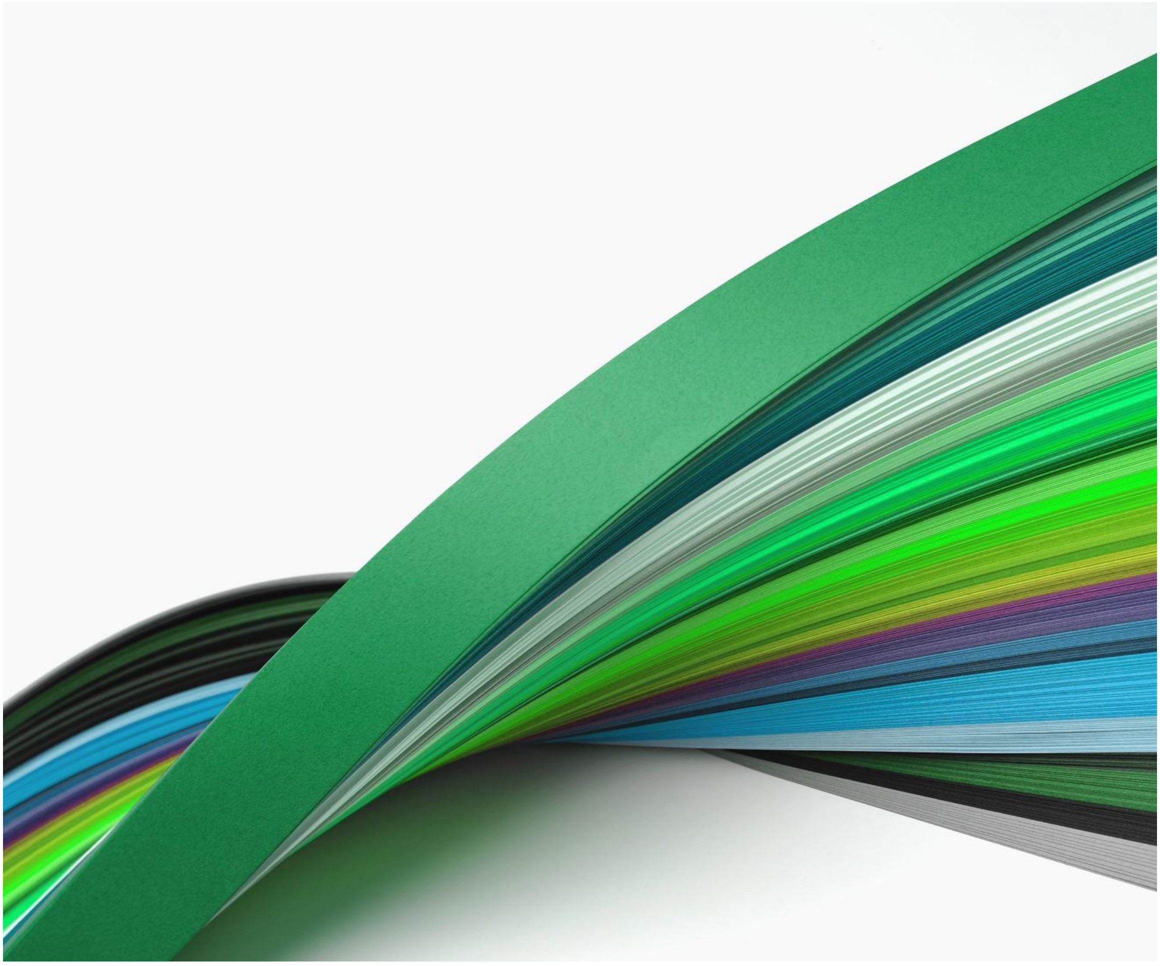
令和元年度～令和３年度
科学研究費補助金基盤研究(B)
課題番号 19H01685

高等学校数学科における
「授業研究コミュニティ」の形成に関する研究



令和４年（2022年）３月

研究代表者　長尾篤志
（国立教育政策研究所教育課程研究センター）

はしがき

私たちは，2019 年（平成 31 年）４月から３年間にわたって，「高等学校数学科における『授業研究コミュニティ』の形成に関する研究」を進めてきました。本報告書は，その研究成果をまとめたものです。

2022 年（令和４年）４月から年次進行で高等学校では新学習指導要領が実施されます。新学習指導要領は「どのように学ぶか」ということに対して「主体的・対話的で深い学び」の実現を目指しています。このような生徒の学びを実現し，各教科等で求めている資質・能力を一人一人の生徒が身に付けるためには，それぞれの学校における地道な授業研究が大切であることは言うまでもありません。

「授業研究」は，海外ではそのまま“jugyou-kenkyu”として通用するほど特色ある日本の実践的な教育研究です。高等学校の授業研究は，これまで小学校や中学校ほどには取り組まれていませんでしたが，近年は授業研究週間を設けて「互いに授業を見せ合う」取組をしている学校も増えてきています。私たちは，新学習指導要領の実施を視野に入れ，数学科の授業研究のコミュニティをつくってそれぞれの地域や学校の授業改善を進めていきたいと考えました。

高等学校数学科の授業は，以前から「問題の解法の指導と問題練習が中心」と言われてきました。生徒に数学の知識や技能を身に付けさせるためそのような授業は一定の効果があったと考えますが，問題意識が不明確なまま個々の問題の解法を覚えたり，身に付けた知識や技能を生活や社会の中で活用することも少なかったりするため，知識や技能の意味がよく分からず数学の学習に対する興味を失う生徒も少なくなかったと考えます。このような授業に対して授業改善の必要性を感じつつも，具体的にどのような授業にしていけばよいのか，どこから授業を改善すればいいのかなどの迷いから授業改善を進めることができなかった先生方も少なくないのではないでしょうか？ そのような先生方の思いも共有しながら，授業改善の方向を共に考え実践できるようにしたいとも考えました。

授業研究は，北海道セクター，東北（福島県）セクター，中京（愛知県）セクター，九州（大分県）セクターの４つのセクターと，研究協力者の所属する東京都と石川県の学校で実施しました。各セクターは，大学教員をリーダーとして数名の高等学校の教師，教育委員会の指導主事で構成し，それぞれのセクターで順に高等学校の教師に研究授業を行ってもらいました。研究授業は，指導案の検討，研究授業の実施，研究協議という流れで行い記録を綿密にとっています（本報告書の別冊として収録）。また，研究授業を行う際には近隣の学校にも案内をしてできるだけ多くの先生方に参加いただけるようにしました。

本研究の初年度が終わろうとする頃，新型コロナウィルスの感染が拡大し，全国的に休校措置がなされました。本研究も大きな影響を受け，研究授業に際して他の都道府県から移動することが困難になりました。そこで，授業をライブ配信し，その後で研究協議を行ったり，複数のカメラで授業や生徒の活動を録画し，後日，研究協議の日時を設定してそれまでに撮影した映像を観て Zoom 等で研究協議を行ったりするものへと変えることにしました。最初は，どのように授業を撮影すればよいのかなど戸惑いもありましたが，研究授業を繰り返すにつれてよりよいものになってきました。また，研究協議にはより広範な地域から分担

者や協力者が参加できるようになりました。まだ，改善点は少なくありませんが，授業研究の新たな形が生まれ，今後海外の学校とも授業研究を行うことができるようになるのではないかとの希望をもっています。

本研究の報告書が今後の各学校やそれぞれの地域における授業研究を行う際の一助となることを願っています。

最後になりますが，お忙しい中，研究にご協力いただきました先生方並びに児童・生徒に心より御礼申し上げます。

研究代表者　長尾　篤志

研究メンバー一覧

2022 年 2 月現在

研究代表者	長尾　篤志	国立教育政策研究所
研究分担者	阿原　一志	明治大学総合数理学部
	市原　一裕	日本大学文理学部
	伊藤　伸也	金沢大学 学校教育系
	岩田　耕司	福岡教育大学
	太田　伸也	東京学芸大学特任教授
	熊倉　啓之	静岡大学教育学部
	佐々　祐之	北海道教育大学
	佐藤　寿仁	岩手大学教育学部
	竹内　光悦	実践女子大学人間社会学部
	成田　慎之介	東京学芸大学
	西村　圭一	東京学芸大学
	伏屋　広隆	青山学院大学社会情報学部
	吉田　明史	奈良学園大学人間教育学部

研究協力者 **北海道セクター**

今中　勇希	北海道教育庁学校教育局
澤村　巧	北海道札幌英藍高等学校
河村　真一郎	北海道教育庁学校教育局
泉　　融希	北海道札幌北陵高等学校
櫻井　俊寛	北海道立教育研究所
山後　裕紀	北海道札幌南高等学校

東北セクター

藤東喜史	大学入試センター
羽田　真幸	福島県立福島東高等学校
門馬　弘一	福島県立保原高等学校　定時制
小針　伸吾	福島県立原町高等学校
佐藤　周	福島県立西会津高等学校
中島　駿祐	福島県立只見高等学校
星雄介	福島県立白河旭高等学校
高橋善徳	福島県立本宮高等学校
佐々木資哲	福島県立安積高等学校
佐藤　章	福島県教育庁高校教育課

中京セクター

山田　知子	愛知県立一宮高等学校
近藤　和雅	愛知県立旭野高等学校
河合　謙二郎	愛知県立小坂井高等学校
中西　悦子	愛知県立西尾東高等学校
桑原　崇	愛知県立小牧高等学校
柳田　一匡	愛知県立横須賀高等学校
伊藤　卓哉	愛知県総合教育センター
齋藤　育浩	愛知県総合教育センター

九州セクター

山田　誠司	大分県教育庁高校教育課
塩月　孝弘	大分県教育庁高校教育課

瓜生田　浩司	大分県立大分舞鶴高等学校
亀山　真也	大分県立日田高等学校
衛藤　智也	大分県立大分上野丘高等学校
後藤　佳太	大分県立竹田高等学校
松本　隆宏	大分県立大分上野丘高等学校

その他

松田　菜穂子	授業研究ラボ IMPULS
中逸　空	東京学芸大学附属小金井中学校
阿部　朋美	石川県立野々市明倫高等学校
高橋　雪絵	千代田区立九段中等教育学校
夏原　智史	東京都立多摩科学技術高等学校
厚美　香織	神奈川県立厚木清南高等学校
岩瀬　有子	湘南白百合学園中学高等学校
野島　淳司	東京学芸大学附属高等学校
木部　慎也	東京学芸大学附属高等学校
祖慶　良謙	東京学芸大学附属高等学校
小林　廉	東京学芸大学附属国際中等教育学校
高橋　広明	東京学芸大学附属国際中等教育学校
本田　千春	東京学芸大学附属国際中等教育学校
丸橋　覚	群馬県立高崎北高等学校
新井　裕之	群馬県総合教育センター
歌川　真一郎	神奈川県立川和高等学校
齋藤　教雄	埼玉県立浦和高等学校
西村　健一	新潟県立新潟高等学校

研究概要

本研究の目的は，高等学校の数学教師による，数学的に考える態度の育成を目標とする「授業研究コミュニティ」を形成するとともに，その形成要件やプロセスを明らかにすることである。

「授業研究の研究」は，2007年に世界授業研究学会WALS： World Association of Lesson Studiesが設立されたことに象徴されるように，一つの学術研究領域となっている。そして，日本の小学校の「授業研究」は次のような特徴を有することから，国際的に高く評価されている。

・ 子どもの学び方に着目した，理想（指導案）と実際（授業）とのギャップの要因の追究（how to learn型の授業研究）
・ そのために必要な，子どもの学びの履歴や授業の目標設定に関する教師間の共通理解
・ 授業研究へ参画することが自らの「授業力」を高める上でも有効だと考える，授業研究の自己向上機能に対する信念
・ 子どもの学びの改善のための校内や地域での教員の協働性

一方，日本の高等学校数学科の授業は「問題の解法の指導と問題練習が中心」と言われがちであるとともに，研究授業も実施されているが，そこでの教師の学びは自分の日々の授業を漠然と見直す必要性や，授業を見たり見られたりするという点での意義にとどまりがちで，研究テーマや授業後の研究協議がない場合もあることが報告されている．これは，日本の算数科において，上述の特徴を有する授業研究が問題解決型の授業と対となり，いわば車の両輪として機能していることとは対照的である．

本研究では，高等学校数学科に，問題解決型の授業にもとづく授業研究を行う「授業研究コミュニティ」を形成することを目指すものである。具体的には，北海道セクター，東北（福島県）セクター，中京（愛知県）セクター，九州（大分県）セクターの４つのセクターを設け，「授業研究コミュニティ」の形成を目指した．各セクターは，研究分担者である大学教員，研究協力者である数名の高等学校の教師，教育委員会の指導主事で構成した。そして，全セクターの始動前に，参加メンバー全員を対象とする「問題解決型の授業にもとづく授業研究」のプロトタイプとなる研究授業を実施するとともに，授業観察ルーブリックを作成し利用したりするなどの手立てを講じつつ授業研究を進めた。3年間に実施した授業研究会は，北海道セクター4，東北セクター6（本報告書の分析対象は4），中京セクター5，九州セクター4，その他4（内1つは科研費取得前）である。「数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通した学び」を通して，数学的に考える態度の育成を図るという共通の目標のもと，４つのセクターがそれぞれの実情を踏まえ課題を設定し取り組み，研究授業とその後の研究協議のトランスクリプトのみならず，指導案の検討会における発話，それをふまえた指導案の変容，参加者の授業記録用紙，参加者に対する質問紙調査などの資料を収集した。

参加教員の変容や成果をセクターごとに整理すると，次の通りである。

北海道セクターの成果は，授業前に授業者による生徒観や本時の指導に関する説明を行うことで，生徒の実態や指導のねらいを把握して授業観察が行えたこと，その授業観察をもとにして研究協議ができたこと，「教員が何を教えるか」の議論から「生徒はどのような資質・能力を身につけるか」や「生徒がどのように学ぶか」という議論へと移行したこと，さ

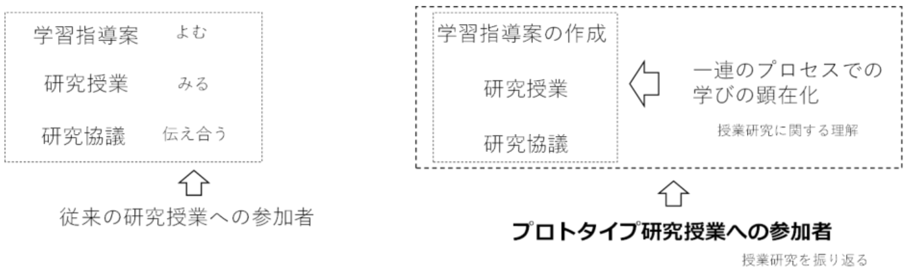
らには指導案の記述内容が充実してきたことなどである。

東北セクターの成果は，学習指導案の検討時や研究協議において，本時のねらいとの関係に着目できるようになってきたこと，授業において生徒による説明が多くなってきたことなどである。また，参加メンバーによる3年間の振り返りでは，「既知であることと新しい数学の概念を結びつけるためには、生徒同士で、生徒の力で、数学的な表現に仕上げていくことが、大切だと考えるようになりました」など，生徒の言葉をもとにして授業をつくり上げていく大切さを認識した記述が目立った。

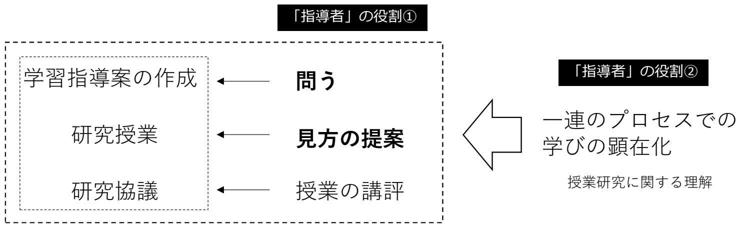
中京セクターの成果は，真に扱うべき問題を精選したこと，授業中の特定の生徒の様子を観察することによって生徒の学びを見取る力が向上したことなどである。また，問題解決型の授業を参観したとき「現場とはかけ離れている」という印象を強く持った教員が，今では生徒の学びに着目し分かりやすく教えるだけの授業からの脱却を図り，生徒観や身に付けさせたい資質・能力を意識して授業を展開していることなどが報告されている。

九州セクターの成果は，授業において生徒がどのような問いを持ち，どのように考えるのかを考えながら教材研究を行うようになったこと，単元全体を通して生徒に考えさせたいことは何かを考えるようになったことなどである。

さらに，収集したデータを綿密に分析した結果，「授業研究コミュニティ」の形成には，問題解決型の授業の意義の理解とともに，授業研究に関する理解が鍵となることがわかった。そして，次の二点が示唆された。それは第一に，授業研究コミュニティ形成に向けた取組の始動時に，問題解決型の授業にもとづく授業研究のプロトタイプを示し，「問題解決型の授業」及び「授業研究に関する理解」の双方の「目線合わせ」をすることが有効であること，特に後者については，授業研究会自体の振り返りを行うなどの意図的な働きかけが必要であることである。



第二に，授業研究コミュニティ形成の初期段階には，「指導者」が学習指導案の事前検討に参画したり，授業観察の視点を提示したり，研究協議後に授業研究に関する理解を視点とする振り返りやコメントをすることが有効であることである。



問題解決型の授業にもとづく授業研究に関わる反射的関係は，日常の授業実践に自ずと活かされるのか，あるいは，それを阻む内的要因（授業研究自体の要因），外的要因

（高校数学のエコシステム）があるのか，それを乗り越えるにはどうすればよいのかを明らかにしていくことなどが今後の課題となった。

研究成果物一覧

明治図書「教育科学数学教育」にて連載「連載　高校数学×理数探究　インクアイリー・ベイスの授業づくり」をした。本研究に該当する内容は以下の通りである。

2021.4	西村圭一	高等学校数学科の New Normal を探る
2021.5	長尾篤志	理数探究基礎への招待
2021.6	小林　廉	理数探究基礎の授業事例
2021.9	西村圭一	高等学校数学科における探究的な学びの実装化
2021.10	岩田耕司	高等学校数学科における探究的な学びの実現を目指して
2021.11	佐々祐之	探究的な学びのための方略を意識させる授業デザイン
2021.12	成田慎之介	授業研究と探究的な学びの実現を目指す日々の授業改善
2022.1	熊倉啓之・伊藤卓哉	探究的な学びの実現を目指す「授業研究」
2022.2	長尾篤志	これからの高校数学と授業研究
2022.3	西村圭一	2030 年の授業

また，日本数学教育学会第 10 回春期研究大会（2022 年 6 月，宇都宮大学）の，創成型課題研究（タイトル『高等学校数学科における「授業研究コミュニティ」の形成』）として採択され，ラウンドテーブルを実施する予定である。

目　次

第１章　研究の目的と方法

1.1　研究の目的

高等学校の数学の授業では，小・中学校で育まれてきた数学的に考える態度を一層伸長することが期待されている。例えば，教師が提示する問題に対して，生徒が様々な数学的な問いを持ち，それらを解決しようと粘り強く考える態度や，解決後には問題の本質・構造を見抜くべく，過程を振り返ったり，条件を変え発展させたりする態度，得られた結果を統合し局所的な体系をつくろうとする態度などである。これは容易なことではなく，子どもの学び方に着目する how to learn 型の授業研究が必要であろう。

