないとき</u>は，標本数をどう決めて母数量を推定するか。

→（生徒）（ⅰ）　母集団の分布の様子（広がり）を性質から予想して，おおよその標本数を決める。

（ⅱ）　その標本数で何回か標本調査を行い，標本平均のばらつき具合を手掛かりに，ほぼ良い値と考えられる標本平均を決める。標本平均が大きくばらつくときは，標本数を増やして同じことを調べる。→〔理由〕α　母平均はわかっていないが，もし標本平均がほぼ正確なら，何回か取った標本平均値は母平均に近い値になり，大きくばらつかないと考えられるから。

β　標本平均は母集団の中の何個かのデータの平均だから，分布が 1 つの山型なら，生のデータよりも標本平均の分布は中心近くに集まる。標本平均が母平均に近い値なら，大きくばらつかない。

（ⅲ）　標本平均のばらつき具合は，どれ位ならよいと判断するかは，調べる目的によって決める。

b.　次回，身の回りのことから調べたい問題を取り上げ，標本調査によって推定値を出してみよう。標本調査の計画を立て，実施して，結果の信頼度を評価する。

〔13 時間目〕(9/30)

〔課題〕「竹早中 3 年生の 1 週間の平均睡眠時間はどれ位か，標本調査を行って調べよう。信頼できると考える標本平均（平均睡眠時間）と標本の大きさを求める。」

質問のときに気を付けることや，標本の取り出し方について，話し合いをして決める。途中の授業期間を利用して，データを集めておく。データは，あらかじめ教師がエクセルに入力。データの全体や母平均は，生徒にわからないようにする。

3　本時の活動

(1)　本時のねらい　〔14・15 時間目〕(11/15)

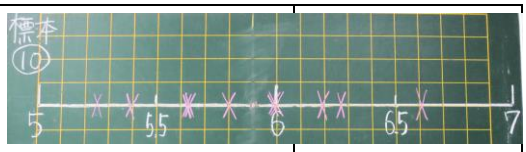
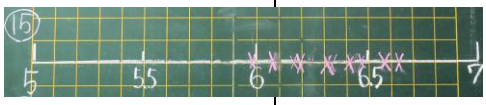
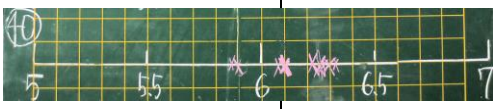
①　母集団の過去のデータや予備調査結果等の数量がわかっていないときに，データの分布の様子を推測して標本の大きさを決め，標本調査を行って，3 年生の平均睡眠時間を推定する。

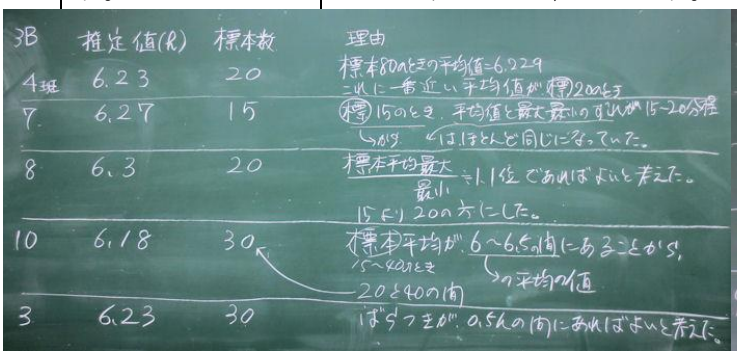
②　標本調査の結果から，母集団の分布の様子を推測する。

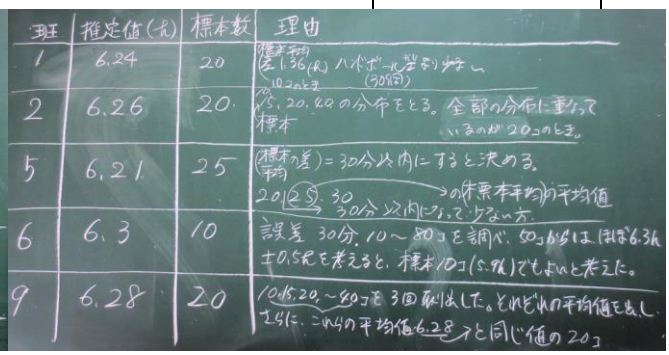
(2)　本時の展開　（公開研当日は，＊から）

指導内容	・子どもの活動と反応	◇主体性を見取る観点・留意点
〔課題〕「竹早中 3 年生の 1 週間の平均睡眠時間はどれ位か，標本調査を行って調べよう。信頼できると考える標本平均（平均睡眠時間）と標本の大きさを求める。」		