「授業研究の研究」は，2007 年に世界授業研究学会 WALS：　World Association of Lesson Studies が設立されたことに象徴されるように，一つの学術研究領域となっている。そのような学術研究の成果として，日本の小学校の「授業研究」が，次のような特徴を有することが浮き彫りになった（Marisa Quaresma　et.al.，Mathematics Lesson Study Around the World, *International Congress on Mathematical Education 13 Monographs*, Springer, 2018）。

- 子どもの学び方に着目した，理想（指導案）と実際（授業）とのギャップの要因の追究（**how to learn 型の授業研究**）
- そのために必要な，子どもの学びの履歴や授業の目標設定に関する**教師間の共通理解**
- 授業研究へ参画することが自らの「授業力」を高める上でも有効だと考える，**授業研究の自己向上機能に対する信念**
- 子どもの学びの改善のための校内や地域での教員の**協働性**

これは，how to learn 型の授業研究の成立基盤である。実際，授業研究を導入・普及しようとする諸外国には，このような基盤がないため，　how to teach 型の授業研究にとどまってしまうケースが多い。

では，日本の高等学校数学科の授業研究には，このような基盤はあるのだろうか。西村ら（2013）が算数・数学科の研究授業への参画者に対して実施した全国規模の質問紙調査では，「研究授業を通して学んだこと」に関する回答で，小学校教師で教材（39%）や児童理解（30%）が多かったのに対して，高等学校の教員には，自分の日々の授業を漠然と見直す必要性（31%）や，授業を見たり見られたりするという点での意義（37%）に関する記述が多かったこと，高等学校の研究授業では研究テーマや授業後の協議がない場合もあったことが明らかにされている。

このような実態をふまえ，本研究では，校内や地域での教員の協働性を基盤とする，how to learn 型の授業研究を行う「授業研究コミュニティ」を形成することでアプローチする。すなわち，本研究の目的は，高等学校の数学教師による，数学的に考える態度の育成を目標とする「授業研究コミュニティ」を形成するとともに，その形成要件やプロセスを明らかにすることである。

このようなコミュニティは，数学的に考える態度を育もうとする校内・外の教師間の協働性を高めることから，持続可能性，発展可能性を有し，中・長期的なビジョンのもと，わが国の高等学校数学科の授業の質的改善につながるものとなると考える。また，Lesson Study の異文化間の transition 研究に対する学術的示唆を提供しうるものであることも期待される。

1.2　研究の方法

本研究では，算数・数学教育学を専門とする研究者に，数学や数理科学，統計学を専門とする研究者，高等学校の教員や指導主事で進める。教科専門と教科教育専門の協働，研究者と指導主事・教員との協働，全国規模での教員の協働という 3 つの協働性に特徴がある。具体的には，次の第一から第四までのことを行う。

第一に，高等学校に求められている授業像を学習指導要領，数学，数学教育の視点から明確化する。

第二に，how to teach 型の授業研究から how to learn 型の授業研究へ移行するための手立てとして，授業観察フレームワークを開発する。このフレームワークは，生徒の思考を観るための視点を与えたり，数学の内容の豊かさや生徒の理解を発展させることに関する「論点」を形成したりするためのものである。いわば，指導を観たり話したりすることに関する，共通のメガネと言語を提供することを意図している。そのために，米国 Mathematics Assessment Project の中でカリフォルニア大学バークレー校の Alan H. Schoenfeld を中心に開発された TRU Math（Teaching for Robust Understanding of Mathematics）のフレームワークを詳細に分析する。これは，教員養成や教師教育において，授業で扱われている数学の内容の質や子どもの理解の度合いについて評価し，課題点を見出すことを目指し開発された授業観察フレームワークである。このフレームワークの分析により得られた知見を，日本の高等学校数学科の現状に照らし，本研究における授業観察フレームワークやそのルーブリックを試作し，数回のフィールドトライアルを通して開発する。

第三に，北海道セクター，東北（福島県）セクター，中京（愛知県）セクター，九州（大分県）セクターの４つのセクターを，大学教員をリーダーとして数名の高等学校の教師，教育委員会の指導主事で構成し，数学的に考える態度の育成をめざす多数回の授業研究会を行う。1 で開発するフレームワークを利用しながら，指導案の作成や授業観察を行うとともに，指導案の作成から授業，授業後の協議の一連のプロセスをビデオカメラ等で録画する。また，参加者が授業中に作成する授業記録の収集や質問紙調査も行う。

そして，参加教員の数学教育観や学習観の変容，授業観察や授業後の省察での視点の変化，作成される指導案や授業の質の変容，協議会の論点の変容等を総合的に分析する。

（長尾篤志・西村圭一）

引用・参考文献（第１章）

Marisa Quaresma　et.al.（2018）. *Mathematics Lesson Study Around the World*. International Congress on Mathematical Education 13 Monographs, Springer.

西村圭一・松田菜穂子・太田伸也・高橋昭彦・中村光一・藤井斉亮（2013）. 日本における算数・数学研究授業の実施状況に関する調査研究. 日本数学教育学会誌算数教育, 95(6)，2-11. https://doi.org/10.32296/jjsme.95.6_2

第2章　高等学校数学科における授業研究とその意義

2.1　求められている授業像

2.1.1　学習指導要領が示している授業像

2022 年（令和４年）４月から，高等学校では学年進行で新学習指導要領が実施される。新学習指導要領は，「どのように学ぶか」ということに対して「主体的・対話的で深い学び」の実現（「主体的・対話的で深い学び」の視点からの学習過程の改善）を目指している。「主体的・対話的で深い学び」は，主体的な学び，対話的な学びを繰り返しながら探究型の学びになることと捉えることができる。このような学びを促すためにはどのような授業を行わなければならないか，を，授業研究を通して生徒の事実に即して具体的に考えていくことが必要である。

また，高等学校数学科の多くの授業は「問題の解法の説明と問題練習が中心」であると言われる。一方，新学習指導要領では，高等学校数学科の目標が次のように述べられている。

> 数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。
>
> (1) 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
>
> (2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力，事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
>
> (3) 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度，粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度，問題解決の過程を振り返って考察を深めたり，評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

目標の冒頭に「数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通し」とあるが，この「数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通した学び」が，数学科における「主体的・対話的で深い学び」につながると考えている。

この「数学的活動」とは，数学的活動とは，事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決する過程を遂行することである。数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動については，「算数・数学の学習過程のイメージ」（図 2.1.1）で考えることができる。

このイメージ図は数学の問題発見・解決の過程全体を示しており，「数学的活動を通して」とは，単位授業時間においてこれらの過程の全てを学習することを求めるものではない。実際の数学の学習過程では，このイメージ図の過程を意識しつつ，指導において必要な過程を遂行し，その結果，これらの過程全体を自立的，協働的に遂行できるようにすることになる。

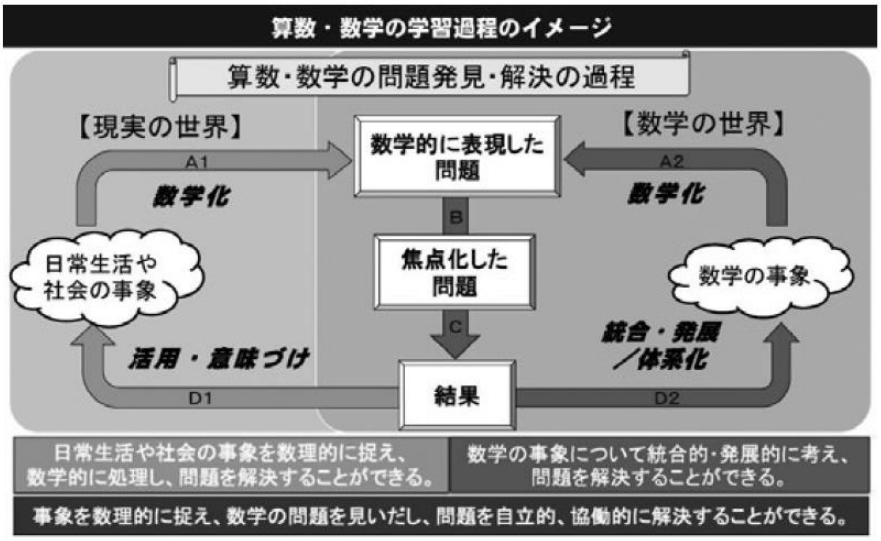


図 2.1.1 算数・数学の学習過程のイメージ

（長尾篤志）

2.1.2 「問題発見・解決の過程」の意義

2.1.2.1 「数学的な見方・考え方」と「数学者の見方・考え方」

伏屋広隆（青山学院大学 社会情報学部）

学習指導要領の「問題発見・解決の過程」を巡る図（以下，ぐるぐる）を、講義の作成や作問において意識するようになってから久しい。私自身はぐるぐるを意識して問題を作ること自体は好きだし、学生にとっても何故それを学習するかという問いに対する答えになっていることもあって評判が良い。そして、何よりもぐるぐるを意識することで、講義や問題を作る目的がはっきりするので、自分自身の頭の中も整理されるので、ぐるぐるを意識することは私にとってはいいこと尽くめである。

しかし、私の周りの数学者の間では、このぐるぐるを意識した講義の作成や作問は人気がない。その理由を考えてみると、ぐるぐるの図で説明されている「数学的な見方・考え方」が「数学者の見方・考え方」とは異なっているとの考えに行き着く。少なくとも私にとっては、現実事象の問題を解決するときに数学を用いるときは、問題を数学化して数学の世界のものに変換してはいない気がする。勿論、無意識化でそれをしていると考えることもできるのではあるが、どちらかというと、初めから数学の世界のものに見えているといった方が表現としてはしっくりくる。その意味ではぐるぐる回すというのは表現として違和感がある。また、右側の数学の世界についても、感覚としては、問題が急に出現してくる感じでぐるぐる回っている感覚は私にはない。

では、ぐるぐるのようなものはどこにあるかというと、私の場合は必ずしも数学を専門としていない大学生に数学的な見方・考え方を教えているときの手法がそれに近いといえる。将来数学科に進むような数学的な見方・考え方が備わっている学生に対しては、従来のシンプルな純粋数学の方が思考の自由度が高く、そこに余分なものをつけてしまうと、かえってそれは学生の見方・考え方の足枷になってしまう。だから、一部の数学者にぐる

ぐるは不人気なのだと考える。一方で、数学的な見方・考え方が出来ていない学生に対しては、ぐるぐるのようなものがあった方が格段に分かりやすいとも思える。

そのように整理していくと、ぐるぐるを導入する意義は、従来の数学を教える手法の大きな転換ということができる。現実事象の問題が科学的に解決されることが増えていく中、これからは今まで以上に、必ずしも数学を得意としていない人も数学を使った問題解決を理解することが求められる。彼らにそれを教えるときは、数学を得意とする人にとって分かりやすい従来のシンプルで精錬された「数学者の見方・考え方」ではなく、ぐるぐるの図で説明されているような「数学的な見方・考え方」の方が分かりやすいかもしれない。

スポーツなどで特に顕著であるが、日本ではそれが得意な人が成長してきた過程をたどらせようとする傾向がある。プロを目指している者に対してはそれも一つの方法であるが、それでは裾野は広がっていかない。今は「数学的な見方・考え方」の裾野を広げる時期であり、それにぐるぐるの考え方が必要なのだと考える。

2.1.2.2 「考える」考

阿原一志（明治大学総合数理学部）

<u>はじめに</u>

本稿は、数学を専門とする者の視点から「数学を考えるときの心理作用」について考察を行い、中等教育の数学の授業において「生徒たちが数学を考える」ことへの解釈を提案するものである。

最初に、アメリカの心理学者ジョイ・ギルフォードが提唱した概念である収束的思考、拡散的思考の考え方を紹介し、数学の思考力・判断力・表現力への関連性について考えることにする。収束的思考、拡散的思考については（不適切かもしれないが）Wikipedia の解説が簡明であるので、ここから引用することにする。

> *Convergent thinking is a term coined by Joy Paul Guilford as the opposite of divergent thinking. It generally means the ability to give the "correct" answer to standard questions that do not require significant creativity, for instance in most tasks in school and on standardized multiple-choice tests for intelligence.*
> *（訳：収束的思考は、発散的思考の対義語としてジョイ・ポール・ギルフォードによって造られた用語です。それは一般的に、例えば学校でのほとんどのタスクや知能のための標準化された多肢選択式テストで、重要な創造性を必要としない標準的な質問に「正しい」答えを与える能力を意味します。）*（Wikipedia: *Convergent thinking*」）
>
> *Divergent thinking is a thought process or method used to generate creative ideas by exploring many possible solutions. It typically occurs in a spontaneous, free-flowing, "non-linear" manner, such that many ideas are generated in an emergent cognitive fashion.*

（訳：拡散的思考は、多くの可能な解決策を探求することによって創造的なアイデアを生み出すために使用される思考プロセスまたは方法です。これは通常、自発的で自由に流れる「非線形」の方法で発生するため、多くのアイデアが創発的な認知的方法で生成されます。）(Wikipedia: *Divergent thinking*)

この考え方を数学の問題解決に当てはめてみるとおおよそ次のようになると考えられる。

（収束的思考）公式を正しく適用して、計算を正しく行う。図や表を正しく作成したり、図や表から情報を読み取ったりする。手順に従って論理的に説明する。

（拡散的思考）数学の問題を解決するための構想を練る。未解決の問題に対して、解決するためのアイデアを出す。

数学における収束的思考と拡散的思考

このような行動分類に着目した経緯について説明する。数学の授業などで、教員が生徒に向かって「よく考えなさい」と指導することが、いかなる場面においても適切なのか、と言う素朴な疑問が出発点である。というのも、自分が数学の問題を考えるときには、心理の営みという観点からみて少なくとも「2 種類の考える」があると日頃から感じていたからなのである。

「考える」という現象の一つ目は、授業中のドリル練習や入学試験のように「集中力を高め、数学の問題解決に向けて最大のポテンシャルを出すこと」である。研究者が論文を執筆する作業はこの範疇にあるのではないかと思われる。もう一つの現象は、「リラックスした状態で試行錯誤的に脳内に考えを巡らせること」である。研究者が未知の問題に対して解決への糸口を探す作業はこの範疇にあると思われる。調べたところ、これらは心理学ではそれぞれ収束的思考、拡散的思考と呼ばれて深く研究されているようである。

筆者にとって、数学者としての活動は、拡散的思考によって構想を練り、収束的思考によって証明を構築することだと言ってもいいだろう。つまり数学者の活動にとってはどちらも大事な思考法であると言える。一方で、教授者としての活動は、学習者に対して知識や技能を与えようと講義し、「よく考えなさい」という言葉をとおして収束的思考を学習者に強要していることが内省される。

この食い違いが違和感となり、筆者を苦しめているのである。本稿ではこの二つの思考について、筆者自身の心理作用からの整理を行い、数学学習のための一助となることを目指すものである。

リラックスした状態で試行錯誤的に脳内に考えを巡らせること

散歩をしているときやお風呂に入っているときなどに、ふと新しい発想が浮かぶことはないだろうか。この項ではこの心理作用について考察してみる。

散歩や入浴という場面に限ったことではなく、我々は「物思いにふける」ことがある。どちらかというと体の力を抜き、体のこわばりをほどき、むしろリラックスした状態を作り出したうえで、頭の中で考えを巡らせることはある。このような状態は、テスト中に正

確に計算するために集中して考えている状態とははっきり異なる心理作用であると認識できる。この活動が、くだんの拡散的思考に相当するものであると考えられる。

中等教育の数学の場面で拡散的思考を行うとき、はたして「学習者は考えているのだろうか」。（もしくは、「学習者は思考状態にあるのだろうか」と問い直してもよい。）この観点については、肯定的結論と否定的結論の両論ありうることを認めたうえで、筆者は肯定的に考えている。その両論を述べることにしたい。

まず否定的結論は大きく言って二つある。一つは、このようにリラックスして考えを巡らせるプロセスは論理的（もしくは演繹的）とは考えられず、また演繹的でない思考は数学的思考と呼ぶことはできないという論である。これを言い換えると、数学的思考を涵養する唯一の方法は、演繹的思考を磨くことだということになる。もう一つは、中等教育の数学においては、公式などの知識・技能により解決しうる問題のみを扱えばよく、（作図題において補助線などの発見的課題がいくらかはあるとはいえ、）結局はいかに既知の公式を思い出し組み合わせるかが重要であって、ふとした思い付きは基本的に不要であるという論である。まとめると、数学教育の場面において拡散的思考を活動として扱う必要がないという論である。

これらに反論する形で肯定的結論を述べたい。まず、なんといっても数学者である筆者自身が上に述べたような拡散的思考を通して数学の問題解決を行っているということである。その活動自体は演繹的でも論理的でもない。しかし、ふわりと飛来した思考のかけらを脳内で捕まえ、それを論理的に結合させて初めて「発想」と呼ばれるものになるのではないかと考えている。このようにして得られた発想を、改めて数学として適切な形に論理的に再構成していく作業を行う必要がある。すべての未知の問題がすべて収束的思考による演繹的プロセスにより解決できるとは考えていない。筆者の知る限り、すべての数学者は圧倒的に拡散的思考により数学を行っている。

中等教育の内容が収束的思考のみに基づいて設定されているのではないかという論に反論することは、少し前までは難しかったかもしれない。しかし 2016 年 12 月に中教審が提示した通称「ぐるぐるの図」以降、日本の数学教育の考え方は大きく転換しているように見受けられる。探究活動が重視されたり、指導要領の内容の記述に思考力・判断力・表現力が前面に出されたりしていることは、広い意味で若い人たちにも拡散的思考を勧めるべきとの思想につながっているものと確信される。新しい指導要領にむけて教科書も、これらの方針転換を意識するような紙面であることが強く期待され、教科書に沿った学習の中でも拡散的思考を扱うことができるようになるのではないかと想像している。

詳細はここでは省略するが、ぐるぐるの図において、学習過程は A，B，C，D の４つに分類され、それぞれに繋がりながら、スパイラル状に学習を進めることが望ましいとされている。

「ぐるぐるの C：焦点化した問題を解決する」ことだけに集中した授業が行われ、生徒たちが「数学は暗記科目」と恥ずかしげもなく声をあげることは、今は昔なのである。「解決できるとわかっている課題を、限定された手段を用いて解決する」ための最も効率のよい学習方法として収束的思考だけに集中することは、もはや時代遅れである。（筆者自身はこの目的達成のためだとしても「収束的思考だけに集中」はイヤである。）

実際に、大学で研究活動を行うとき、社会に出て生き抜いていくとき、「解き方がわからない問いと向き合う」ことは必ず起こることであり、その解決法として拡散的思考が必要なのである。このことは数学者でなくとも多くの大人が大学でまたは社会で体験していることなのである。拡散思考は「ぐるぐるの図」ではおおむね「ぐるぐるの B：数学を活用した問題解決に向けて、構想・見通しを立てる（洞察力、構想力）」に相当すると考えられる。

<u>言語活動やメタ認知と拡散的思考</u>

ぐるぐるの図には B，C のほかにも A1，A2，D1，D2 という学習過程が書かれているが、本稿ではこの点については触れないことにする。これらは「日常事象から数学を見出すこと、または得られた結果を意味づけたり活用したりすること」や「数学事象から新たな問題を見出すこと、または問題解決から概念を形成したり体系化したりすること」であり、これらは「拡散的思考、収束的思考」とはさらに別の心理作用が伴っていると考えている。前者は言語活動と深くかかわっていることが想像され、後者はメタ認知と深くかかわっているのではないかと考えているが、深く分析できたわけではない。このことから本稿ではこれ以上深入りせず、引き続き拡散的思考と収束的思考について中心に論ずることとする。

<u>思考の遷移の解釈</u>

そのうえで、拡散的思考と収束的思考から派生する、相互作用についても分析しておくのがよいだろう。

<u>（収束的→拡散的）</u>正しい計算を行って結論を出すことを目標としながら、「よりよい手段があるのではないか」と模索をしながら計算や論証を進める。図や表を作成したり読み取ったりしながら、行っている作業が一般論へと昇華する可能性について思いを馳せる。すなわち、行為としては収束的思考を行っているが、脳内では絶えず拡散的思考による問題解決への意識が行われている。

<u>（拡散的→収束的）</u>未知の数学の問題の解決法を模索したり構想を練ったりしながら、その細部に現れる細かい計算を（暗算で、または軽く筆算で）試し計算する。アイデアに見込みがあるかどうかを検討する。すなわち、行為としては拡散的思考を行っているが、その補助として収束的思考を行っている。

<u>数学の授業における活動と行動分類</u>

大学受験や高校受験のトレーニングを十分に積んでいる人は、限られた時間の中で意識的に収束的思考と拡散的思考を行き来することが可能であるように観察される。かつて筆者自身が受験生だったころの心理作用について自己分析してみても同じような現象が観察される。

演習問題による訓練によって基礎的な問題を解けるようになった生徒が、応用問題を前にして手が止まってしまうことは非常によく起こる現象である。このことを「収束的思考

によって応用問題に取り組む困難（障害）」であると理解することにして、「収束的思考と拡散的思考のトレーニング」を行うことを提案したい。

拡散的思考が数学の活動に必要だと理解できても、「ぼんやりと何かが降ってくるのを待って」いるだけでは拡散的思考ができるようにはならない。本稿の最後として、ぼんやり思いを巡らせる時間と、集中して計算に取り組む時間が交互に訪れるような活動を提案したい。

（提案）問題を作って解く繰り返し

（１） 二人一組のペアを作る。できれば数学の実力が近い人同士を組み合わせるとよい。

（２） セクション０：(5 分～10 分) 教科書の章末問題のような「少し応用的な問題」について学習させる。(これは通常どおりに、解き方を教える学習でよい。) これを「基準問題」と呼ぶことにする。

（３） セクション１ (3 分～5 分) : 基準問題から容易に連想される新作問題１をそれぞれの生徒に作問させる。教員は新作問題１が満たすべき要件について説明する（＊＊に関する問題で、＊＊＊のテクニックを用いて解決するような問題を作れ、のような感じ）のもよい。また、生徒に余裕があれば別紙に模範解答を作らせてもよい。

（４） セクション２ (5 分~10 分) : セクション１で作った新作問題１をペア内で交換させる。(模範解答を作ったとしても交換しない。) 生徒には各々受け取った問題の解答を作らせる。(終了後採点の時間を設けてもよい。)

（５） セクション１’(3 分～5 分) : セクション２をヒントにして、もう一度基準問題から連想されるような（より難しい）新作問題２をそれぞれの生徒に作問させる。教員は新作問題が満たすべき要件を追加してもよい。

（６） セクション２’(5 分～10 分) ペア内で新作問題２を交換して、受け取った問題の解答を作らせる。さらに、問題の難易度や解法のポイントを解説するコメントを生徒に書かせる。(終了後採点の時間を設けてもよい。)

これで１セットとする。

本提案の狙いについて述べる。各生徒は作問を２度行い、ペアの生徒が作った新作問題の解答を作る作業を２度行う。最後には問題についてのコメントを書く。この一連の作業の中で、作問をする作業とコメント書く作業は拡散的思考を中心とする活動であり、問題を解いて解答を作る作業は収束的思考を中心とする活動である。これらを交互におこなうことにより、拡散的思考と収束的思考を意識的にやり取りする機会を提供することが、本提案の目的である。

セクションごとの時間は、生徒たちの習熟に応じて調節してよい。クラス全体で時間をそろえたほうが、生徒は取り組みやすいと思われるが、作業の遅い生徒に配慮したほうがいい場合もありうる。

まとめ

心理学では古くから知られている拡散的思考と収束的思考の考え方を用いて、数学の問題解決における思考力について考察を行った。また、その応用の一つとして、拡散的思考と収束的思考を交互に発生させるようなペアワークによる活動の提案を行った。

2.1.2.3　問題発見・解決の過程の意義について　―いくつかの事例から―

市原一裕（日本大学文理学部）

本稿では，平成 30 年告示高等学校学習指導要領解説（文部科学省，2018)において，重要な数学的活動として捉えられるとされている「問題発見・解決の過程」について，いくつかの事例をもとに，その意義について述べていく。

学習指導要領解説によると「問題発見・解決の過程」には，主として二つの過程を考えることができるとされている。その一つは，日常生活や社会の事象などを数理的に捉え，数学的に表現・処理し，　問題を解決し，解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程であり，もう一つは，数学の事象から問題を見いだし，数学的な推論などによって問題を解決し，解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的，体系的に考察する過程である。本稿では特に，二つ目の数学的事象を取り扱う過程を取り上げる。

ここで，「問題発見・解決の過程」を高等学校教育の中で展開される学習過程と捉えるとき，その意義とは何かについて，本稿の立場を明らかにしておく。「問題発見・解決の過程」を学習過程として捉えるとき，本稿ではその意義を，学習に対する効果，より正確には，学習目標達成への効果に対する「価値」として捉える。つまり，その学習過程を行う（高等学校の学習に取り入れる）ことによって，（それを用いない場合よりも）学習指導要領解説における学習目標（文部科学相,2018,p.23）が「より良く」達成される（より速やかに，より適切に，より深く，と言い換えてもよい）場合に，その学習過程を「意義がある」と認めると言うことである。

このように「問題発見・解決の過程」の意義を捉えた上で，本稿では以下の 3 つの視点から，それぞれ筆者が関わった事例を用いて，その意義が認められうるという示唆を与えたい。

3 つの視点：学習を受ける学習者（生徒）の視点，学校教育を行う社会的な視点，教育を実際に行う指導者（先生）の 視点

（1）学習を受ける学習者（生徒）の視点から

ここでは，学習を受ける学習者（生徒）の視点から，「問題発見・解決の過程」の意義を見ていく。取り上げる事例は，筆者が 2010 年 5 月に栃木県内の私立学校で行った SSH 特別授業である。少し過去に遡るものであるが，問題発見・解決の過程が具体的に現れている事例と考えられることから，ここで取り上げる。

実施日時は，2010 年 7 月 9 日（金） 5・6 時限目，対象は高校 3 年生（SSH コース，他希望者，計 94 名）であり，先方からの依頼は「高校生にも興味がもてそうな「大学数学の入門編」的な内容」と言うことであった。当時は前回の指導要領改訂のすぐあとで，数学 A に整数問題の章が設けられたことから，数論（特に整数問題）を題材として選んだ。また，高校生にとって，興味を持ちやすく，また理解しやすいと言う利点もあると考えた。さらに可能であれば，現代数学の最先端の内容まで含み，「高校までの「出来上がった」数学」から，大学で学ぶ「現在進行形の数学」へと橋渡しが出来たら，と言うことも企図した。通常教室ではなく大きめの会議室での授業ということで，スライドを中心に，

穴埋め形式のプリントを配布し，5 時間目，6 時間目ともに途中で作業（活動）を入れるようにした。

以下，スライドの内容をもとに 5 時間目の授業の様子を説明する。なお，使用したスライドおよびプリントは筆者のホームページ(市原一裕，2022)で全て公開している。

「講義タイトル：素数と未解決問題」「1. 完全数」の概要

簡単な自己紹介の後，数学史の話から始めた。数学の歴史が今から 3000 年以上前まで遡れることを紹介し，その後，実用的な計算数学から，古代ギリシャにおいて「証明」という概念がうまれたことを紹介した。そして，その頃の数学の話題の一つとして，完全数を紹介した。

完全数：その数自身を除く約数の和が，その数自身と等しくなるような自然数

最初の完全数 6 を例として示した後，次の問題を問うた。

問題 1：1〜35 までの自然数の約数を調べ，完全数をみつけなさい。

この問題をそれぞれがプリントに解いたあと，時間に余裕があれば，そこから問題を発見する場面を作れればよかったが，ここではこちらから次のように指示を与えた。それぞれの計算過程を見直して，「完全数になりそうだったが，ならなかった数」はあるだろうか。そして，2, 4, 8, 16, 32 について，自分以外の約数の和が，その数自身に 1 だけ足りない様子に注目させ，次の問題を与えた。

問題 2：その数自身を除く約数の和が，（その数自身）−1 と等しくなるような自然数を**概完全数**という。1〜35 までの概完全数をみつけなさい。

さらに，自力解決の時間をとった後，周りの人たちと議論してよいとして，次の課題を与えた。

問題（つづき）：概完全数となる数はどのような数か？　前の（2）をみて，予想しなさい。そして，概完全数が無限個あることを証明しなさい。

1〜35 までの計算の様子から，2 の累乗数が概完全数となることはすぐ予想される（例えば，(1+2+4)=8-1)。そして，約数については整数の約数の性質（中学校で既習），その和については等比数列の和の公式（数学 B で既習）を用いると，実際に 2 の累乗数が概完全数であることが証明でき，このことから概完全数が無限個あるということが証明されることを説明した。

その後，では，それ以外の形の概完全数があるか，という問いが，実は現在においても未解決問題であることを述べ，元々の完全数について知られていること（ユークリッド，オイラーの結果から最新の知見（2008 年に当時最大の 46 番目の完全数がコンピュータ計算によって発見されたことなど）まで）を説明し，加えて，現在でも未解決な完全数についての問題（どのような形か，無限個存在するか）についても解説を加えた。

この授業を，問題発見・解決の過程として捉えると，おおよそ次のようになるかと思われる。

① 数学の事象から問題を見いだす：完全数を探索する過程の計算から概完全数の概念を発見
② 数学的な推論などによって問題を解決：概完全数を探索し，その形を予想し証明する
③ 解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的，体系的に考察する：今回の証明と既習事項との関連を理解し（統合的に考え）完全数の理解へとつなげる（発展的に考える）。さらに，未解決問題まで説明することで数学の大きな流れについて知る（体系的に考察する）。

ここで，「発展的に考える」とは，数学を既成のものとみなしたり，固定的で確定的なものとみなしたりせず，新たな概念，原理や法則などを創造しようとすること，および，「統合的に考える」とは，既習のものと新しく生み出したものとを包括的に取り扱えるように意味を規定したり，処理の仕方をまとめたりすること，と捉えている（学習指導要解説，p. 24）。また，「体系的に考察する」については，より高い，あるいは，より広い観点から統合して見られるようにすること，として捉えている。

実際には，上記でおよそ 50 分の授業とし，休み時間を挟んで 6 時間目には，完全数の説明の中で触れたメルセンヌ素数から，素数についての話題に話を進めた。最初の活動として 100 までの素数を探索し，そこから双子素数問題，三つ子素数が存在しないことの証明，エルデシュ予想（素数からなるいくらでも長い等差数列は存在するか）を説明した。エルデシュ予想については，それを解決し 2006 年に数学におけるノーベル賞とも言われるフィールズ賞を受賞した数学者テレンス・タオを紹介した。最後に，素数の分布からリーマン予想について触れ，100 万ドルの懸賞金がかかっているミレニアム問題を紹介し，躍動する現代数学の一端に触れてもらった。

受講した生徒からの感想をいくつか抜粋してみる。

・ 普段数学というものは数学の問題を解くためだけにあり，ほとんど「道具」のようなものでした。しかし今回の講演で数学のあり方に新しいものを見ることが出来ました。（数学のよさを認識）
・ 自分達が学習していた数学はとても狭い範囲だったことに驚きました。もっと数学の多くを知りたいと思いました。（積極的に数学を活用）

少ないものであるが，これらの感想から，学習指導要領にある(3) 学びに向かう力，人間性についての目標：

(3)数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度，粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度，問題解決の過程を振り返って考察を深めたり，評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

に関して，生徒の視点からみて，問題発見・解決の過程を用いた学習がその達成に意義があることが示唆される。

(2) 学校教育を行う社会的な視点から

ここでは，学校教育を行う社会的な視点から，問題発見・解決の過程の意義を見ていく。

学習指導要領解説第 1 章 総説では「学校教育には，（中略）複雑な状況変化の中で目的を再構築することができるようにすることが求められている。」（下線部筆者）とある。これらの事柄を学校教育に求めている主体は，その前段によると「将来の予測困難な社会」だと解釈される。さらに学習指導要領解説において，改訂の基本方針として述べられているのは「主体的・対話的で深い学び」の実現（に向けた授業改善の推進）であり，つまり，将来の社会が求める学校教育を実現するためには「主体的・対話的で深い学び」の実現が必要だと理解される。筆者は，この「主体的・対話的で深い学び」とは，まさしく「数学の研究をすること」（「数学をすること」）に他ならないと感じる。そこでここでは，「主体的・対話的で深い学び」のモデルとして，筆者が 2019 年に実際に行った研究活動（国際共同研究）を事例として取り上げ，それと「問題発見・解決の過程」の類似を指摘し，その意義について述べることにする。

なお筆者の関わったさまざまな研究活動の中から，この研究を選んだ理由 2 点を先に説明する。まずこの研究は国内外の 4 名による共同研究であり，頻繁なメールでのやりとりをもとに進めていたため，詳細に記録が残っていること。（個人研究では，そのような記録は残りにくい。）また，開始から論文投稿まで，およそ２ヶ月という非常に短期間での研究であること。（多くの場合，研究開始から論文執筆まで年単位の時間がかかる。またその間，さまざまに試行錯誤があり，紹介するのが困難である。）

なおここでは，数学的な内容よりも，共同研究の進め方（研究についての対話・議論の様子）と事例として紹介することが目的であるので，専門用語の解説は最小限にとどめることにする。

以下，時系列に沿って，メールでの議論（やりとり），および，筆者自身による研究活動について記録を見ていく。（なお，後で不要になった計算についてなど，部分的に省略した箇所もあり，これが全ての記録という訳ではない。）

[2019.7.3] 研究論文を自由に投稿できるプレプリント・サーバ arXiv（https://arxiv.org/）に，以前からの自分の研究に関わるプレプリント（査読前論文）（Hanselman, 2019）が投稿されていることに気づく。そこでは，2000 年台に開発された新しい理論である Heegaard Floer homology の計算を精密化することにより，それ以前の結果よりも非常に良い定理が与えられていた。そもそもの問題設定は，筆者が以前から（2014 年ごろより）取り組んでいた矯飾的手術予想という結び目理論の予想についてであり，Hanselman の論文では，特に 3 次元ユークリッド空間内の結び目について，その予想の部分的な肯定的解決が与えられていた。

この結果について，ちょうど別の共同研究でメールのやり取りをしていた鄭 仁大氏（近畿大学）と話題になった。何かこれをもとに研究を進められないか，とお互いに感じ，その日のうちに数通のメールのやり取りをし，方向性を探った。

[補足]結び目に沿った矯飾的手術について，より専門的な内容については（市原一裕，2020a）を参照。なお，それと同値な結び目補空間予想について，一般向けの解説記事は（市原一裕，2020b）に掲載されている。

[2019.7.4] 旧知の研究者である T. Mattman 氏（カリフォルニア州立大学チコ校）が別の研究会のため来日しており，この日に訪問を受けた。彼と Hanselman の結果について議論をする。特に，Hanselman が与えた「結び目が矯飾的手術を許容するならば，その結び目の種数は 2 でなければならない。」という制限に着目する。

実は，2016 年の Zongtao Wu 氏（香港中文大学）との共同研究(Ichihara & Wu, 2019)の中で，結び目の特別なクラスである二橋結び目に沿った矯飾的手術を扱い，そこで具体例として種数が 2 の場合について計算を行なっていた。つまり，二橋結び目が矯飾的手術を許容するかどうか，は Hanselman の結果により種数が 2 のものだけ調べればよく，それについて，部分的な計算はすでにしてある状態だったのである。

図 2.1.2.3.1　二橋結び目の例

そこで，これらの準備のもとで，矯飾的手術を許容する二橋結び目を分類することを目的と定め，Mattman 氏と共同研究を始めることになった。実際，Hanselman 氏の結果と Wu 氏との共同研究により，あと調べるべき二橋結び目はかなり制限されたものとなっていた。それらは矯飾的手術をもたないことが（経験的に）予想され，これを示すことが具体的な目標となった。

まず，2016 年に Wu 氏との共同研究の際に，個人的に計算していた結び目の符号数と呼ばれる不変量の計算を見直した。なぜなら，それ以前の Ni & Wu による定理(2015)により，もし結び目が矯飾的手術をもつならば，その符号数は 0 でなければならないからである。しかし Mattman 氏との議論の中で，その筆者の計算の正当性が問題となった。なぜなら，そこでの計算途中の行列計算で使った手法が，正しいものかどうか判定できなかったのだ（2016 年のノートに省略が多く検証できなかった）。

とりあえず，これについては後で考えることにし，次に，Wu 氏との共同研究の前(2015 年ごろ)に行なっていた斎藤敏夫氏（上越教育大学）との共同研究の手法が使えないかを議論した。斎藤氏との共同研究では，二橋結び目の特殊なクラスを考え，それに属する結び目に沿った矯飾的手術について，SL(2,C)キャッソン不変量と呼ばれる結び目の不変量を用いて研究を行なっていた。実は，その不変量の計算に，Mattman 氏の過去の論文の結果を使っていたのである。そこで Mattman 氏と，いくつかの具体例について実際に計算を行なった。前述の符号数の計算が正しいと仮定してだが，おおよそは，うまくいくような感覚を得た。しかし残念ながら，その手法では判定できない例も発見した。

その日の夜には，Mattman 氏から，コンピュータを使った実験により，筆者の 2016 年の符号数の計算が正しそうであること，および，斎藤氏と，さらに結び目不変量の計算に詳しい鄭氏を共同研究に誘うことについてメールで提案があった。

[2019.7.4-5] 早速，鄭氏にメールを書き，Mattman 氏との議論を伝えた。特に，SL(2,C)キャッソン不変量を用いても判定できない例についてのアイディアを相談する。そこで思いついたのが，(Ichihara & Wu, 2019)の結果の拡張である伊藤哲也氏（大阪大学（当時））