T:母集団を確認する。 T:竹中3年生の平均睡眠時間はどれ位だと思うか。全国の中学生はどれ位か。	・竹早中 3 年生の 1 週間の平均睡眠時間のデータ（期間は 2014 年 10 月 1 日～7 日） ・全国の中学生と竹早 3 年生の平均睡眠時間の予想値とその理由を WS に書く。 S1 竹早生の方が少ないと思う。理由は，通学時間が長い。 全国 7.5 時間，竹中生 6 時間：全国 7 時間，竹中 5.5 時間	・データはエクセルの中に，子どもたちに分からないように入っている状態である。
T:平均睡眠時間を推定してみよう。標本の大きさはどれ位にすればよいか。各自理由も付けて考える。 （自己解決）	S2 大体 6 時間から 8 時間位の睡眠時間とすると，8/6=1.3 位であまり広がりがないと考えられるから，身長のときを参考にして 10 個位。 S3 大体 5 時間から 9 時間位の睡眠時間とすると，9/5=1.8 位で，広がりは身長とハンドボールの中間と考えられ，15 個位。 S5（性質から考察例）ハンドボール型のように個人差があると思うので，データのちらばりがあると思うが，最低限度の睡眠時間は決まっていると思うと身長型でもあるので，どちらの性質も兼ね合わせているのではないか。中間の 15 人位。	◇１（３）③a.母集団に対する事前の調査結果があるのかないのかに応じて，ない場合には母集団の性質を考えることにより，適当であると考える標本の大きさを考えることができる。
T:標本をいくつ位にしたらよいと考えたか，理由も聞く。（全体で確認）	・標本数は，身長のときよりも多く，ハンドボールと同じまたは少なめと予想する生徒が一番多く，先ず 10 個で調査を行ってみることにする。（3B 標本：10 個 2 人，15 個 2 人，20 個 10 人，25 個 2 人，30 個 5 人，35 個 1 人，40 個 11 人，45 個以上 5 人） S6 身長よりは広がっていて，50m走のときが標本 15/母集団 71 位だったので，同じ位の広がりと考えて同じ比率で標本 35/母集団 160 と考えた。 S7 睡眠時間は大体平均近くに集まっている身長型に近いと思った。身長のときは 5 個でも母平均との誤差が 1%未満だったので，10 個あればいいのではないか。 S8 平均睡眠時間は 2～10 時間位のばらつきがあるだろうと思うから，多い方がよいと考えて 40 個位。 S9 睡眠時間はハンドボールのように値が小さいので，数時間の差でも平均値を中心とした数値の広がりが大きくなる（グラフが横長で平たくなる）と思うので，標本は多めに取った方がよいと思う。ハンドボールと同じ位の 20 個。	
T:睡眠時間のデータの分布の形はどう考えたか。	・平均に最も多く集まる 1 つの山型の分布。（多数） S10 平均時間を取っているので 2 つの山にはならないと思う。	
T:出された中の一	・標本 10 のときの各班で求めた標本平均を確認する。（全	

番少ない 10 個の標本数で，標本平均を求めてみる。	10 班） 5.25，6.00，5.64，6.39，5.98， 6.61，6.19，5.80，6.27，5.63 
T：10 個という標本の大きさは適当か。	・標本平均の分布を数直線上に取って，ばらつき具合を見ると 1 時間以上あり，適当かどうかわからない。 ・どれ位のばらつき具合でよいとするかで標本の大きさが変わる。幅を 0.5 時間とするか，1 時間の幅とするか。 S11 標本数を増やして調べてみたい。
T：なぜ標本を増やしたいのか。	S12 標本を増やすと，標本平均の最大と最小の幅が狭くなるのではないかと考えられるから。
T：なぜ狭くなるのか。	S13 取り出し方が乱数だから，いろいろなところから取れる確率が上がる。すると，その標本平均は母平均近くの値になるだろうから標本平均の分布の幅が狭くなる。
T：標本の大きさをどう決めればよいか。	S14 標本を増やして標本平均を何回か取り，だいたい一定になったところの最小の数とすればよい。（ただし，どこまでのズレを許容するか？）
T：さっき考えた母集団の分布の形は，標本平均の分布の形でわかるのか。	S15 標本平均が集まっているからといって，母集団の分布が 1 つの山型とはいえない。 S16 標本平均は正確な値になると，母平均に近づくだけだから，母集団の分布の形まではわからない。
（＊公開研ここから） T：標本 15 個のときの標本平均を出す。	・標本 15 のときの標本平均を求めて，10 班分 10 個の標本平均の分布を数直線上に表す。 S17 標本 10 個のときよりもばらつきが小さくなった。 →15 個の方がよいが，増やすとさらにばらつきが小さくなるか調べたい。 
T：標本 15 個のときの標本平均の様子はどうなっているか。	・標本 20，40 を調べてみる。 
T：推定値を求めよう。	S18　6．~は一定。また，6.5 を上回ることもないので，6≦母平均≦6.5 位だと思う。





T:母集団が１つの山型の分布であると仮定して，身長とハンドボール投げ等のデータと比べて，竹中３年生平均睡眠時間の母集団の分布の広がり具合はどうなっていると推測するか。 T:実際の母集団全体のデータを見て，推定した内容と比べよう。〔資料2〕 T:今回の標本調査のまとめを行う。	S19 標本 15 個のときからばらつきの幅が 0.5 時間と小さくなったから，これ位のばらつきならよいとして，標本平均の平均値を求めて，推定値 6.27 時間。 S20 標本平均の平均値も最頻値も，山が１つでこの場合ほぼ同じだからどちらでもいいと思う。 S21 標本を多く取らないといけなかったから，身長と比べると分布は広いと考えられる。身長は最大値/最小値=190/150=1.3 位の広がり。ハンドボール投げは，20/7=2.9 位の広がり。50m 走は 10/6.5=1.5，睡眠時間は，10/4=2.5 位と考えるとハンドボール投げに近い広がりと考えられる。 S22 ほぼ正確な推定値になっている。 S23 やはり分布は１つ山だった。 S24 中学生の全国平均より約１時間短い。寝ていない。 各自，感想を書く。 1．４月からの統計授業で，新しく学んだことは何ですか。 2．興味・関心を持ったこと，面白かったことは何ですか。 3．難しかったことは何ですか。 4．授業で疑問に思ったこと，もっと明らかにしたいことは何ですか。	◇１(３)③b.信頼度を考えて，標本の大きさと標本平均を決めることができる。 ◇１(３)③c.今までの実験結果を基に，母集団の分布の様子について推定する。

４　考察

(1)　主体性を育むための手立てについて

今回の実践は，実験的手法を基に標本調査の性質を探求するものであったことから，手立てを見取る観点は，具体的な活動と結びついている。全実践を通して，生徒の活発な活動が見られたといってよいと思うが，その理由は，「一部分のデータで本当に全体の傾向が正しくわかるのか」「標本は，どれ位取れば全体の傾向を知ることができるのか」という生徒が持った自然な疑問を解決するために，実験が考えられ行われたことにある。そのため，実験結果の背景にある根拠を考える活動は，受動的な問いではなく，能動的な問いになり主体的に解決する活動に繋がったと考える。

(2)　標本調査の指導について

a.　一部分の標本で全体の傾向を捉えることができることを理解することについて

４つの実験を通して，無作為に，例えば乱数によって，どの標本を取りだす確率も同様に確からしいことを前提とできる方法で選び出すことによって，次の生徒の感想にあるように，確率的な考え方で，一部分の資料でも全体の様子を知ることができることへの理解が図れたと考える。

「SY：どうして一部だけでも正確な値が出せるのかを気になりましたが，最終的には理解できました。（どんな理解なのかを聞き取りをする→SY：分布の幅が狭いと，母平均近くのデータを取る確率が高くなるので，少しのデータでも母平均に近い値を求めることができるとわかった）」

また，『標本調査で標本数を増やすと，標本平均が母平均に近い値になっていくと考えられる理由を説明しなさい』を学年末考査問題で聞いたところ，「ME：極端な値だけが選ばれる可能性が減り，

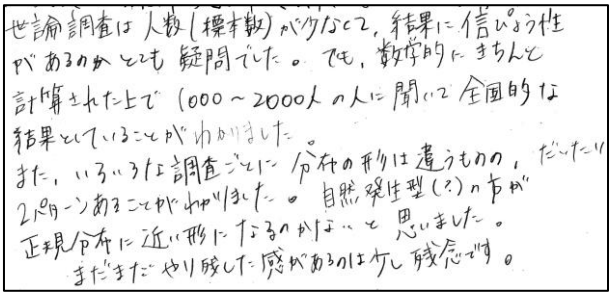
標本の散らばり具合が母集団のそれに似るから」のような，偏りなく標本を選ぶ確率が高くなるからという確率的な考え方がはっきり読み取れる説明が書けていた子どもが 158 名中の 61 名，「SA：データを幅広く調査することができる」「母集団の数に近くなるから」という説明文が 77 名であった。授業後数ヶ月から半年経過して，確率的な考え方で説明ができたことは，評価できることではないかと考える。

b.　標本の大きさについて

分布の広がりの異なる資料で実験したことにより，標本の大きさは，母集団の大きさには関係せず，データの広がり具合に関係することがわかった。データの広がりが小さいときは，少ない標本でよく，広がりが大きいときは標本を多く取る必要があることを，実験から明らかにした。