の最新の結果だった。ただし，その結果を利用するためには，結び目のジョーンズ多項式と呼ばれる多項式の不変量を計算する必要があり，かなり複雑になりそうな気配があった。しかし，その日の夜には鄭氏から，伊藤氏の定理の証明を見直すことで，今，考えている場合にはもう少し適用しやすい形で使えることがわかったとの連絡があり，見込みが見えてきた。

一方，斎藤氏にもメールで Mattman 氏との議論について知らせ，共同研究を持ちかけたところ，快く了承してもらえた。特に，SL(2,C)キャッソン不変量の計算をお願いした。二橋結び目の SL(2,C)キャッソン不変量の計算には，有理数の連分数展開を計算することが必要なのだが，これについては以前の共同研究の中で，斎藤氏が精通していたからである。

一方で，個人的には，2016 年の結び目の符号数の計算（の確認）に取りかかった。しかし，過去に使った行列の符号数に関する定理の文献が見つからずに困ってしまう。計算ノートをきちんと残していなかったのが悔やまれる。

[2019.7.8]　斎藤氏から， SL(2,C)キャッソン不変量についての計算の結果がメールで知らされる。Mattman 氏と計算した例，および，Mattman 氏がコンピュータで計算した例を含めて，今，考えたい二橋結び目の全てについてきちんと計算ができ，それにより，計算できたものは確かに矯飾的手術をもたないことが証明されたという（詳細なノートは後日）。残るは，鄭氏と議論していた二橋結び目のクラスであり，特にもろ手型という性質を持つものであった。

[2019.7.9]　鄭氏より，ジョーンズ多項式についての計算結果のメールが届く。残っていた二橋結び目のジョーンズ多項式，および，それを漸近展開したときの４次の係数について計算ができ，最後に残されていたクラスについても，矯飾的手術をもたないことがわかったという。ただし，計算の最後の部分ではコンピュータを用いた計算を行なっており，その正当性（厳密に計算できているか）の確認が必要であった。（これについては，後日，確認された。）

[2019.7.10]　これまでの議論を踏まえ，証明としてまとめ始める。ただし，まだ過去の自分の計算（結び目の符号数の計算）の正当性が確認できていないので，この時点では証明として不完全であった。

また鄭氏とのやりとりの中で，今回の手法をほぼそのまま使って，交代的ファイバー結び目と呼ばれるクラスについても矯飾的手術を許容するものの分類が得られることもわかった。この部分には，鄭氏の過去の研究（博士論文の内容の一部。アレクサンダー多項式の計算）が効果的に使われた。さらに交代的プレッツェル結び目と呼ばれるクラスについても拡張できそうなこともわかり，4 人で共有しメールで議論を始める。

[2019.7.10]　鄭氏から，二橋結び目の符号数の計算は 2005 年の Lee の公式が使える，という情報がもたらされる。筆者も知っていたはずだが，すっかり忘れていた。これで 2016 年の自分の計算を確認することができる。すぐにその計算に取り掛かる。（後日，2016 年

の自分の方法も正しいということが，代数学を専門とする同僚からの情報により確認された。）

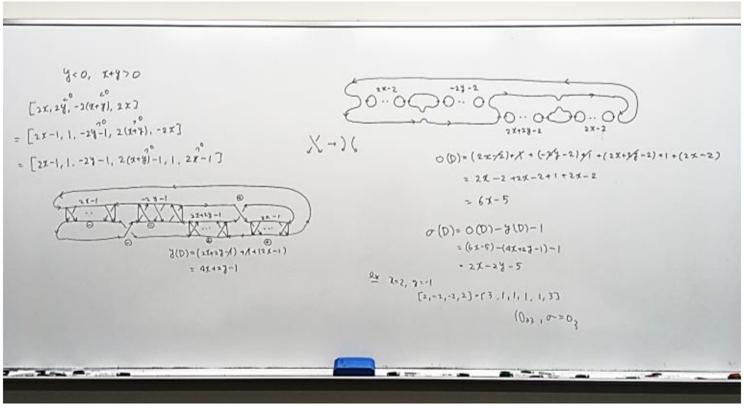


図 2.1.2.3.2　 Lee の公式を使った結び目の符号数の計算

［2019.7.11-12］ 鄭氏とのメールのやり取りで，話に出ていた交代的プレッツェル結び目についても，非常にシンプルな議論で証明がつけられるということがわかった。Hanselman の結果（種数が 2）というのが非常に強い制約になっている。

［2019.7.16-17］ Lee の公式による結び目の符号数の計算だが，公式の適用ミスや計算ミスを繰り返したこと，また大学の授業などの業務に追われたことから，時間がかかってしまった。ようやく正しそうだと納得できる結果が得られ，その写真を送って鄭氏にも確認してもらう。無事に大丈夫そうとのこと。この計算結果を Mattman 氏，斎藤氏とも共有し，これでようやく定理の証明として完成ということになった。

Theorem. There are no purely cometic surgeries on two-bridge knots.

この後，論文執筆をし，プレリントサーバに投稿し，また関連の研究者にも意見をもらった。例えば 8 月末には，結び目の符号数の計算に用いた Lee の公式について，オリジナルの文献についての指摘をもらい修正をした。その後，2019 年 9 月に学術雑誌に投稿した。論文査読の段階で，査読者からの示唆により，SL(2,C)キャッソン不変量の計算の部分を，より短い形に修正を行うなどの修正を行った。最終的に，以上の共同研究は(Ichihara et al.,2021)として，国際学術雑誌「*Algebraic & Geometric Topology*」に掲載された。おおよそ 2 ヶ月の間に 100 通以上のメールのやり取りがあった。

以上の数学研究活動は，極めて「主体的」かつ「対話的」である。そもそも数学者はなぜ「数学を研究するか」と言えば，それはやはり主に個人的な目的，つまり，数学の美しさ，発見したときのよろこび（愉悦），たのしさ（愉しさ）に尽きると思われる。したがって，数学を研究することは極めて主体的な活動である。一方で，近年の多くの数学研究は，上記のような共同研究の形式が多い。なぜなら，一人ひとりの個人的な研究から，対話を繰り返し，協働を積み上げていくことで，より深い知見を得ることができるからである。

また，上記の研究活動の過程には，「問題発見・解決の過程」が，繰り返し何度も現れていることがみて取れる。[2019.7.3]の Hanselman 氏の論文から，対話の中で問題（研究課題）を発見し，対話による共同研究の議論によりそれを解決し，またその過程を統合的・発展的にみることで新たな問題（課題）を発見している。その後，証明としてまとめ，論文を執筆し，学術誌に投稿する過程において，得られた結果を体系的に見直している。実際，他の研究との比較・対比から，自分達の結果の位置付けを考えることが論文執筆には必要なのである。さらに，それらの結果を研究集会・シンポジウム等で発表することにより，さらなる体系化と新たな発見につなげている（市原一裕，2020a）。

以上のことから，これからの社会で求められる学校教育を実現するために必要とされている「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けて，そのモデルとなるべき数学の研究活動に「問題発見・解決の過程」が明確に現れていることから，問題発見・開発の過程には確かな意義があることが示唆される。

なお追記としてさらに，学習指導要領解説にある高等学校における数学教育の意義（文化的な意義）にある「数学は，人類が生活や社会を発展させる中で継承され発展してきたもの。現在も発展を続けており，我々もその発展に寄与することも重要である。」に関連しても，数学の研究活動の雛形として「問題発見・解決の過程」は重要であることも示唆される。

(3) 教育を実際に行う指導者（先生）の視点から

ここでは，教育を実際に行う指導者（先生）の視点から，問題発見・解決の過程の意義を見ていく。取り上げる事例は，2020 年度に筆者の指導学生が行った研究授業である。

まず，この研究授業の背景について説明する。筆者が所属する日本大学文理学部数学科は，教員養成系学部ではないものの教員志望の学生が多い。しかし教員養成系でない学部の数学科であるため，学校現場に触れる経験などの機会があまりない。そこで学科独自で「教職学生支援プロジェクト」を立ち上げ，教員という仕事についての課外活動の機会を作っている。（プロジェクトの詳細については，学科 web サイト（日本大学文理学部数学科，2022）を参照。）主な内容は，卒業生を呼んでの教職セミナー，近隣の付属校および世田谷区内の中学校での授業見学，および，世田谷区内の 4 つの中学校と連携しての教職実地研修である。教職実地研修というのは，以前に学部で行っていた教職インターンシップを引き継いだものであり，実際の活動内容は各連携先の学校に任せているが，主に以下のような活動を現場で学生が経験するものである。概要：教員志望の学部 3 年生が，およそ週に 1 日，4 月から 1 月まで連携先の中学校で，授業補助（特別支援級を含む），事務作業の補助，部活動の支援員，などの活動を行なう。（文理学部数学科における教職インターンシップについては（市原他，2018）を参照。）その中でいくつかの中学校では，1 年間の活動のまとめとして，実地研修生による研究授業が行われている。教育実習前に，実際の現場で授業を行える貴重な機会であり，たった一回の研究授業ということから，題材選びから始め，指導案の作成，大学内での練習などを経て，実際に中学生相手に授業を行なう。昨年度（2020 年度）は新型コロナウィルス感染症感染拡大のため，さまざまに例年とは異なる状況があったが，1 校の中学校において 2 名の学生が研究授業を行なった。そのうちの 1 名の研究授業の実施について，以下でその活動の概要について説明する。

学部 3 年次後期在学中の 2019 年の 12 月ごろから，当該学生は，活動先の中学校の担当教員，および，大学での指導担当である筆者と，研究授業について相談を始めた。中学校担当教員からは，中３のクラスでの授業となりそうなことから，標本調査の単元ではどうか，という提案があった。当該学生も 3 年次前期のゼミで統計学について学んでいたことから，まずおおよその方向性が定まった。当時，流行っていた映画の満足度調査のニュースから，それを導入に取り入れることにし，標本調査の信頼性を題材にすることに決めた。そして，中 3 では標本調査による点推定を学ぶので，その後の授業時間に研究授業を行うことにし，そこから高校での区間推定への接続を目指した授業を企画した。標本調査についての導入の後，標本調査の活動を行い，母平均の推定を行う。そこから推定の信頼度についての問題提起をし，高校で学ぶ区間推定の紹介をするという流れである。方向性が定まったことから，冬休みを利用して指導案作成に取り掛かった。1 月中旬には指導案の最初の案ができ，そこから練習をしながら指導案を改善していった。授業練習には主に同じ学校で活動していた学生や同じゼミの学生が参加し，実際の生徒の反応，時間配分に注意して指導案の修正が行われた。また標本調査の具体的な活動方法，特に，コインやさいころの実物を使うかどうかについて，2 月以降，中学校担当教員から現場の様子を聞き修正を繰り返した。一方で，高校内容である区間推定（および，大数の法則や中心極限定理）については，中学校担当教員と情報共有（教え合い）をしつつ，お互いに理解を深め，より適切な説明ができるように工夫をしていた。おおよその授業の流れについては，資料として後に載せた指導案・および配布プリントを参照してほしい。

2021 年 3 月に行われた実際の授業については，筆者も観察したが，まだ学生の初めての現場での授業ということもあり，改善の余地もあった。しかし，中高接続を目指した意欲的な授業であり，また授業そのものも，数学的活動を取り入れた「問題発見・解決の過程」を意識した授業であったと言える。

ここで注目すべきことは，そのような「問題発見・解決の過程」を意識した授業を計画し，準備し，実施することの教員への影響である。今回，教員志望の学生が，題材探しから，指導案の作成，授業の実施，振り返り（授業検討会）まで実際に体験したことは，教員養成の過程の中で非常に意義があると感じた。あくまで観察のみの結果ではあるが，これにより，教材への理解が深まり，さらに関連する教員とのコミュニケーション力，現場の生徒への対応，など多くの面で非常に成長が見られた。またさらに，指導担当した中学校教員についても，高校内容の知識の確認や，新たな題材（教材）の開発など，後日のインタビューでは，非常に勉強になったというコメントだった。

以上のことから，「問題発見・解決の過程」を意識した授業を行う（企画し準備し実践する）ことは，それを行う教員にとっても資質能力の向上に向けて意義があるということが示唆される。またさらに，そのような体験を，教員養成課程の中で実施することにより，より実践的な教員を育てることができると感じている。学習指導要領にある高等学校数学科の目標の中で，知識・技能，および，思考・判断・表現についての目標をよりよく達成することに向けて，教員の資質向上も求められてくるであろう。したがって，そのような教員を養成するためにも「問題発見・解決の過程」を学習過程として取り入れることの意義があると考えられるのである。

資料

数学科学習指導案

＜授業者＞日本大学文理学部数学科　****
＜指導教諭＞世田谷区立****中学校　****

１．日時：令和３年　３月９日　４時間目
２．場所：世田谷区立****中学校
３．学年・人数：３年　３６名
４．本時の学習
（１）目標：標本調査の意味を理解するとともに、その特徴や限界などについても考察し，高校での学習を見通し、興味を持つ。
（２）準備物：マグネット　電卓

（３）本時の展開

	活動内容	指導上の留意点
導入（5分）	T:「教室のみんなに質問です。去年流行った映画『鬼滅の刃』見た人いますか？」 S:「見ました。」 S:「見てません。」 T:「今教室のみんなを標本として標本調査を行いました。では映画館の前にいる人に同じ質問をしたら同じ結果になるでしょうか？」 S:「ならないです。」 T:「みんな同じ日本人なのにおかしいですね。なんで同じ結果にならないんですか？」 S:「標本が無作為に調べられていないからです。」 T:「そうですよね、映画館の前にいる人は鬼滅の刃が好きな人が多いですもんね。これでは正確な標本が取り出せたとはいえないです。」 T:「では今回は多くのデータから自分で標本を取り出して標本調査をしてみましょう。」	標本調査を思い出してもらう。 無作為抽出の大切さを確認する。
	板書する。 標本調査で母平均を推定する。 数人の代表の生徒に前に出てきてもらい、ストップウォッチで目をつぶり２０秒はかってもらう。 T:「目を閉じて２０秒はってみてください。」 T:「同じように６０秒を２００人にはかってもらいました。」 母集団の数値が書かれた模造紙を黒板に貼る。 数値が書かれた紙を配布する。	無作為抽出になるように確認する。

展開（２０分）	T:「この２００人分の平均を求めてください。」 T:「データを全部足す以外にどうやって求めますか？」 S:「標本調査をします。」 方法を説明する。 T:「標本の数は１０とします。 「無作為抽出の方法は乱数表を使ったり、くじ引きするなどありましたが、今日はくじ引きで無作為抽出します。ただくじを作るのが手間なので自分でくじ引きしてもらいます。」 「配ったプリントの数値から目を閉じて１０個数値を選んでください。選んだ１０個の標本の平均を求めます。」	生徒から意見を引き出す。 こないだどんな学習をしたかな？ 実際に張り出した模造紙上でやって見せる。
	標本平均を求める。 この間に黒板にヒストグラムのメモリを書いておく。 T:「今みんなそれぞれ出した標本平均は母平均と同じくらいになってると思いますか？」 S:「ちゃんと無作為抽出したからなってる。」 「まわりと同じだからなってると思う。」 ヒストグラムを作成し、データのばらつきを確認する。 T:「ではみんなが各自で出した標本平均を見やすくまとめたいと思います。 ここにマグネットがあるので黒板の表の該当する部分にマグネットをはりにきてください。」	机間指導を行いながら標本平均と母平均が本当にあっているのかどうか今回のテーマを確認する。 無作為抽出ができているか確認する。 標本平均を求める際は電卓を使う。 幅は 40～45～50～55～60～65
	ヒストグラムを確認しながら T:「こう見ると各自で取り出した標本によって平均値にばらつきがあることがわかります。」 「さて今回のこのデータの母平均はいくつくらいになると思いますか？」 S:「〇〇秒です。」 T:「多くの標本平均が大体この幅にあるので母平均は〇〇秒くらいになるということですね。」 「では今回の母平均を発表します。母平均は 54.4 秒です。」 母平均：54.4 秒 T:「この結果から多くの標本平均が母平均と同じくらいになることがわかりました。これでわざわざ全数調査をしなくても標本調査から母平均を推定できると実験でわかりましたね。」	母平均　54.4358 標準偏差 3.718499342
	本当に標本調査が信頼できるのか考える。 板書する。 標本調査の信頼性。	

	T:「ではもう一度質問です。みんなで実験した結果、標本調査で母平均を推定できるとわかりました。しかし、自分の標本調査の結果だけみると母平均と同じになっていますか？自分の結果を確かめてください。」 T:「標本平均が母平均とぴったり一致した人いますか？」 T:「自分の標本調査の結果が母平均と同じにならないと標本調査で母平均を正確に推定したとはいえないです。」 T:「では自分の標本調査がうまくいくためにはどういう工夫がありますか？」	一回の標本調査だとうまくいかないことがあると考えさせる。 生徒から意見を引き出す。
展開２（２０分）	S:「いまみたいにたくさん標本調査する。」 S:「標本の大きさを１０より増やす。」 S:「別の抽出の仕方をしてみる。」 T:「いろいろ方法はありますね。しかしたくさん標本調査をするなら母平均を求めた方がはやくないですか？」 「1 回の標本調査でピンポイントに母平均を推定することはできません。」 T:「今までは標本調査で母平均を推定できると学習しましたが、自分だけ、たった一回の調査ではピンポイントに母平均を推定することはできません。なので高校では母平均を推定するときに区間を使って表します。そのときに高校 2 年生で学習する区間推定という技を使うとどのくらいの確からしさで母平均がどこからどこまでの区間に入ってるのか幅を持たせて推定することができます。」 T:「これが 1 回の標本調査から区間推定をしてみた結果です。」 黒板に計算結果をはりだす。 T:「計算方法はまだ知らなくて大丈夫です。」 「区間推定を使うと 1 回の標本調査で標本平均が５５	どうしたらいいのかを考えさせる。疑問を持たせる。
	だったら、９５%の確率で母平均が５２．３～５７．４の間にあることがわかります。この５２．３～５７．４の区間を９５%の信頼区間といいます。なぜ９５%かというと残りの５%に確率で信頼区間に母平均がない場合があるということです。」	

	T:「さっきはたくさん標本調査をして、多くの標本平均がこの幅に集まったので母平均をなんとなくここかなと推定できたけど、区間推定を使うとたった一回、標本調査をするだけで母平均の存在する区間を推定できるのでたくさん標本調査をしたり、データを全部足さなくても手間がかからずに母平均を計算で求めることができます。」	展開１の推定と比べながら区間推定の利便性について確認する。
まとめ（５分）	T:「もし将来工場とかで働いてたら、理不尽な上司に「お前この１０万本のネジの長さの平均調べといて！急ぎだから今日中な！」とか言われるかもしれません。そんなときどうしますか？」 「区間推定で信頼区間を求めて「大体このくらいです！」と報告すればOKです。」 T:「こんなように区間推定は便利なので高校の勉強で区間推定が出てきたら今日の授業を思い出してみてください。」 「今日はありがとうございました。」	

引用・参考文献（2.1.2.3）

Hanselman, J. (2019). Heegaard Floer homology and cosmetic surgeries in S^3. arXiv:1906.06773 (*Journal of the European Mathematical Society* に掲載受理).