c.　データの広がり具合を比べる方法について

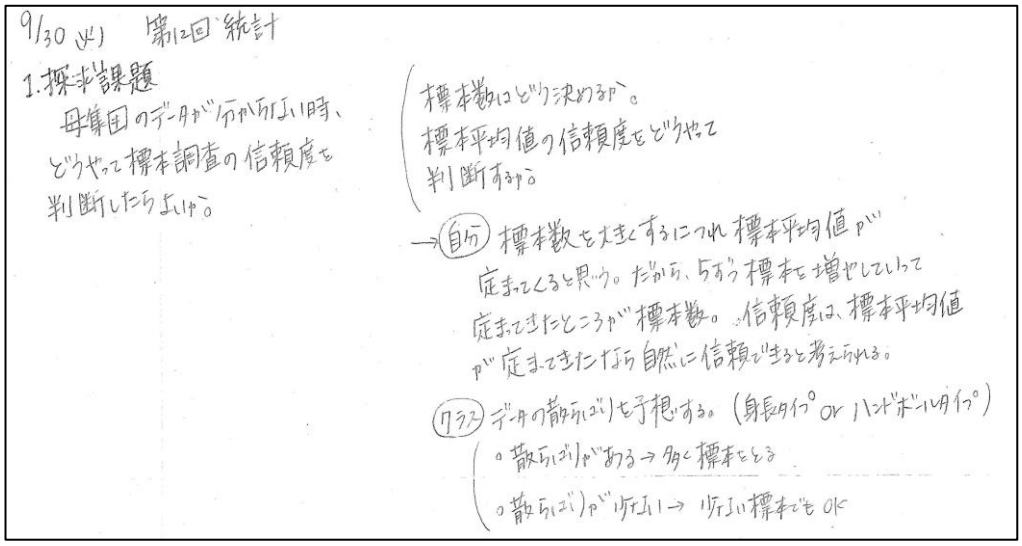
9 時間目の授業で，データの広がり具合を比べる方法について，①最大値÷最小値，②（最頻値の両側までのデータ数）÷（母集団の総数統計），③（母平均－最大（小））/母平均，という 3 つが出された。これらは異なる種類のデータ同士の広がり具合を比べることができる量であり，一般的な統計量を基に資料の傾向を捉えようとする考え方でもある。それぞれの良さと問題点について授業内で発言としてはあったが，それを取り上げてもっと検討することができれば，標準偏差を定義して，広がり具合を比較する統計量を導くことができたのではないかと思う。最後に，標本数を決める要因から，考えられる式を扱った。その後で，今回の統計の授業の中で学んだことは何かということに対して，（図 8）のような記述があった。この子どもは，世論調査に関する疑問に対して，授業後に質問に来て，現時点で納得できる解決ができたようである。


世論調査は人数（標本数）が少なくて，結果に信ぴょう性があるのかとても疑問でした。でも，数学的にきちんと計算された上で（000～2000人の人に聞いて全国的な結果としていることがわかりました。
また，いろいろな調査ごとに分布の形は違うものの，だったり2パターンあることがわかりました。自然発生型（2）の方が正規分布に近い形になるのかなぁと思いました。
まだまだやり残した感があるのは少し残念です。

（図 8）SI の WS

d.　標本調査の信頼度に対する評価について

母平均がわからないときは，何回か標本を取り出し標本平均の分布から評価することができることを見出した。ただし，これは授業のように予備調査的な調査を何回か行うことができる場合に，可能なことである。


9/30（火）　第1回 統計
1.探求課題
母集団のデータが分からない時、どうやって標本調査の信頼度を判断したらよいか。
（標本数はどう決めるか。
標本平均値の信頼度をどうやって判断するか。）
→（自分）標本数を大きくするにつれ標本平均値が定まってくると思う。だから、少しずつ標本を増やしていって定まってきたところが標本数。信頼度は、標本平均値が定まってきたなら自然に信頼できると考えられる。
（クラス）データの散らばりを予想する。（身長タイプ or ハンドボールタイプ）
（・散らばりがある→多く標本をとる
・散らばりが少ない→少ない標本でもOK）

（図 9）SD の WS

ここで目的としたことは，標本平均が母平均に近い値を取るときは，標本平均の分布が狭くなりばらつきが小さくなるということを見出して，それを根拠に最小限の標本数で，できるだけ信頼でき

る標本平均をもとめることであった。11 時間目の実践の 4・5 班の意見がそれにあたるものである。生徒から，そのような考え方が出ることがわかった。（図 9）の記述からも，母集団のデータが何もわからないとき，どのように標本調査を行ったらよいかに対して，標本平均の分布から信頼度を判断することができると，子どもが考えていることがわかる。

e.　資料の分布を捉える考え方について

14 時間目の授業を行ったとき，東京学芸大学中村光一先生から標本平均の分布を図に表して見るとよいことを指摘された。そのときご指導いただいた，「桜の開花予想は当たっているといえるのか」を考える授業を行った〔資料 1〕。資料全体の分布を見ることによって，生徒から多様な考え方を引き出すことができた。このような指導を標本調査の前に行っておくことが，資料の分布に対する見方を深めるために，重要なことであると考える。

５　成果と課題

(1)　主体性を育むための手立てから見た成果

子どもの自然な疑問を課題にすることによって，主体的な活動が行われることが示された。また，疑問を解決するために，統計分野において実験的な活動が有効な手段となることがわかった。

(2)　標本調査のカリキュラムの検証に関する成果

①　標本調査の信頼度を調べるための実験を計画して行うことができた。その結果，確率的な考え方で，一部分の資料でも全体の様子を知ることができることを理解できた。

②　標本の大きさを決める要因について，実験を通して考えることができた。分布の広がりの異なる資料で標本調査の実験をしたことにより，標本の大きさは，母集団の大きさには関係せず，データの広がり具合に関係することがわかった。

③　異種の資料同士の広がり具合を比べる方法を考え，統計量を作る活動を行うことができた。

④　標本調査を計画して実施し，推定値の信頼度について評価をすることにより，資料の分布と，資料の性質に対する見方を深めることができた。

(3)　課題

①　今回の実践を基に，確率的な見方の理解を図る標本調査のカリキュラムを検討することが求められる。

②　小学校の資料の分布との繋がりを考慮して，資料の分布に対する見方を深める継続的な指導について検討していく必要がある。

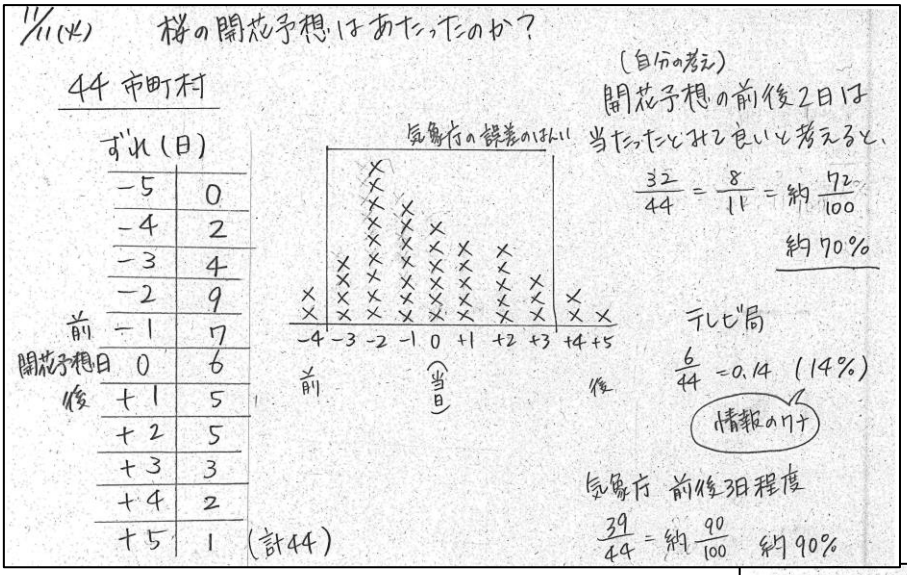
③　子どもが自然な疑問を持ちやすく，子どもの主体性を育むことができる教材を見つけることが課題である。教材の条件としては，次のようなことが考えられる。

(ⅰ)　生徒が興味・関心を持てるもの。　　(ⅱ)　データを集めることが容易または可能なもの。

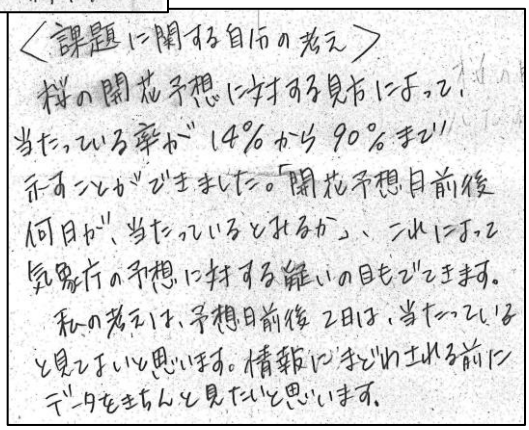
(ⅲ)　異なる適度な分布の広がりがあるもの。

〔資料 1〕（問題）「桜の開花予想は当たったか」を考える。

（ねらい）桜の開花予想は当たっているのかどうかを，どう判断するかを考える。資料は，2009 年の気象庁の全国の開花予想日と実際の開花日のデータ。データをどのように処理をして，当たったのか当たらなかったのかを判断するか考えさせる。データの処理において，開花予想日と実際の開花日のずれの日数の分布に着目することで，分析的な見方や多様な考え方ができることを理解する。