市原一裕，草開宣晶，廣田桂子，鎌田みなみ（2018）. 私立大学での数学科教員養成における教職インターンシップの取り組み. 教師教育と実践知（日本大学文理学部教職センター），3, 55−64.

Ichihara, K. & Wu, Z. (2019). A note on Jones polynomial and cosmetic surgery. *Communications in Analysis and Geometry,* 27(5), 1087 – 1104.
https://dx.doi.org/10.4310/CAG.2019.v27.n5.a3

市原一裕（2020a）. 結び目に沿った矯飾的手術について. 第 67 回トポロジーシンポジウム講演集. https://www.mathsoc.jp/section/topology/topsymp/2020/ts2020Ichihara.pdf（2022.2.11 参照）

市原一裕(2020b). 特集 私の好きな予想「結び目補空間予想」. 数学セミナー 2020 年 11 月号 709 号, 16−17. 日本評論社.

Ichihara, K., Jong, I.D., Mattman, T.W., and Saito, T. (2021). Two-bridge knots admit no purely cosmetic surgeries. *Algebraic & Geometric Topology,* 21, 2411–2424. https://doi.org/10.2140/agt.2021.21.2411

市原一裕(2022). 個人ホームページ，プロフィール，一般講演など. http://www.math.chs.nihon-u.ac.jp/~ichihara/Profile/index-j.html#Lectures（2022.2.11 参照）

日本大学文理学部数学科（2022). 教職学生支援プロジェクト. https://www.math.chs.nihon-u.ac.jp/?page_id=824 （2022.2.11 参照）

文部科学省.(2018). 高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説 数学編 理数編.学校図書.

2.2　問題解決型の授業

算数科では，単位授業時間においては，問題解決型の授業が志向されることが多い。国際的にも評価が高く，Problem Solving Approach, Teaching through Problem Solving として知られている。さまざま段階の設け方があるが，おおむね，次のような段階からなる。

問題の提示
解決（個人・ペア・グループ）
比較・検討（練り上げ）
まとめ

ここでいう「問題」は，「ある目標を達成しようとしているときに，すぐには達成するための手段が見つからない状態」である。「解決」では個人，ペア，グループで解決に取り組む。この前に，何ができないために困っているか，何がわかればよいかなどを明確したり，結果を予想させたり，解決の構想を立てさせたりすることもある。「比較・検討」では，まず，様々な考えを取り上げ，それらを学級全体で比較・検討することを通して，考えや解決をより洗練されたものや一般性のあるものなどへと高めていく。この過程を「練り上げ」ということが多い。「まとめ」では，生徒とともに作り上げた概念や手法をまとめる。その後，解決過程を振り返らせたり，さらに考えたいことを挙げさせたりすることもある。このように，集団で行う問題の解決過程を通して，新たな知識や方法を創出していくことから，社会的構成主義に基づく学習過程と言われることもある。
次のコラムは，このような問題解決型の授業の様子を的確に捉えている（日本教育新聞，2022 年 1 月 24 日）。

算数「話し合い活動」
個の考えに全員関わり，深い学びへ

算数科では，単に問題が解決できればよいというのではなく，自分の考えを数学的な表現を用いて分かりやすく表したり，筋道立てて説明したり，多様な考えのよさに気付き，活用しようとしたりする資質・能力の育成が重要です。その意味からも話し合い活動の充実は必須です。しかし，その話し合いが一部の子どもだけで進められ，深まりのない形式的なものになっていることも少なくありません。

では，どのように話し合い活動を進めればよいでしょうか。まずは話し合いの目的を明確にし，個々の考えに学級全員を関わらせることが大切です。一人ずつ順番に考えを発表する形式にすると，話し手一人だけが能動的で，他の全員は聞いているだけで受動的となります。ですので，例えば，Aさんが考えた図や式だけを提示し，「Aさんはどのように考えたのだろうか」と問い掛けます。

すると，学級全体がAさんの考えに関わることができます。その際，一人の子どもに全て説明させるのではなく，リレー形式にしたり，ペアやグループでの対話を取り入れたりすると，より活発な話し合い活動になります。

次に，学習のねらいに関わる重要な場面では，子どもの発言に教師が安易に納得せず，「えっ？　それってどういうことかな？」「本当にそうなのかな？」などの問い返しをし

ます。すると，子どもは別の例や別の表現を使って説明したり，他の学習と関連付けて説明したりして考えが深まります。

さらに，算数の根幹を成す数学的な見方や考え方が働いた場面では，大切にしたい数学的な見方・考え方を顕在化させ，そのよさを価値付けることも重要です。話し合い活動の充実は，子どもの深い学びにつながります。さまざまな方法を駆使し，全員が参加して深まりのある話し合い活動をぜひとも実現したいものです。

（長谷豊・東京都目黒区立八雲小学校校長）

「対話的な学び」として，ペアや小グループでの活動を取り入れさえすればよいわけではなく，授業者が，的確に，子どもの思考をみとり，声かけや発問をすることで，知識や方法を構成していく，問題解決型の授業の様子を物語っている。もちろん，小学生と高校生では，学ぶ対象も学び方も異なる。しかしながら，数学を，結果として学ぶ，すなわち，「こういう定理があります，証明はこうです」，「この問題はこう考えると解くことができます，練習をしてみましょう」という学び方ではなく，活動を通して学ぶ，すなわち，生徒にとって未知の数学的事象や問題に対峙させ，その解決過程をもとにクラス全体で知識を構成していくことが深い理解に至らせ，数学的に考える態度の育成につなげることができると考える。

なお，上述の問題解決型の授業の長所は，学習科学の知見とも整合的である。ある一定の慣れ親しんだ型の問題を素早く解くことができる「手際のいい熟達者」ではなく，新奇の場面に遭遇した時に持っている知識や技能を柔軟に組み替えて適用でき，常に向上を目指す「適応的熟達者」への熟達化プロセスについて次のように言及している（波多野，2000）。

> …基本的には，問題解決に内在して生ずる意味生成（なぜ手続きがうまく働くのか，なぜ各ステップがそれぞれ必要とされるのかについて自問すること）が適応的熟達化のために不可欠だと考える。このための条件としては，次の 4 つを提案している。絶えず新奇な問題に遭遇すること，対話的相互作用に従事すること，緊急（切迫した）外的な必要性から解放されていること，理解を重視するグループに所属していること，である。
>
> …，上記のような試みはあまりに個人主義的であり，もっと社会文化的文脈に置いて適応的熟達化を考える必要があるだろう。そこで，適応的熟達化を促進するだろう実践の性質について言及する。実践が固定された範囲の問題を手際よく解決することに方向づけられていると，参加者は速さ，正確性，そして自動性において特徴づけられる手際のよい熟達者になる傾向がある。対照的に，成功的な参加が多様でしかも変化する要求の充足を必要とするとき，柔軟で適応的な技能が獲得されやすい。

2.2 に示したような求められている授業をふまえ，このような学習環境を実現していくことが鍵になるであろう。

（西村圭一）

2.3　授業研究とその意義

2.3.1　授業研究の構成要素と過程

日本の授業研究の過程は，図 2.3,1 のように表される（藤井，2021）。

授業者あるいは校内や研究会等で設定する研究主題のもと，授業目標の設定や児童生徒の実態把握から始める。次に，その授業目標を学習指導案として具体化していく。目標の学習指導案化と言える。そして，研究授業の実施，研究協議会の実施と続き，最後に，反省や総括をし，研究のまとめ等を作成する。

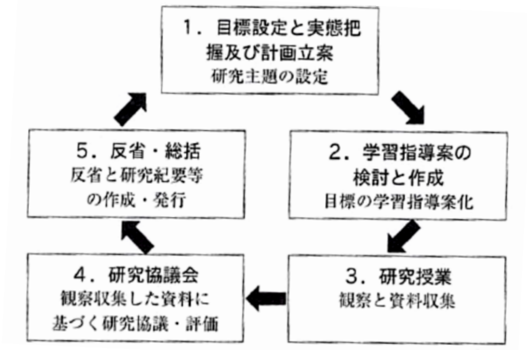


図 2.3.1　授業研究の構成要素と過程（藤井，2021）

言うまでもなく，授業研究には「協働性」が求められる。具体的には，研究主題や目標を十分に理解し，学習指導案の作成過程に参画したり，研究授業を観察し研究協議を行ったりすることである。

ただし，研究授業イコール授業研究，すなわち，「学習指導案」「授業観察」「研究協議会」の 3 つの要素をもって授業研究とすることは誤りである（藤井，2021，pp.8-9）．「目標設定・実態把握」とこれと対になると「反省・総括」が必要不可欠な構成要素であることを次のように述べている（藤井，2021，p.13）。

> 授業研究は参加者自身が立てた「問い」から出発するので、「答え」をもっている指導者と「答え」を受け取る側に格差がある研修ではなく、互いに学び合う関係にある中で行われる研修となる。そして、知識・情報が研究から実践へ流れるのではなく、実践自体が研究となる。授業研究は教師が主体的に行う研究なのである。このように捉えると、第一の要素である「目標設定」は研究の目的を設定することであり、この視点から見ても重要であることが分かる。
>
> 「目標設定」が重要であるもう一つの理由は、「目標設定」が児童生徒の実態把握を必然的に伴うからである。児童生徒の実態把握が授業研究の第一の要素にあることで、授業研究が焦点を当てているのは、児童生徒の学びであることも明確になろう。
>
> また、児童生徒の実態を把握するとき、どの範囲の児童生徒を視野に入れるかで、各学校で校内研究として行われる校内型の授業研究から、市・県などの地域型、そして付属学校などの「公開研究会」に代表される全国型を区別できる。校内型の授業研究では、その学校の児童生徒の実態を踏まえて目標が設定され、研究主題が決まる。地域型では市や県などの地域の児童生徒の実態、そして全国型では日本の子どもたち全体の傾向や実態が考慮されることになる。
>
> さらに付け加えるならば、「目標設定」は第五要素の「反省・統括」と連動し、授業研究の特性である持続性を創出するので、この意味でも重要である。実際、目標はなかなか思うように達成できない。その反省がならなる挑戦の契機となり、教師の主体的な活動として授業研究は継続していくのである。

このような授業研究の実施には，ある程度，授業観や数学教育観が共有されていることも重要である。清水（2021）は，次のように述べている(p.24)。

授業という文化的な営みを支えるのは、教室での実践に参加する生徒と教師によって共有され、普段は眼にみえることなく存在している信念や価値観、規範などである。他国との比較を通して浮き彫りになる我が国の授業の特徴は、教師の教授行動の根底にある価値観や規範に支えられている。授業研究の国際的な広がりはこのような価値観や規範の重要性を改めて思い起こさせてくれる。

2.3.2　授業研究と問題解決型の授業

藤井（2021）は，上述のような算数・数学の授業研究と問題解決型の授業の関係について，次のように説明している（pp.13-14）。

授業研究（算数・数学）が世界に広まったとき、授業研究イコール日本の問題解決型授業の実践と捉えている場合が見いだせる。だが、例えば、ある国で授業研究を実践する場合、図 2.3.1 にある目標設定と学習指導案の作成・検討を終え、いよいよ研究授業となったとき、その国の授業の型での研究授業が実施されてもよいはずである。各国はそれなりに自国の授業の型を持っているからである。実際、The Teaching Gap では、中学校 2 年の数学授業を分析した結果として、日米独それぞれの授業の型が特定されている（Stigler&Hiebert,1999.pp73-83)。したがって、例えば、米国では米国の授業の型で研究授業を実施するのが自然であろう。だが、実態としては日本の問題解決型授業が志向されている。それは授業研究が世界に広まった際に、最初は問題解決型授業への注目から始まり、子どもが主体となるそのような「良い授業」の実現に向けて授業研究に取り組むようになった経緯があるからである。問題解決型授業を実践しようとして、授業研究がもう一方の車輪として回り出したのである。

わが国では授業研究と問題解決型授業が車の両輪として機能している。この事実を改めて認識する必要がある。実際、わが国の問題解決型授業も授業研究が継続される中で、徐々に改善されてきた。今後、文房具としてコンピュータが位置付けられ、授業の実態も変わるであろう。海外だけでなくわが国においても、問題解決型授業の価値を改めて深く吟味し、もう一方の車輪である授業研究とより一層有機的に連動させていく必要があろう。

算数・数学科の授業研究と問題解決型の授業は，いわば，「良い授業」の実現に向けての両輪なのである。

2.3.3　授業研究の意義

藤井（2021）は，授業研究の意義として自己向上機能を挙げている(p.14)。

授業研究は単に指導技術の向上を目指して行われるものではない。もちろん、特に研究授業の授業者として授業研究を経験すれば、教師としての授業力は明らかに向上しよ

う。だが、それは結果であって、目的ではない。研究授業を経験した先生なら、成果とともに次の課題を認識するはずである。その課題とは、単に指導技術に関することだけでなく、教材研究が不十分なこと、子どもを見る目が浅いことなど、様々であろう。そしてその課題に向けて新たな一歩を踏み出していくのである。この持続性こそわが国の授業研究の特徴であり、広くいえば教師文化の特徴である。授業研究は専門職としての教師の成長を支えているのである。授業研究が自己向上機能を有することを本家の日本の先生方は明確に自覚し、ぜひ自信と誇りをもっていただきたいと思う。

Clarke ら（2002）は，教師の専門的成長の相互モデル(Interconnected Model of Teacher Professional Growth，図 2.3.2）を用いて，教師の成長を事例的に明らかにした。この図において enaction(enactment) は，「新しいアイディア，新しい信念，新しく出会った実践を行動に移すこと」を単に行動する acting と区別するために用いられた語である（Clarke ら，2002）。教師の専門的成長は，個人の領域（Personal Domain），外的領域（External Domain），実践の領域（Domain of Practice），成果の領域（Domain of Consequence）の 4 領域の往来によってなされることを示していることに，このモデルの特徴がある。授業研究を，このモデルの視座からみてみよう。授業者にとって，校内や研究会の設定した研究主題は外的領域に，学習指導案の作成や検討，授業は実践の領域に位置付くと考えられる。研究協議は，授業中の「出来事」とその解釈や価値付けがなされることから，実践の領域と結果の領域との往来であるとともに，他者の意見を聞くことは外的領域であることから，外的領域－個人の領域－実践の領域の往来もなされる。講師による講評は，外的領域に位置付くが，このモデル全体の往来を再度，促すものであるとよいということになろう。研究のまとめの作成は，研究課題，目標と授業の実際の省察にもとづくことから，成果の領域と個人の領域との往来に位置付く。また，授業者以外の授業研究への参画者は，その関わり度合いにもよるが，授業者が作成する学習指導案の原案や検討過程は外的領域に位置付き，自分の見解（授業者と一致しているとは限らない）の検証は授業者によって代行されることになる。研究協議は，授業者と同様であるが，学習指導案が自身の見解と異なる場合は，授業者以上に，外的領域－個人の領域－実践の領域の往来がなされると考えられる。

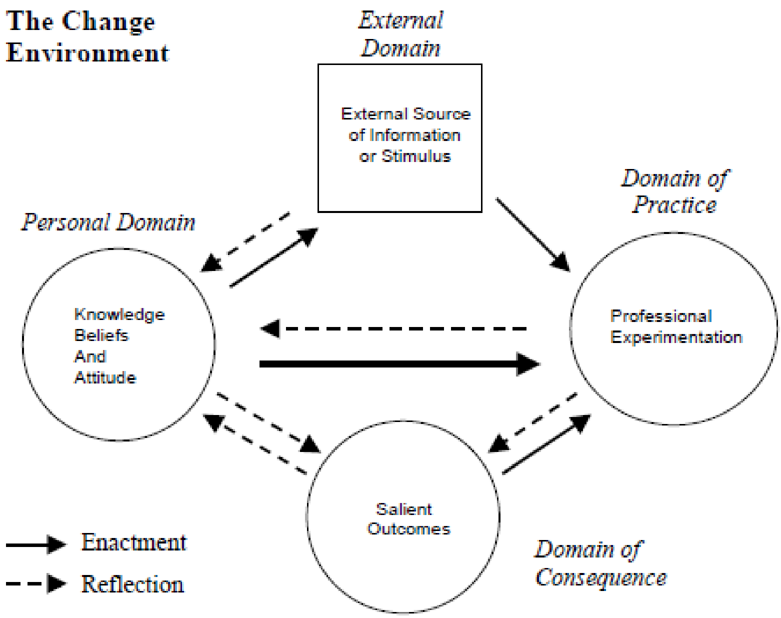


図 2.3.2　Interconnected Model of Teacher Professional Growth(Clarke ら，2002)

授業研究は，授業者を含む授業研究への参画のすべてが，教師の専門性を成長させうるメカニズムを有することがわかる。

（西村圭一）

2.4　オンライン授業研究の意義

2.4.1　新型コロナウイルス感染症感染拡大への対応とオンライン授業

全世界での流行となった新型コロナウイルス感染症（COVID-19）は，人間の生命だけでなく，社会活動全体へ大きな影響を及ぼした。学校教育への影響も例外でなく，令和２年２月２８日には文部科学省により，「新型コロナウイルス感染症対策のための小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校等における一斉臨時休業について」という通知が出され，全国の学校において一斉休校が指示された（文部科学省，2020）。その後，感染状況における各自治体の判断による休校など，学校教育においては様々な措置をとられることとなった。

感染状況に応じながら，社会活動との両立のために学校教育においては，ICT を活用したオンラインでの授業（遠隔授業）の取り組まれるようになった。当初，オンライン授業を実施した学校は少なく，2020 年 4 月 16 日時点で双方向のオンライン授業を実施した公立の小中高等学校は 5%にとどまっていた（江口，2020）といわれている。各家庭において，オンライン授業を受講するに当たってのインターネット環境や必要な機器の有無が問題としてあげられ，このことは学校においても同様であり，それと同時に，オンライン授業をするにあたっての教師の技術についても問われた。経験のない教師が多かったこともあり，学校現場においては大きな混乱が生じた。通信環境の改善などに取り組むことが難

しい学校においては，オフラインを選択せざるを得ない状況となり，宿題などの配付で児童生徒の学習の機会を保障する動きをとった。

長引く新型コロナウイルス感染症拡大の影響の中，2021 年 4 月には文部科学省が進める GIGA（Global and Innovation Gateway for All）スクール構想により，児童生徒に一人一台端末の配付，教室内での Wi-Fi 環境の完備などがあり，学校における ICT に関わる環境が一変した。しかし，このことによりオンライン授業が加速的に進むこととなった。そして，オンライン授業の実施方法やその教育効果についても注目されることとなった。対面授業の代替えとしてふさわしいオンライン授業の在り方についての研究もみられるようになった。実施されたオンライン授業について類型化し，具体の方策（図 2.4.1）についてまとめ（相場，2020），オンライン授業の効果についての検証をしようとしてする試みであった。緊急性に対応するオンライン授業から，対面授業の代替えとしてのオンライン授業へとして考えられるようになり，教育の質的保障についても指摘されたのだといえる。