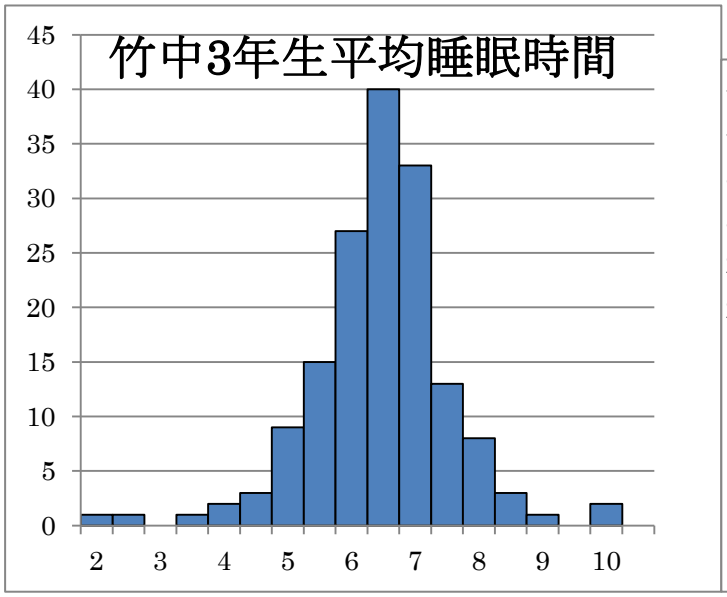
（授業の実際－生徒のワークシート－）

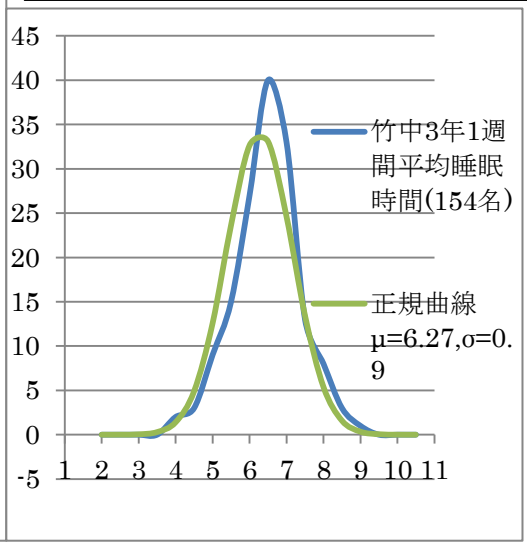


〔資料 2〕

竹早中 3 年生（159 名）の 1 週間の平均睡眠時間（期間 2104 年 10 月 1 日～10 月 7 日）データ

平均＝6.246 時間　　標準偏差＝1.114





（左：全データのヒストグラム，右：両側値を除いた時の度数分布多角形と正規曲線との比較）

〔資料 3〕　資料が平均 μ，分散 σ^2 の正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$ に従うとき，

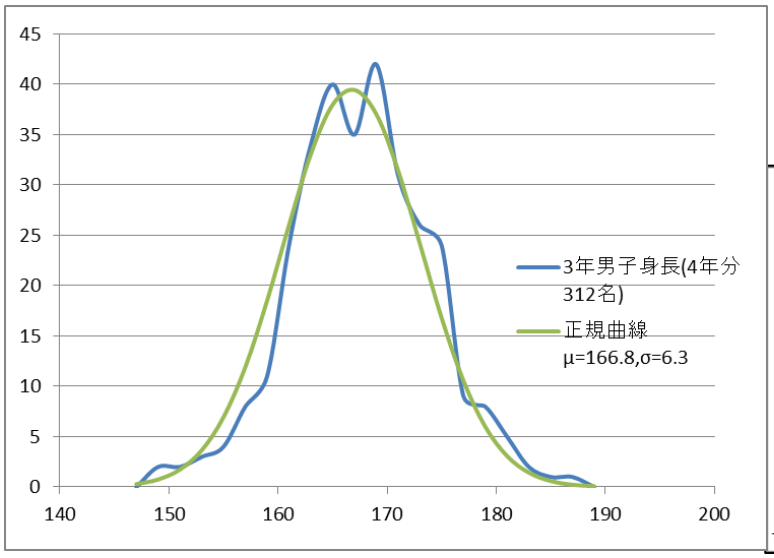
相対誤差 $\left|\dfrac{\overline{X}-\mu}{\mu}\right| \leq \varepsilon$（$\overline{X}$:標本平均，$\mu$:母平均，$0 \leq \varepsilon \leq 1$）に対して，標準正規分布の両側 100α % の点を $Z(\alpha)$ とすると，

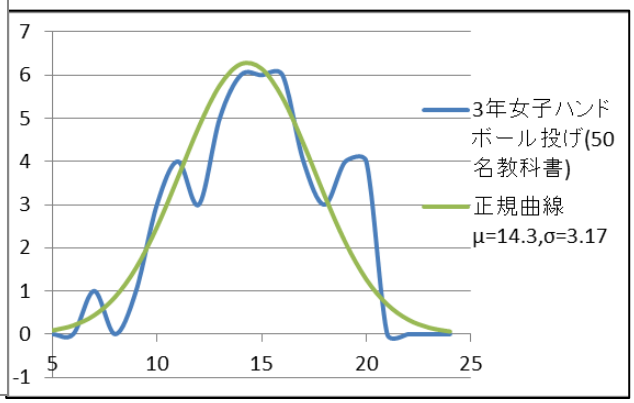
$\left|\overline{X}-\mu\right| \leq Z(\alpha)\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ となる信頼度は（$1-\alpha$）となることより，両式から　$\left|\mu\right|\varepsilon = Z(\alpha)\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

これより，母平均を推定するときの標本数　$n=\left(\dfrac{Z(\alpha)}{\varepsilon}\right)^2\left(\dfrac{\sigma}{\mu}\right)^2$　[5]

〔資料 4〕　授業で標本調査を行った母集団資料(竹早中学校 2014 年統計授業)

【竹早中学校過去 4 年間分(2010-2013)男子身長】





〔資料 5〕　1 週間の平均睡眠時間調査用紙

1 週間の平均睡眠時間調査

3 年（　　）組

竹早中学校 3 年生の 10 月上旬の 1 週間の平均睡眠時間を、標本調査で調べたいと思います。
1 週間の自分の睡眠時間を記録して、7 日間の平均睡眠時間を教えてください。
授業で推定を行うためのデータに使いたいので、できるだけ正確な記録を取って、ご協力をお願いします。
なお、調査用紙は無記名で、個人のプライバシーが守られるよう十分に注意します。

回収方法は、10 月 8 日(水)　学活時　数学係が呼びかけて回収します。

〔記入の方法〕

10 月 1 日(水)	10 月 2 日(木)	・・・	平均時間
○時間△分	□．△○時間		◎．□△時間

日々の記録は、何時間何分でも、小数を使った時間単位でもどちらでも結構です。

平均時間は、小数を使った時間単位で、小数第 2 位までお願いします。第 3 位四捨五入

10 月 1 日(水)	10 月 2 日(木)	10 月 3 日(金)	10 月 4 日(土)	10 月 5 日(日)	10 月 6 日(月)	10 月 7 日(火)	平均時間