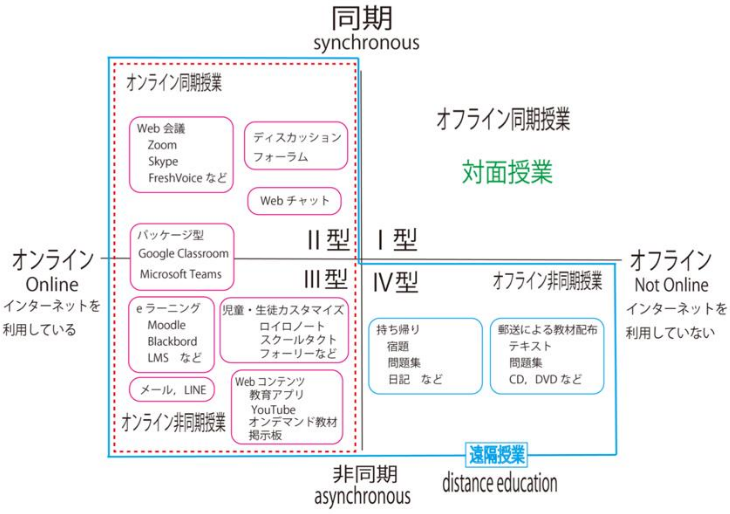


図 2.4.1　オンライン授業の類型と具体的方策

2.4.2　これから求められる教員研修

新型コロナウイルス感染症の感染拡大防止を目的とした一斉休校をはじめとし，GIGA スクール構想の本格的な実施による学校での ICT 環境が変化し，教師はこれまで経験したことのない教育の大きな変革を経験した。今もなお，新型コロナウイルス感染症拡大の取組としてオンライン授業が行われているが，with コロナ・ポストコロナの視点，いわゆる収束せずに同じような状況が続いた場合や収束後を想定した場合の遠隔・オンライン教育について試案されるようになり，その際の教員研修の在り方についても議論されるようになった。文部科学省は，遠隔での教員研修の効果的な取組方についてまとめ（文部科学省，2021），周知を行っている。遠隔教員研修の利点として 7 点をあげ，その概要について説明したものがある（表 2.4.1）。これらは今後の何か有事の際の方策ということでなく，今ある学校の環境において，教員研修を充実させる手立てとしても提案されている。

例えば，地方の自治体においては，遠隔による教員研修が「時間の確保」といった研修場所への移動時間の解消になること，遠隔研修とすることで「コストの削減」といった旅費をおさえることができるようになることなどのよさがあげている。これらは，教員の精神的な負担と企画運営する自治体の教育委員会及び附属する教育センターの予算的な負担の解消につながるといえる。教員研修をどのように進めていけばよいかについて，自治体においてはどのようにして存続や継続させるかも課題としている。教員の働き方改革においても，同様である。これらのことを受けて，GIGA スクール構想で整備された ICT の環境を生かし，遠隔での教員研修のあり方そのものについて検討されているといえる。

表 2.4.1　遠隔教員研修の利点

利点	概要
時間の節約	遠隔研修は場所を問わず参加できるため，講師や受講者の移動時間が節約できる。
コストの削減	遠隔から参加する講師や受講者は旅費交通費が必要なくなる。また，接続形態によっては会場費もかからない。
スケジュール確保が容易	研修以外の時間を拘束する必要がなくなるため，スケジュール調整が容易になる。また，接続形態によっては会場確保の必要がなくなるため，さらに調整の幅が広がる。
密集を避けられる	遠隔研修では講師・受講者が一か所に密集した環境で受講する必要がないため，新型コロナウイルス等に対する感染リスクを軽減できる。
研修を増やせる	遠隔研修であれば，対面研修と同等のコストがあればより多くの研修を企画でき，またそれに参加するスケジュール確保も容易となるため，様々な研修を受講しやすい。
資料が見やすい	通常の研修の場合，座席位置によっては投影された資料が見にくいことがあるが，遠隔研修で自らの端末に資料を投影できる場合，資料が見やすい。
振り返りがしやすい	遠隔研修の場合，研修の様子を録画撮影することかが容易であり，参加できなかった受講者が後日受講したり，改めて研修を見返したりする対応がしやすい。

2.4.3　オンラインによる授業研究の利点

新型コロナウイルス感染拡大の影響に始まり，GIGA スクール構想による学校における ICT 環境の変化に伴い，遠隔教育の必要やその充実について述べた。さらに，学校間どうしの距離，指導者（講師）と学校との距離を原因に，進めることが難しかった合同授業や特別授業の可能性について，遠隔教育で可能にするアイディアが共有されるようになった（内田洋行教育総合研究所，2021）。ここでは，授業参観，授業研究といった教員研修の立場にたった遠隔教育についても紹介されている。こうしたことを踏まえ，オンラインによる授業研究の利点や課題について考察する。

（1）授業研究をオンラインで行うメリット

with コロナ・ポストコロナというよりも，現在の感染拡大を考えるとオンラインによる授業研究の開催は，その機会の確保と集団の密集を避けるという目的に限られてくる。これは決して機会の多くない授業研究という教員研修を安定的に持続化させることができる。しかし，それは本来の授業研究を行う目的からずれてしまうことにもなるのではないかと考える。また，with コロナ・ポストコロナを想定することだけでなく，本来の授業研究の目的にそって考え，オンラインによる授業研究のメリット（よさ）について，次の 2 点で説明することができる。

□多様な教師集団による授業研究の機会の保障

オンラインによる営みは時間的・空間的な問題を解決することができる。校内での授業研究の機会は，その学校の研究を推進し教員研修にとってもその役割は大きいといえる。しかし，閉塞感もあり偏った考えなどに陥ることもある。地域や任意の研究団体などが主催する研究会では，学校を越えた多様な教師集団での授業研究を行うことで，教師の授業観，数学教育観，数学指導観などが交流され，授業開発の促進や指導技術の向上に大きく影響し，教師が問いを持つ自己研修となり得るといえる。しかしながら，こうしたことを進めようとするとき，学校，特に高等学校においては，その立地が都市部と地方では異なることから，学校間の距離，そして，移動に要する時間など教師の時間的余裕のなさからも，それらが会の開催の難しさにつながることがある。また，学校間だけでなく，学校規模の違いによる課題もある。地方では小規模校，中規模校も多く存在し，数学など教科専門の教員在籍数が少数であるということもある。こういった学校では，校内研究や校内での指導力向上のための教員研修がより難しい。オンラインによる授業研究は，こういった物理的な障害を解消するものであり，多様な教師集団での自己研修の機会を確実に設けることができる。これまでなかった，ICT 機器や情報交換ツール（オンラインで使用する web 会議システムなど）を利用することで可能になるのである。様々な指導観を持ち合わせた教員が，場所も時間的な制約をあまり受けることなく研究に取り組むことを可能とするのがオンラインでの授業研究であり，多くの教員にとって指導技術向上や授業開発を後押しするものになると考えられる。

□学校や地域を越えた授業研究コミュニティの形成

授業研究の機会の保障について先述したとおりだが，このことにより教員集団による授業研究の営みが個別の取組だけでなく，集団が有機的に交わることで進めることができるという利点もある。場所や距離などに影響を受けることなく，授業研究の機会を継続的かつ持続的なものとして保障することができるが，授業研究においては教員間のつながりが密になるのもオンラインでの授業研究のよさである。授業研究コミュニティの形成に直接的につながるものと考えられる。このコミュニティの形成により，教師はより自立（自律）的に授業開発や指導技術の向上に向かうことが可能になるのである。

（2）オンラインで授業研究を行う際の問題点

オンラインを用いることで研修機会を持つことが容易になるという調査報告がある（内田洋行教育総合研究所，2021）。一方で，同調査によると「遠隔研修は，いつもの教員研修よりも，受講者は他の受講者との交流がしやすいと思う。」という質問項目に対して，肯定的な回答を示している教員は 35.1％となっている。このことは，オンラインで使用する web 会議システムでの参加の際に，参加者が多ければ多いほど発言しにくい，

また，そのタイミングがわからないなどが予想される。全く知らない教員が集まれば，なおのことであろう。このことを解決するためには，授業研究を進める際の「教師による見方」が必要である。例えば，配信された授業を参観する際の視点や，議論の観点などがあげられる。本研究においては，配信される授業動画だけでなく，発話記録（プロトコル）など授業での教師と生徒のやりとりを詳細にみとる資料が存在するとともに，教師による見方として，「高校授業研究科研 2020 ルーブリック」がある。教師が，授業をどのような視点で観察し，何を議論することが大切なのかという教師の問いの明確化である。授業研究を行えばよいということでなく，教師が持つ問いによって，その成果は左右されるものあるから，このような視点の明確化することでオンラインで行う際の問題点を解消できる。

（佐藤寿仁）

引用・参考文献

相場博明（2021），「オンライン授業の類型化と教育効果の予察的考察～GIGA スクールがほぼ実現している市立小学校と私立大学での実践を通して～」，教育実践学研究第 24 号，pp.39-40.

Clarke, D., Hollingsworth, H. (2002). Elaborating a model of teacher professional growth. *Teaching and Teacher Education*, 18 (8), pp.947–967.

江口悦弘(2020).「学校休業中も学びをつなぐオンライン授業」日経パソコン 教育とICT第13号,日経BPマーケティング，pp.16-31.

藤井斉亮（2021）．「授業研究の概念規定と価値」，算数・数学授業研究ハンドブック，日本数学教育学会編，東洋館出版社，pp.6-15.

波多野誼余夫（2000）「適応的熟達化の理論をめざして」『日本教育心理学会総会発表論文集』42, p.S27.

益川弘如（2015）．「学習科学からの視点－新たな学びと評価への挑戦－」．放送メディア研究 12，NHK 放送文化研究所，丸善，pp.191-209.

文部科学省（2020）.「新型コロナウイルス感染症対策のための小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校等における一斉休業について（通知）

文部科学省（2021）.「学びを止めない！これからの遠隔・オンライン教育」，p.6.

清水美憲（2021）．「国際的な視点からみた授業研究」，算数・数学授業研究ハンドブック，日本数学教育学会編，東洋館出版社，pp.16-25.

内田洋行総合教育研究所（2021）.「遠隔教育システム活用ハンドブック第 3 版」，p.113.

第3章　高等学校数学科における授業研究のフレームワーク

3.1　Teaching for Robust Understanding(TRU)について

授業研究は，日本独自の教員研修システムであり，授業改善プロセスである。多くの国で採用されているワークショップ型・トップダウン型の教員研修と区別され，授業研究は，教師の問いから出発する漸進的な授業改善のプロセスであり，同時にそのプロセスの中で教師が職能形成していくという特性がある。また，単に授業を改善するだけでなく，教師間のコミュニティを強化するという特徴がある(Lewis ら，2010；Lewis ら，2015)。授業研究は，専門職としての教師の自己向上機能を備えているだけではなく，専門職コミュニティの自己向上機能をも備えているのである。このような日本の授業研究は，1990年代以降，海外の研究者から非常に高い関心を集めている。特に注目されているのは日本の校内型授業研究会(校内研修，校内研究などとも呼ばれている)である。特に小学校では，一般にどの教師も全ての教科を指導するため，算数の研究授業を共同で立案し，参観し，協議する上での共通課題や共通の目標といった，協働するための土台が学校内にある。伝統的に，校内型授業研究というシステムが存在しているため，勤務校の教員から成る授業研究コミュニティに，配属と同時にほぼ必然的に参加することとなる。一方，中学校・高等学校でも授業研究は実施されているが，教科担任制であるため，教科に特化した授業研究会を校内型授業研究会として行う機会はあまりないだろう。中学校・高等学校の数学教師にとっては，地域の数学教育授業研究会，あるいは大学附属学校が主催する授業研究会(公開研究会)における授業研究コミュニティの存在と役割が大きいと考えられる。

平成 24 年に，東京学芸大学国際算数数学授業研究プロジェクト(IMPULS)が実施した「研究授業実施状況に関する調査」の結果，高等学校数学科教員に特有な実態の一部が明らかとなった。例えば，平成 23 年度に数学の研究授業を授業者として実施したと答えた高等学校教員(127 名)からは，授業者として実施した研究授業の約 54.9%において「研究テーマがなかった」こと，22.3%の研究授業において「研究協議会がなかった」ことが報告されている。これらは，小・中学校の場合と比べ顕著に高い割合であること示している。さらに，研究授業の学習指導案を作成する機会があったと答えた高等学校教員 91 名のうち，「複数の教員での学習指導案検討した」と答えた割合は 53.8%であった。これらの調査結果から，高等学校数学科の教員は，研究授業を実施していても，テーマの設定や指導計画，そして協議に至るプロセスの中で，複数の教師と協働して取り組む機会が少ないという実態が明らかである。また，研究授業で焦点を当てる側面も，小・中学校の教員と比較し，指導法に焦点が当たりやすい傾向にあるという実態も明らかとなっている。例えば，学習指導案に「予想される児童・生徒の反応」が記載されたものは高等学校では 37.9%(小学校 89.8%,中学校 81.0%)であり，小・中学校の学習指導案と比べ低い割合を示している。研究授業を授業者として実施する場合に最も重要だと思う目的」並びに「研究授業を参観する場合に最も重要だと思う目的」の両方において，「指導技術・スキルの向上」を「最重要」と答えた教員の割合はそれぞれ 37.7%，46.0%であり，小・中学校の教員と比べ，高い割合を示している。

このように，日本の高等学校数学科教師は，他の教師と協働して授業研究に取り組む機会が少ないという実態を踏まえ，本章では，アメリカの Alan.H, Shoenfeld 博士らの研究チームによる，Teaching for Robust Understanding (TRU)のフレームワークを用いた授業研究コミュニティ形成の取組に着目する。アメリカでは一般的に，同僚と目標を共有する機会が少ないことや，授業の実践について考える時間はほとんどないとされ，数学教育で何を重要とするかを授業に基づき協議する機会はまれである。その結果，教師は授業実践に関して話し始めるとき，共通の基盤を見つけるのに苦労することがあり，他の教師と共通の目標を構築し，達成するために協力し合うことがそもそも困難であるという。
TRU 授業研究では，共通言語となる TRU フレームワークを，授業研究の各過程において用いることで，授業研究コミュニティがまったくないところから，TRU の基本理念を共有する専門職としての教師コミュニティの形成を意図するものであり，本研究の対象とする高等学校数学科教員による授業研究コミュニティを形成する上での要件を検討するための示唆となる。

TRU は，教師が数学の授業をどのように計画し，観察し，協議するか，についての一連の職能開発のために作成されたツールであると同時に，TRU 枠組みの 5 つの観点(図 3.1.1)を中心としたコミュニティの構築を意図していることが特徴的である。TRU の 5 つの観点は，教師が互いの日常的な実践を探究し，反映することを支援するだけではなく，フレームワークによって提供される視点と言語は，他の教師とのコミュニケーションの手段を提供するのである。TRU の 5 つの観点とは，(1)数学の内容，(2)認知的負荷，(3)公平なアクセス，(4)Agency，所有権，アイデンティティー，(5)形成的アセスメントである。

The Five Dimensions of Powerful Mathematics Classrooms

The Mathematics	Cognitive Demand	Equitable Access to Mathematics	Agency, Ownership, and Identity	Formative Assessment
The extent to which classroom activity structures provide opportunities for students to become knowledgeable, flexible, and resourceful mathematical thinkers. Discussions are focused and coherent, providing opportunities to learn mathematical ideas, techniques, and perspectives, make connections, and develop productive mathematical habits of mind.	*The extent to which students have opportunities to grapple with and make sense of important mathematical ideas and their use. Students learn best when they are challenged in ways that provide room and support for growth, with task difficulty ranging from moderate to demanding. The level of challenge should be conducive to what has been called "productive struggle."*	*The extent to which classroom activity structures invite and support the active engagement of all of the students in the classroom with the core mathematical content being addressed by the class. Classrooms in which a small number of students get most of the "air time" are not equitable, no matter how rich the content: all students need to be involved in meaningful ways.*	*The extent to which students are provided opportunities to "walk the walk and talk the talk" – to contribute to conversations about mathematical ideas, to build on others' ideas and have others build on theirs – in ways that contribute to their development of agency (the willingness to engage), their ownership over the content, and the development of positive identities as thinkers and learners.*	*The extent to which classroom activities elicit student thinking and subsequent interactions respond to those ideas, building on productive beginnings and addressing emerging misunderstandings. Powerful instruction "meets students where they are" and gives them opportunities to deepen their understandings.*

図 3.1.1　強力な数学授業の 5 つの側面(Schoenfeld ら，2016b)

TRU 授業研究では，TRU の 5 つの観点により生徒の思考の側面に焦点を当て，教師が指導の設計や生徒の重要な数学的考え方への取組に焦点を当てた振り返りを促すことを目的としている。これらの 5 観点は，授業での実践の本質的な側面に焦点を当てるための明示的な言語を提供するのである。同時に，これらの観点で授業を開発し，観察し，焦点化された議論をしたり振り返ったりすることのできるコミュニティを構築することが TRU 授業研究の狙いである。TRU のフレームワークで用いられる言語や指標はコミュニティの成員が，具体的な授業という現象に対して共通言語を用いることで，意味が共有される。コミュニティ内で共有される実践的知識の深まり・広がりによって，共通言語が生まれ，それらが精錬されたり，改訂されたりすることもありうる。このようなフレームワークは，コミュニティ成員間を結びつける共通言語となり，成員間で生産的な対話を生むための共通の土台となるのである。

Schoenfeld ら(2018)は，TRU Math が教師の学習を可能にする機能があると述べている。具体的には，TRU Math には，１．指導において何が重要なのかを議論し反映するための視点と言語を提供すること，2. 生徒が数学を経験する方法に視点をシフトすること，3.　教師が自身の指導を問題化し研究(inquiry)や省察(reflection)のために利用することという 3 つの利点がある。特に，2. の生徒目線で数学の授業を考えることに関しては，「生徒目線での授業観察」(Observation the lesson through a student's eyes，Schoenfeld ら，2016b，図 3.1.2)という観点を開発している。

Observe the lesson through a student's eyes	
The Mathematics	• What's the big idea in this lesson? • How does it connect to what I already know?
Cognitive Demand	• How long am I given to think, and to make sense of things? • What happens when I get stuck? • Am I invited to explain things, or just give answers?
Equitable Access to Mathematics	• Do I get to participate in meaningful mathematical learning? • Can I hide or be ignored?
Agency, Ownership, and Identity	• Do I get to explain, to present my ideas? Are they built on? • Am I recognized as being capable and able to contribute in meaningful ways?
Formative Assessment	• Do classroom discussions include my thinking? • Does instruction respond to my thinking and help me think more deeply?

図 3.1.2　生徒目線での授業観察(Schoenfeld ら，2016b)

Schoenfeld ら(2018)は，高校の数学教師らを対象に TRU Math を用いた授業研究を行った結果を考察し，次のように述べている。

> 日本では，授業研究は学校の文脈や組織に深く組み込まれている。教師には共同作業のための時間と環境が明確に与えられ，一緒に作業することが保証されている。日本の教師は，何十年にもわたって指導と職能開発の内容や実践に目を向けてきた伝統があり，また，カリキュラム自体，カリキュラムを探究するための豊かで安定した基盤を提供してきた。(中略) アメリカでは，職能開発の状況が大きく異なる。条件は様々であるが，原則としてアメリカでは教師が協力をする機会はほとんどない。指導

実践は主に個人的なものと考えられており，外部の参加者が教室に入ってきても，その目的は評価的なものであることが多い。カリキュラムは，内容と実践の両方において提供される環境が大きく異なり，生徒の思考に注意を払うという伝統は日本よりもはるかに少ない。TRU の職能開発は，アメリカの文脈に合わせてデザインされており，教師間のコミュニティの構築に焦点化し，教師が指導の重要な側面に集中できるような構造になっている。

LS(Lesson Study)の主要なアフォーダンス(affordance)とは，教師が重要な数学的アイデアと生徒がそれらを理解する方法について，長期的な研究から得られる学習である。TRU の第一のアフォーダンスとは，それが生徒の数学の経験に焦点を当てて，学習環境の生産的な側面を強調しているという明確さである。TRU の 5 観点は，授業での実践の本質的な側面に焦点を当てるための明示的な言語を提供する。これはアメリカ全土で有用であり，他の方法では散在しているかもしれない職能開発への取組のための根拠を提供している。さらに，TRU 枠組みは，研究授業や観察のための目標や行動理論を明確にすることに役立つ。これはアメリカでは必要不可欠なことであるが，実践の重要な側面がほとんど暗黙のうちに伝統的に受け継がれている日本でも有用なことである。

TRU Math は，教師同士が授業を議論するアフォーダンスを与えるとともに，授業をみる視点は生徒目線であることが強調されている。また，日本の授業研究においても TRU Math の各側面を取り入れて議論することは有用であると指摘している。

その他にも，TRU Math とそれ以外の授業観察枠組みとの違いを明らかにした研究(Schoenfeld ら，2016a)や，教師の知識の再定義を目指すために TRU Math の各側面を取り入れた研究(Schoenfeld，2019)など，TRU Math を数学科の教師教育に利用した研究が盛んになされている。

3.2　授業観察ルーブリック

3.2.1　TRU Math Rubric

Schoenfeld ら(2014)および Schoenfeld(2015)は，TRU Math の各観点に沿ったルーブリックを作成した。TRU Math Rubric には，授業における教室での活動構造(例えばグループ活動など)ごとに分けたルーブリックがあるが，本研究では授業全体を対象とした TRU Math Summary Rubric(図 3.2.1)に着目する。

Schoenfeld ら(2018)は，授業観察にルーブリックを用いる目的として， TRU Math Rubric や他の授業観察ルーブリックを比較した議論の中で，次のように論じている。

観察ルーブリックが一般的に使用される 3 つの目的について考える。1 つ目は研究である。この点においては，観察ルーブリックと成果の評価(measure)の両方の価値が重要である。究極的には，その観察枠組みが，授業で何を大切にするかを最もよく理解することができるかを見極めたい。しかし，「何を大切にするか」ということは，観察ルーブリックだけではなく成果の評価(measure)の価値の問題(その結果，生徒の能力

をどの程度表すことができること)でもある。これは，基準(standard)と評価(assessment)が進化することを考えると，継続的な研究課題である。

2 つ目は職能開発(PD)である。ここでも 2 つの問題がある。第一は，観察枠組みに内在する価値に関係している。すべての枠組みは，教育学の形態であろうと学問的に重要なことであろうと，ある特定のものに特権を与えている。したがって，特定の観察枠組みを PD システムの構成要素として使用するということは，学習や指導のある側面を他の側面よりも重要なものとして選択したことを意味している。これは結果論である。第二の問題は，PD のための潜在的な有用性と関係している。枠組みは，意図した学習目標や価値と一致した重要なものだけではなく，PD プログラムの一部として実際に実行可能なものに焦点を当てているだろうか？

3 つ目は評価である。簡単に言えば，教師や学校の将来についての大きな決断は，本当に大切なものに基づいて行われるべきであるということだ。(Schoenfeld，2018，p.57)

この指摘から，まず，開発されているいくつかの授業観察ルーブリックは，それぞれ授業で大切にするポイントが異なり，観察してほしい箇所を強調して作成されていることがわかる。すなわち，TRU Math Rubric を授業研究に用いることは，TRU Math Rubric が焦点を当てている授業の側面に関する議論がなされる可能性があることが指摘できる。

	数学	認知的な要求の程度	数学の内容へのアクセス	Agency，承認，アイデンティティー	形成的アセスメント
	数学の内容は，どの程度正確で，一貫性があり，うまく正当化されているか.	生徒は数学的な概念への取り組みや理解について，どの程度支援されているか.	教師はすべての生徒が授業の内容へアクセスするために，どの程度支援しているか.	生徒が考えの源やそれらの議論をどの程度しているか．授業において，どのように生徒の貢献が形成されているか.	生徒の数学的思考はどの程度表出しているか．教師の指導は潜在的に価値のある生徒の考えに基づいたり，彼らから表出した誤解に対処したりしているか.
1	授業の活動は，焦点化されていないか，あるいは技能重視で，推論や問題解決のような重要な実践（key practice)への取り組みの機会を欠いている.	生徒が行う授業の活動のほとんどは，手順の暗記，かつ/または，繰り返しの練習で組み立てられている.	数学の内容へのアクセスや参加には差があり，その状態に対して明確な試みがない.	発言は教師によって始められる．生徒の発言は短かったり（1文かそれ以下），教師の発言や行動によって制限されたりしている.	生徒の推論が積極的に表面化されたり，追究されたりしない．教師の行動は，修正的な振り返りか励ましに限定されている.
2	授業の活動は，主に技能重視であるが，手順や概念，（適切な）内容の間のおおまかなつながりや最小限度の重要な実践に注意を払っている.	授業の活動は，豊かな概念の可能性や問題解決課題を提供しているが，指導のやりとりは，課題を「足場から離す」傾向があり，生産的な取り組みの機会を逸している.	公平なアクセスにはなっていないが，教師は広い範囲の生徒に数学的なアクセスをするための試みはしている.	生徒は考えを説明する機会があるが，「生徒の提案，教師の決定」（授業の議論で，生徒の考えは探究されなかったり，組み立てられなかったりする）である.	教師は生徒の思考に（あるいはよくある間違いに）言及しているが，ある生徒の考えが（潜在的に価値があるとき）組み立てられなかったり，（問題があるとき）課題対処に利用されなかったりする.
3	授業の活動は，手順や概念，（適切な）内容の間のつながりに有意義な支援があり，重要な実践への取り組みの機会を与えている.	教師のヒントや足場は，生徒の理解を構築する上での生産的取り組みを支援し，数学的実践に参加させる.	教師は積極的に支援し，ある程度の広範で有意義な数学的参加を達成している．**もしくは**，確立されている参加構造が，そのような参加をもたらすように見える.	生徒は考えた推論を説明している．教師は，説明された生徒の考えの所有権を認め，**かつ/または**，生徒は他者の考えに反応し自分の意見を組み立てている.	教師は，生産的に始めることに基づいたり，新たな誤解に対処したりすることによって生徒の思考を促し，その後の指導はそれらの考えに応じている.

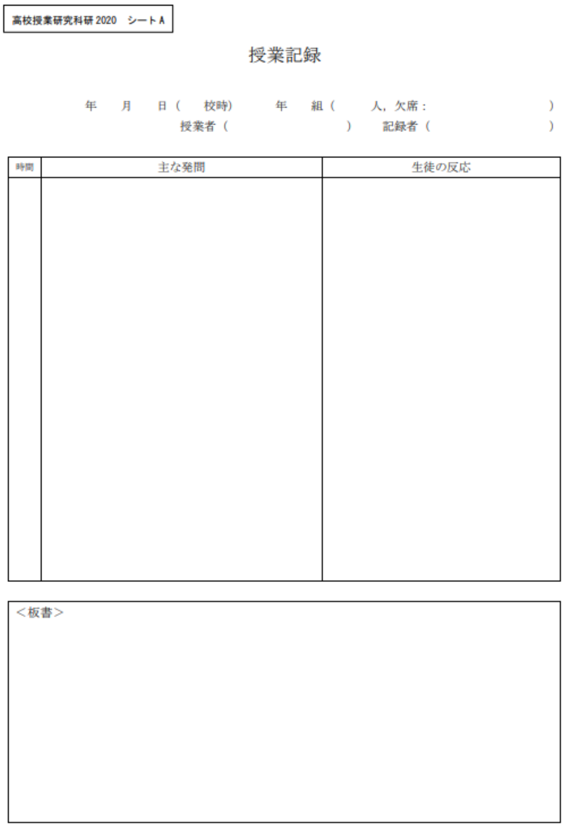
図 3.2.1　TRU Math Summary Rubric（Schoenfeld，2015，p.15，筆者和訳）

3.2.2　本科研で利用したルーブリック

本科研では，授業観察ルーブリックを用いることにした。そのために， TRU Math Rubric をもとに，日本の高等学校数学科の授業に沿った形のルーブリックを試作した。3 年間における本科研の授業研究において，最初の 1 年は，その試作段階のルーブリックを用いて授業研究を行い，生徒の思考に観察者の目を向けるルーブリックになっているかを考察した。具体的な方法は，授業観察ルーブリックを，授業研究を行う前に参画メンバ

ーに提示し，このルーブリックに沿った指導案作成・検討と研究協議の実施を依頼した。研究授業の参観者には，授業記録(シート A，図 3.2.2 左)の記述と振り返りシート(シート B，図 3.2.2 右)の記述を依頼して，データを収集した。研究授業を参観した教師が授業後に記述する授業の振り返りシート(シート B)の記述を分析し，各観点の目的とその記述の差について考察し，必要であればルーブリックの表現を変え，よりよい授業観察ルーブリックを開発することを目指した。

本項では，①数学的な見方・考え方の観点を例に，授業観察ルーブリックの開発過程を明らかにする。試作した第一観点は，表 3.2.1 である

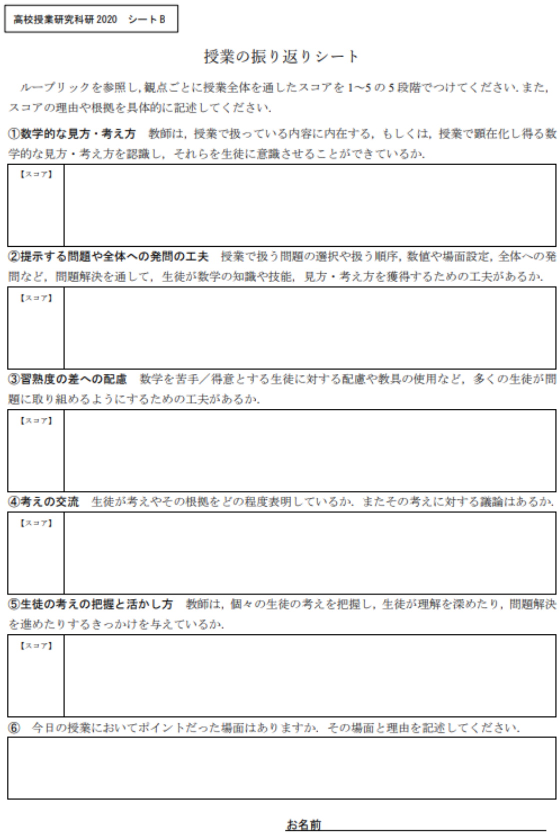

高校授業研究科研 2020　シート A

授業記録

年　月　日（　校時）　年　組（　人，欠席：　）
授業者（　）　記録者（　）

時間	主な発問	生徒の反応

＜板書＞


高校授業研究科研 2020　シート B

授業の振り返りシート

ルーブリックを参照し，観点ごとに授業全体を通したスコアを 1～5 の 5 段階でつけてください．また，スコアの理由や根拠を具体的に記述してください．

①数学的な見方・考え方　教師は，授業で扱っている内容に内在する，もしくは，授業で顕在化し得る数学的な見方・考え方を認識し，それらを生徒に意識させることができているか．

【スコア】

②提示する問題や全体への発問の工夫　授業で扱う問題の選択や扱う順序，数値や場面設定，全体への発問など，問題解決を通して，生徒が数学の知識や技能，見方・考え方を獲得するための工夫があるか．

【スコア】

③習熟度の差への配慮　数学を苦手／得意とする生徒に対する配慮や教具の使用など，多くの生徒が問題に取り組めるようにするための工夫があるか．

【スコア】

④考えの交流　生徒が考えやその根拠をどの程度表明しているか．またその考えに対する議論はあるか．

【スコア】

⑤生徒の考えの把握と活かし方　教師は，個々の生徒の考えを把握し，生徒が理解を深めたり，問題解決を進めたりするきっかけを与えているか．

【スコア】

⑥　今日の授業においてポイントだった場面はありますか．その場面と理由を記述してください．

お名前

図 3.2.2　授業記録(シート A)と授業の振り返りシート(シート B)

表 3.2.1　試作ルーブリック第一観点「授業における数学」

	授業における数学
	授業において生徒が考える数学には，知識や技能だけでなく，他の単元や分野とのつながりのある数学的な見方や考え方があるか.
1	授業において生徒が考える数学には，数学の特定の単元の知識や技能がある.
3	授業において生徒が考える数学には，特定の単元，もしくは 1 つの既習事項や他の単元の知識や技能，見方や考え方がある.
5	授業において生徒が考える数学には，既習事項や他の単元と複数の明らかなつながりのある知識や技能，見方や考え方がある.

2019 年度に行われた，「$x^2 - 2mx + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよう」という問題が扱われた授業を取り上げる。この問題を解く際には，2 次方程式の左辺を 2 次関数とみて(数学的な見方)，グラフを用いて解決を試みたり，2 次方程式の判別式を利用して解決しようと試みたりする(数学的な考え方)ことが想定される。第一観点は，このような数学的な見方や考え方を，生徒の活動から見出すことを目的とした観点である。

この観点の振り返りシートの記述の抜粋は表 3.2.2 の通りである。なお，表中の番号は記述者の番号，スコアは各観点のその授業におけるスコア(1，2，3，4，5 の 5 段階)を表している。下線は筆者が加筆した。

表 3.2.2

番号	スコア	スコア付与の根拠の記述
6	4	扱う問題が発展的な問題だったので，2 次関数のグラフ，2 次不等式，判別式など<u>多くの知識技能を必要とし</u>，いい問題だと思う。
12	2	$m - \sqrt{m^2 - 6} > 0$の不等式については，$m > 0$，$m^2 - 6 > 0$についての説明がよくわからなかった。無理数の定義をきちんと確認すべきだった。
16	3	<u>他の単元</u>とのつながる内容は少なかったため
19	5	判別式だけでなく，グラフによる解法，√を含む 2 次不等式など<u>多くの単元</u>の内容を含んでいた。
24	3	方程式と 2 次関数のグラフという見方・考え方がありました。複数とまではなかったと思われたため，この評価にさせていただきます。
6	1	今回扱った内容の中には，<u>他の単元や分野に</u>関連するところはなかった。
42	4	前単元の内容を踏まえて，除法の原理の等式を記述している。<u>単元の導入なので，他の単元や分野とつなげるのは難しいか？</u>

参観者の記述を分析すると，数学的な見方や考え方に言及している記述が見受けられた(例えば 24)。一方で，一次ルーブリックの「単元」や「既習事項」という言葉に反応し，その授業で扱われた問題を解くにあたって，関連する単元や知識の記述が目立っていた(例えば 6 など)。さらに，生徒の活動や思考を根拠にせず，観察者の価値観によって知識や技能に着目しているとみられる記述もあった(例えば 12)。この観点が，単元との「つながり」を観察するものだと誤解される可能性もあり，数学的な見方や考え方の「つながり」を強調するため，表 3.2.3 のようにルーブリックを改変した。

同様の方法で，試作ルーブリックの各観点を改変していった。このようにして，施策ルーブリックから図 3.2.3 の授業観察ルーブリックを開発し，本科研の 2 年目以降はこの授業観察ルーブリックを用いて授業研究を進めてきた。

表 3.2.3 「数学的な見方・考え方」

	数学的な見方・考え方
	教師は，授業で扱っている内容に内在する，もしくは，授業で顕在化し得る数学的な見方・考え方を認識し，それらを生徒に意識させることができているか.
1	教師は，数学の知識や技能を獲得させることのみを意識している.
3	教師は，数学の知識や技能だけではなく，授業で顕在化し得る数学的な見方・考え方を認識している.
5	教師は，授業で顕在化し得る数学的な見方・考え方を認識し，それらを生徒に意識させることができている.

	数学的な見方・考え方	提示する問題や全体への発問の工夫	習熟度の差への配慮	考えの交流	生徒の考えの把握と活かし方
	教師は，授業で扱っている内容に内在する，もしくは，授業で顕在化し得る数学的な見方・考え方を認識し，それらを生徒に意識させることができているか.	授業で扱う問題の選択や扱う順序，数値や場面設定，全体への発問など，問題解決を通して，生徒が数学の知識や技能，見方・考え方を獲得するための工夫があるか.	数学を苦手／得意とする生徒に対する配慮や教具の使用など，多くの生徒が問題に取り組めるようにするための工夫があるか.	生徒が考えやその根拠をどの程度表明しているかまた，その考えに対する議論はあるか.	教師は，個々の生徒の考えを把握し，生徒が理解を深めたり，問題解決を進めたりするきっかけを与えているか.
1	教師は，数学の知識や技能を獲得させることのみを意識している.	教科書等の例題や問いを記述通りに扱っている.	多くの生徒が問題に取り組めるようにするための工夫がなく，一部の生徒のみが取り組んでいる.	生徒は，式や答えなどを表明するのみである.	教師は，生徒の考えを把握しようとせず，一方的に授業を進めている.
3	教師は，数学の知識や技能だけではなく，授業で顕在化し得る数学的な見方・考え方を認識している.	授業で扱う問題の選択や扱う順序，数値や場面設定，全体への発問などの工夫がみられるが，数学の知識や技能，見方・考え方の獲得に対する効果は限定的である.	多くの生徒が問題に取り組めるようにするための工夫がみられるが，一部の生徒の取り組みにとどまっている.	生徒は，自らの考えやその根拠を他者に表明するが，一方向的で議論には至らない.	教師は，生徒の考えの根拠を尋ねて，積極的に生徒の考えを把握している.
5	教師は，授業で顕在化し得る数学的な見方・考え方を認識し，それらを生徒に意識させることができている.	授業で扱う問題の選択や扱う順序，数値や場面設定，全体への発問などの工夫があり，数学の知識や技能，見方・考え方の獲得に対して効果的である.	多くの生徒が問題に取り組めるようにするための工夫が効果的で，多くの生徒が取り組めている.	生徒は，自らの考えやその根拠を他者に表明したり，他者の考えに呼応して補足したり，新たな考えを表明したりしている	教師は，積極的に生徒の考えを（誤答も含めて）把握し，生徒が理解を深めたり，問題解決を進めたりするきっかけを与えている.