〔資料 6〕　授業の流れ　1 時間目から 7 時間目までの補足

〔1 時間目〕(4/10)　統計には，資料を整理して資料の性質を読み取ることと，資料の性質を推定予測することの 2 つの内容があることを説明する。推定について，テレビ視聴率調査の例を取り上げ，誤差と信頼性の話をした。全数調査と標本調査の長所と短所を考えて，これから標本調査について調べて行くことを共有した。

〔2 時間目〕(4/17)　教科書に載っている中 3 女子 50 名のハンドボール投げ記録 [4]の平均値を標本調査で求める方法を考え，乱数さいと乱数表を使って無作為に標本を選ぶ方法を決めて，標本 5 個のときの標本平均を 4 回求めて，4 回の標本平均の平均と母平均を出した。〔表 2〕乱数さいを

代表者に順に振ってもらい，乱数表を使って全員同じ標本を選ぶようにした。平均を出す作業は，2 人組で電卓を使って行った。

〔3 時間目〕(4/25)　引き続き，標本 10 個のときを調べた。標本 5 個と 10 個のそれぞれについて，標本平均と母平均との違いの比率（(母平均－標本平均）/母平均（%））を求めた。結果は〔表 2〕の通りである。ワークシートに，わかったこと及びこの結果を元にさらに調べたいことを各自書いて提出させて終わる。

〔表 2〕中 3 女子 50 名のハンドボール投げ記録の標本平均

標本5個の場1 母平均μ：　14.328

組	標本平均x	μ との違%	組別xの平均	μ との違%
A	14.66	2.32		
A	14.68	2.46		
A	14.84	3.57		
A	13.9	−2.99	14.52	1.34
B	14.06	−1.87		
B	16.14	12.65		
B	16.72	16.69		
B	13.7	−4.38	15.155	5.77
C	17.34	21.02		
C	12.28	−14.29		
C	14.12	−1.45		
C	16.5	15.16	15.06	5.11
D	17.52	22.28		
D	12.58	−12.2		
D	14.84	3.57		
D	15.66	9.3	15.15	5.74
xの	14.97125	4.49	14.97125	4.49

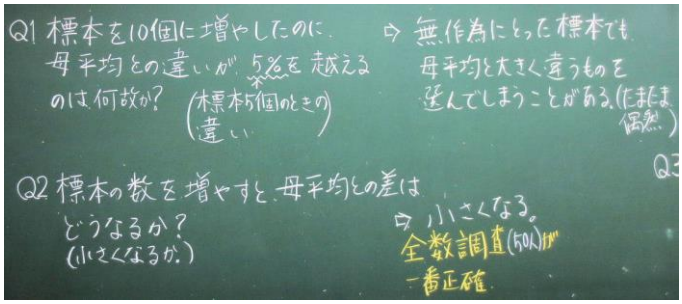
標本10個の場 母平均μ：　14.328

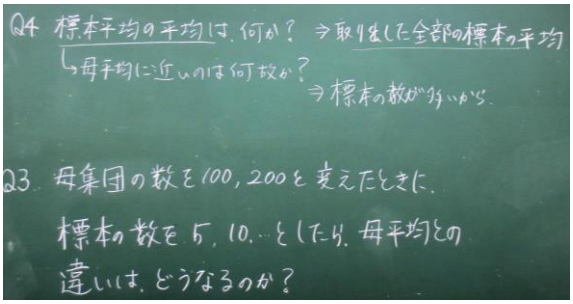
組	標本平均x	μ との違%	組別xの平均	μ との違%
A	14.69	2.53		
A	14.3	−0.2		
A	15.15	5.74		
A	12.81	−10.59	14.2375	−0.63
B	15.09	5.32		
B	14.3	−0.2		
B	13.58	−5.22		
B	13.91	−2.92	14.22	−0.75
C	13.61	−5.01		
C	11.96	−16.53		
C	13.76	−3.96		
C	14.66	2.32	13.4975	−5.8
D	14.63	2.11		
D	14.66	2.32		
D	14.21	−0.82		
D	13.64	−4.8	14.285	−0.3
xの	14.06	−1.87	14.06	−1.87

〔4 時間目〕(5/13)　前時の標本調査結果について，わかったことと今後の課題について共有する。わかったこととして，次のような記述が，ほぼ全員にあったので調査結論として共有した。

「ST：標本数を多くすることで，母集団の平均との誤差は少なくなる。取り出す回数を多くすることでも，母集団の平均との誤差は少なくなる。」

そして，生徒の記述にあった（図 1）の Q1，Q3，Q4 と，教師からの問い Q2 について考えた。Q1，Q4 に対しての生徒の答えは，（図 1）の⇒右側の通りである。Q2 は，さらに何故小さくなるのかを問い，「標本数が大きくなると，取り出すデータの偏りがなくなる可能性が大きくなるから。」という考えを確認できた。





（図 1）4 時間目の板書

今後の課題については，Q3 を調べていくことを共有した。Q3 の内容については，例えば「どれ位の母集団に対して，何割くらいの標本を取れば，母平均との違いが 1 %未満になるか知りたい」等の書き方で，多くの子どもの記述があった。

どのような資料を集めたいか，次回までに考えることにした。数が多い資料として，中学 3 年生男女別身長（竹早中生 4 年間分資料約 320 人分）は集めることができることを伝えた。

〔5 時間目〕(5/27)　今までのハンドボール投げの資料の標本調査結果を踏まえて，各自が調べたい課題を考え，全員が発表した。主な内容「標本平均と母平均の誤差が 1%未満となる標本数を調べる。」「ハンドボール投げが標本数 20%で 1%未満だったから，身長も同じになるのか。」「適当な結果を得るには，母集団の何割位の標本を取ればよいか。」「信頼性が 95%などといえるには，標本の数をどれ位取ればいいか。」（5 時間目は，前時までの内容以外に多くの種類の資料例がでた。それらの取り上げ方が課題である。）

〔6 時間目〕(5/28)　課題を，「母集団の何割位の標本を取れば，母平均との誤差を適切な範囲にできるか。」と設定する。調べる方法は，標本の数を 5，10，15，20，…（%でも個数でもよい）と変えたときの，母平均との違いが適切な範囲（例±5%以下）になる標本の数を調べるとする。4 人班でノートパソコン 1 台を使って，それぞれ調査を行うことにした。各班に 4 年間分の竹早中 3 年生男女別身長データ（数値）を USB メモリで渡し，各班の名前を付けて保存をし，乱数発生関数と lookup 関数，平均関数，数式入力方法を指導し，各班で入力作業をして調査ができる準備をする。

〔7 時間目〕(6/4)　4 人班で，コンピュータを使って標本調査を行う。標本数を変えたときの標本平均を何回か取り，母平均との誤差（母平均－標本平均）÷母平均×100(%)の平均を調べる。〔表 3〕は，同じ標本数を 3 回取り出した場合を表している。班毎に表を作って，何回取り出すかも班で決めて実験を行う。

〔表 3〕中 3 男子 312 名（過去 4 年分）身長の標本平均と母平均との違いの比率（結果例）

312人から	(母平均166.8)			相対誤差%	312人から				相対誤差%	312人から				相対誤差%	相対誤差の平均
117	161.8				87	166.9				214	163				
136	161				293	171.1				88	169.6				
203	168				78	163.5				33	165.5				
35	174.2				71	163.8				5	152.5				
82	165.3	5個の平均	166.06	0.417813	258	157.7	5個の平均	164.6	1.29334	184	166.4	5個の平均	163.4	2.012951	1.241368
260	163				214	163				5	152.5				
26	166.9				147	173.6				236	170.5				
49	162.3				181	166.6				1	171.5				
268	171.4				14	161.3				212	175				
118	160.8	10個の平	165.47	0.771621	36	164.4	10個の平	165.19	0.939531	222	167.6	10個の平	165.41	0.807602	0.839585
305	161.9				150	167.5				47	168.9				
176	168.7				221	171.5				169	181				
64	177				68	177.1				116	167.4				
54	169.9				155	168.6				111	171.1				
242	173	15個の平	167.0133	−0.15388	104	160.5	15個の平	166.4733	0.169947	202	163.3	15個の平	167.0533	−0.17787	−0.05393
249	163.4				178	167.6				44	167.8				
284	158.4				7	167.2				155	168.6				
147	173.6				244	162.5				117	161.8				
57	172.3				259	164.2				15	168				
179	173.3	20個の平	167.31	−0.33178	50	179.5	20個の平	166.905	−0.08891	104	160.5	20個の平	166.625	0.078996	−0.1139
116	167.4				264	165.1				83	168.1				
196	160.8				106	166.4				301	172.4				
46	171				44	167.8				126	171.8				
299	165.2				154	166.3				33	165.5				
16	175	25個の平	167.424	−0.40015	37	169	25個の平	166.908	−0.09071	273	158.8	25個の平	166.764	−0.00436	−0.16507
162	168.2				12	168.1				157	175.3				
64	177				114	173				57	172.3				
237	182.1				263	163				55	166.7				
113	169.7				108	178.5				217	168.4				
89	163.2	30個の平	168.1933	−0.8615	295	157.7	30個の平	167.1	−0.20585	127	153	30個の平	166.8267	−0.04194	−0.36976

（引用・参考文献）

1)　文部科学省：2008.「中学校学習指導要領」．東山書房．p52
2)　原田伊佐雄：1982,「標本調査の実験を通しての確率の考え方の指導」，日本数学教育学会誌，64 巻，7 号，pp158-162.
3)　鈴木幸之助：1974,「標本調査の指導－測定値をどのように把握させるか－」，日本数学教育学会誌，56 巻，11 号，pp206-211.
4)　ハンドボール投げのデータ：大日本図書「数学の世界 3 年」p236
5)　松井　敬：2012.「数学のかんどころ 11　統計的推測」．共立出版．p77
6)　小野田啓子：2015．東京学芸大学附属竹早幼小中連携研究紀要．pp126-138
7)　小野田啓子：http://www.u-gakugei.ac.jp/~onodakk/math/index.htm