図 3.2.3 本科研で使用したルーブリック

各観点の説明は次の通りである。

①数学的な見方・考え方

この観点は，授業で扱われている内容が，数学的な知識や技能だけではなく，数学的な見方・考え方が存在し，その数学的な見方・考え方を生徒が意識しているかどうかをみる。生徒が数学的に考える態度を育成していくためには，数学的な見方・考え方を働かせる必要があることから，生徒がどのような見方・考え方を働かせているかをみる観点を設定した。

②提示する問題や全体への発問の工夫

問題解決型の授業では，生徒が「おや？」「あれ？」と思うような問題を提示し，この問題を解決してみようと思うことが出発点にある。そこで，この観点では，問題や発問の工夫があるかどうかをみるだけではなく，その工夫が生徒の数学的な見方・考え方を働かせるために効果的であったかどうかをみる。

③習熟度の差への配慮

教室には，数学が苦手な生徒や得意な生徒が存在する。そこでこの観点は，その習熟度の差に対して教師がどのような手立てを行い，教室にいるすべての生徒が授業における数学(数学的な見方・考え方)に取り組めるような支援を行っているか，また，生徒が取り組めているかをみる。

④考えの交流

問題解決型の授業には練り上げという場面が存在し，複数の児童・生徒の考えを比較・検討することによって，より深い学びを実現しようとしている。また，新学習指導要領でも対話的な学びが謳われ，この生徒同士の考えの交流が深い学びに繋がるものとして重要であることが考えられる。この観点は，生徒同士の考えの交流があったかどうかをみるとともに，生徒Ａの考えに対して生徒ＢがＡの考えを発展させたりＡの考えをもとに新しい考えを生み出したりしているかどうかをみる。

⑤生徒の考えの把握と活かし方

問題解決型の授業において，生徒の考えを比較・検討するために，教師は生徒の考えを見取り，どの考えをどのような順番で取り上げるかが大切になる。この観点は，教師は生徒の考えを把握し，生徒が理解を深めたり問題解決を促したりするような授業運営を行っているかをみる。

（中逸　空・松田菜穂子）

引用・参考文献（3 章）

Schoenfeld, A.H. (2013). Classroom observations in theory and practice. ZDM, the International Journal of Mathematics Education, 45: 607-621. DOI 10.1007/s11858-012-0483-1. Schoenfeld, A.H. (2014, November). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? Educational Researcher, 43(8), 404-412. DOI: 10.3102/0013189X1455

Schoenfeld, A. H. (2015). *Teaching for Robust Understanding of Essential Mathematics.* Essential mathematics for the next generation: What to teach and how should we teach it.

Schoenfeld, A.H. (2018). Video Analyses for Research and Professional Development: The Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework. In C. Y. Charalambous & A.-K. Praetorius (Eds.), Studying Instructional Quality in Mathematics through Different Lenses: In Search of Common Ground (An issue of ZDM). Manuscript available at https://doi.org/10.1007/s11858-017-0908-y.

Schoenfeld, A.H. (2019). Reframing teacher knowledge: a research and development agenda. ZDM, 52, 359-376.　https://doi.org/10.1007/s11858-019-01057-5.

Schoenfeld A., Dosalmas, A., Fink, H., Sayavedra, A., Tran, K., Weltman, A., Zarkh, A., Zuniga-Ruiz, S. (2018). Teaching for Robust Understanding with Lesson Study. In: Huang R., Takahashi A., da Ponte J. (eds) Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics. Advances in Mathematics Education. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-04031-4_7

Schoenfeld, A.H., Floden, R. E., & the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2014). The TRU Math Scoring Rubric. Berkeley, CA & E. Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University. Retrieved from http://ats.berkeley.edu/tools.html.

Schoenfeld, A.H., Floden, R. B., and the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2016a). On Classroom Observations. Manuscript submitted for publication.

Schoenfeld, A.H., and the Teaching for Robust Understanding Project. (2016b). The Teaching for Robust Understanding (TRU) observation guide: A tool for teachers, coaches, administrators, and professional learning communities. Berkeley, CA: Graduate School of Education, University of California, Berkeley.

Lewis, C., Akita, K., & Sato, M. (2010). Lesson study as a human science. In W. R. Penuel & K. O'Connor (Eds.), Learning research as a human science (National Society for the study of education yearbook) (Vol. 109, pp. 222–237). New York: Teachers College, Columbia University.

Lewis, Catherine & Perry, Rebecca. (2015). A Randomized Trial of Lesson Study with Mathematical Resource Kits: Analysis of Impact on Teachers' Beliefs and Learning Community. 133-158.

日本数学教育学会(2021)，算数・数学授業研究ハンドブック，東洋館出版社.

西村圭一・松田菜穂子・太田伸也・高橋昭彦・中村光一・藤井斉亮（2013）．日本における算数・数学研究授業の実施状況に関する調査研究．日本数学教育学会誌算数教育，95(6)，2-11．https://doi.org/10.32296/jjsme.95.6_2

東京学芸大学 IMPULS (2013)．研究授業実施状況に関する調査 集計結果の概要，国際算数・数学授業改善のための自己向上機能を備えた教員養成システム開発，http://impuls-tgu.org/cms/uploads/File/resource/IMPULSresearchreport_20130701.pdf

第 4 章　授業研究コミュニティの形成過程

本研究では，「数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通した学び」を通して，数学的に考える態度の育成を図るという共通の目標のもと，４つのセクターがそれぞれの実情を踏まえ課題を設定し取り組んだ。本章では，それぞれのセクター毎の取組の概要と成果を述べる。なお，それぞれのセクターで行った授業研究会の学習指導案，授業のトランスクリプト，授業後の研究協議会のトランスクリプトは，別冊の「資料編」を三賞いただきたい。

4.1　授業研究リーダー育成型～北海道

北海道セクターでは，研究分担者として北海道教育大学の佐々祐之，研究協力者として北海道教育庁の今中勇希，河村真一郎，北海道立教育研究所の桜井俊寛，及び道立高等学校教員の澤村巧，泉融希，山後裕紀が中心となり，「授業研究リーダー育成型」の授業研究コミュニティの形成に係る研究を進めた。

セクターの構成員が授業者として研究授業を実施するだけでなく，自他の研究授業に係る指導案の検討に継続して参加することにより，授業のねらい，生徒の想定される反応及び教員の支援等，多様な視点をもって授業改善できる資質・能力を身に付けることをねらいとした。また，今後，北海道の各地において，構成員がリーダーとなる新たな授業研究コミュニティを形成するとともに，研究授業及び指導案検討におけるノウハウを継承し，高等学校数学の授業研究が自走できるようにすることをねらいとした。

4.1.1　北海道セクターの取組の概要

北海道本セクターは，北海道教育大学札幌校の佐々教授，北海道教育庁学校教育局高校教育課（以下，「道教委」）の指導主事及び道立高等学校教諭とした。

北海道セクターは，大学の研究者，北海道教育庁（以下「道教委」）の指導主事等教育行政関係者，道立高等学校教諭から構成されているが，高等学校教諭に関しては，過去に道教委として教科指導スペシャリスト等の指定をした教員のうち，30 歳代であり今後の北海道の高等学校の授業改善等において活躍が期待される者をセクターのメンバーとして指定した。人事異動等により一部入替えも実施した。

また，本セクターにおける授業研究等の取組は，道教委が実施している「未来を切り拓く資質・能力を育む高校教育推進事業」の「授業改善セミナー」と一部タイアップして実施することとした。

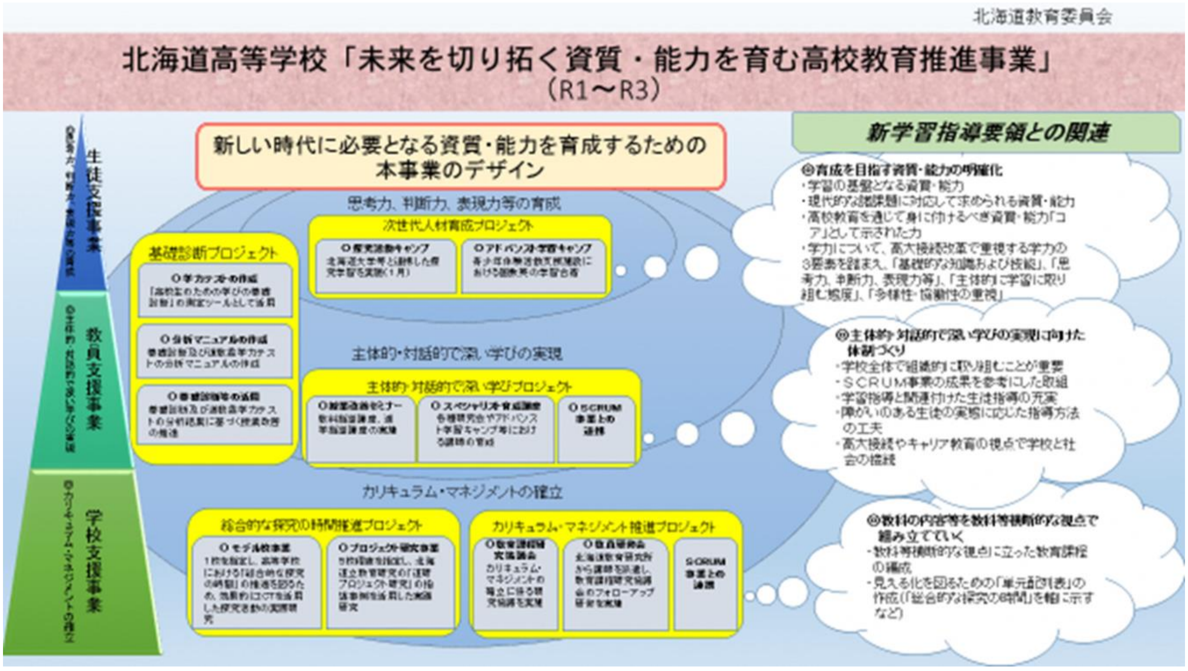


図 4.1.1　北海道高等学校「未来を切り拓く資質・能力を育む高校教育推進事業」

4.1.2　授業研究の実際（各年度の取組）

（１）令和元年度の取組

①北海道セクターの取組

令和元年度は，今中勇希（北海道教育庁高校教育課），澤村巧（同），桜井俊寛（北海道室蘭栄高等学校），泉融希（北海道札幌北陵高等学校），山後裕紀（北海道静内高等学校）の５名を中心に取組を進めた。

令和元年度の取組は，表 4.1.1 の通りである。取組初年度については，授業研究会の実施までの準備期間が短かったことから，指導案検討は道教委指導主事と北海道教育大学の佐々によって，メール審議により行われた。他のセクターメンバーは，授業研究会の研究協議において，議論を深める中心的な役割を果たした。また，次年度以降，本事業を拡大するため道教委高等学校数学担当指導主事８名が授業研究会に参加し，本取組の一連の流れを理解した。

表 4.1.1　令和元年度　北海道セクターの取組

日付	摘要	備考
R 元.10. 8	指導案検討	旭川東高，メール
R 元.11. 5	指導案検討	旭川東高，メール
R 元.11.15	指導案検討	旭川東高，メール
R 元.11.21	授業研究会（授業者：旭川東高 花尻教諭）	進学指導講座として実施

②授業研究会の概要

令和元年度の授業研究会は，11 月 21 日に，北海道旭川東高等学校において実施された。授業者は同校の花尻健明教諭で，授業のテーマは第３学年数学Ⅲの積分法の応用（曲

線の長さ）であった。道内高等学校の教員 42 名，大学生・大学院生 9 名，その他 1 名の計 52 名の参加があり，助言者は北海道教育大学札幌校の佐々祐之に加え，独立行政法人大学入試センターの山田誠二調査官（当時）を迎え，研究授業と協議が行われた。

研究協議は，道教委の今中勇希をファシリテーターとして行われた。参会者からは，本時において想定した評価方法に関する質問や，教材の扱い方に関する質問など，授業設計段階における教師の意図に関わる質問が出されたほか，ノートの活用やペア学習の取組の仕方，ICT の活用の仕方など，本時の授業展開における授業者の取組に対する意見なども出されるなど，活発な議論が展開された。

指導助言では，山田調査官から，問題発見・解決の過程を踏まえた学習指導において，問題の本質を見抜き，問題解決の見通しを立てることにより問題を焦点化したり，解決の過程を振り返り，既習事項との関連付けや他の事象への活用など，統合的・発展的に考えたりするなどして指導の充実を図ることが大切であるという助言がなされ，セクターメンバーの佐々からは，生徒が自主的に図や表など数学的な表現を用いて問題を把握したり，一般的な事象を具体的な数値などの特殊な場合で考察したりする問題解決のストラテジーを活用できるようにするために，普段の授業において，生徒がその有用性を認識し，よさを実感できるように指導することが大切であるという助言がなされた。

③成果と課題

令和元年度の取組を通して，道教委として初めて授業研究を主とした授業研究会を実施することができ，授業改善の必要性を参加者と共有することができたこと，また，研究協議において，参加者から授業改善に係る多様な意見が出され，参加者は新たな視点で自己の実践を振り返ることができたことは，研究１年目の成果として挙げられる。

一方で，事前の指導案検討にセクターメンバー全員が関われるようにして，授業研究会と連動させるなど，指導案検討の在り方や研究会の運営等について整理することなどを課題として認識することができた。

（２）令和２年度の取組

①北海道セクターの取組

令和２年度は，今中勇希（北海道教育庁高校教育課），桜井俊寛（北海道立教育研究所），澤村巧（北海道札幌英藍高等学校），泉融希（北海道札幌北陵高等学校），山後裕紀（北海道静内高等学校）の 5 名を中心に取組を進めた。（一部人事異動により所属が変更）

令和２年度の取組は，表 4.1.2 の通りである。取組の２年目については，コロナ禍のため，すべての参加者が授業会場に入って研究授業や研究協議を行うことが難しかったため，Zoom を活用して授業を配信することにより，それぞれの参加者の勤務校からも参加できるようにして実施した。Zoom の活用による遠隔の参加方法については，令和３年度も継続し，参加者の拡充や遠隔地の指導主事の参加につなげることができた。

また，富良野高校の研究授業については，道教委が同校の数学科教諭６名を教科指導スペシャリストとして指定し，授業者の佐久間教諭を中心に学習指導案の作成に当たった。

学習指導案の検討は，授業者を含む北海道富良野高等学校の教員，セクターメンバー及び北海道教育大学の佐々によるメール審議によって行われた。

札幌英藍高等学校の研究授業については，セクターメンバーの澤村主幹教諭を授業者として，学習指導案検討を行ったが，新型コロナウィルス感染症対策に伴い授業研究会は中止となった。札幌英藍高等学校での授業研究会自体は実施できなかったものの，研究授業の学習指導案検討はZoomの活用により，より具体的な協議ができるようになったため，以降，この方法での指導案検討を継続することとなった。

表 4.1.2　令和２年度　北海道セクターの取組

日付	摘要	備考
R２．９.10	富良野高校訪問（依頼）	富良野高，メール
R２．９.30	（この日まで）原案作成	富良野高，メール
R２.10.12	（この日まで）指導案検討①	富良野高，メール
R２.10.19	（この日まで）指導案検討②	富良野高，メール
R２.11.２	授業研究会（授業者：富良野高 佐久間教諭）	教科指導講座として実施
R２.11.２	（この日まで）原案作成	札幌英藍高，メール
R２.11.７	（この日まで）指導案検討①	札幌英藍高，メール
R２.11.14	指導案検討②	札幌英藍高，Zoom
R２.11.28	授業研究会 （授業者：札幌英藍高 澤村主幹教諭）	指導主事研修会と合同実施 （※新型コロナにより中止）

②授業研究会の概要

令和２年度の授業研究会は，11 月 2 日に，北海道富良野高等学校において実施された。授業者は同校の佐久間健一教諭で，授業のテーマは第２学年数学Ⅱの三角関数（三角関数の最大・最小）であった。道内高等学校の教員 27 名，大学関係 3 名，教育センター1名の計 31 名の参加があり，このうち 3 名は各自の勤務校から Zoom を活用した遠隔での参加であった。助言者は北海道教育大学札幌校の佐々祐之が務め，研究授業と協議が行われた。

研究協議は，「生徒の考えの把握と活かし方」および「授業の構成の改善点」を協議の柱として行われた。ファシリテーターは，道教委の今中勇希が務めた。参会者からは，本時における教材の取扱いに関する意見のほか，グループ活動や生徒の発言への返し方など，多様な意見を引き出すための方策についての意見が出されるなど，活発な議論が展開された。

指導・助言では，セクターメンバーの佐々から，授業設計においては徹底して生徒の反応を予想しておくことが重要であること，また，学習過程における統合・発展的な扱いを意識した授業デザインにおいては，課題設定が重要な役割を担うこと，その際「条件変え」といった手法が有効に機能することなど，具体的な授業設計に係る助言がなされた。

③成果と課題

令和 2 年度の取組の成果としては，事前の学習指導案検討において，単元の評価規準が細分化され具体的な姿で表現されるようになり，評価の場面と方法がより具体的に設定さ

れるようになったこと，また，授業における課題解決の共有の場面で，想定される生徒の考えがより具体的に表現されるようになったことがあげられる。しかし，メールによる学習指導案検討では，セクターメンバーが授業者の生徒観や指導観を適切に共有できないという面もあり，セクターメンバーの意見を集約して授業者に伝えるという流れになるため，十分な意見の交流がなかったことは課題として残された。

授業研究会では，研究授業の実施前に，授業者による生徒観や本時の指導等に関する説明があり，参加者は生徒の実態や指導のねらいを把握して授業を観察することができたこと，研究協議において，参加者は，指導のねらいに沿った具体的な生徒の考えや教師の発問・支援等について意見の交流ができたことも令和２年度の成果といえる。しかし，Zoom を介した授業の観察だけでは，生徒の発言や思考の様子を個別に捉えることが難しいという遠隔による研究授業の限界も見られ，今後の実施方法について改善の余地があると感じられた。

（３）令和３年度の取組

①北海道セクターの取組

令和３年度は，人事異動により１名を追加し，今中勇希（北海道教育庁高校教育課），河村真一郎（同），桜井俊寛（北海道立教育研究所），澤村巧（北海道札幌英藍高等学校），泉融希（北海道札幌北陵高等学校），山後裕紀（北海道札幌南高等学校）の6名を中心に取組を進めた。

令和３年度の取組は，表 4.1.3 の通りである。取組３年目については，２回の授業研究会の実施を中心に，これまでの成果を共有するための指導主事研修会を開催するなど，研究の総括として位置づく取組を行った。

授業研究会の事前の学習指導案検討では，令和２年度から引き続いて Zoom が活用され，授業者とセクターメンバーを中心に，リアルタイムでの意見交換が行われた。また，本取組が道教委においても浸透してきたこともあり，授業研究会の担当指導主事だけでなく，毎回３，４名程度，他の数学科指導主事も学習指導案検討に参加するようになった。

また，12 月には，北海道セクターの授業研究に係る取組を総括し，以降の課題等を明

表 4.1.3　令和３年度　北海道セクターの取組

日付	摘要	備考
R３.５.３	北海道セクター打合せ	Zoom
R３.９.10	指導案検討①	札幌北陵高，Zoom
R３.10.３	指導案検討②	札幌北陵高，Zoom
R３.10.12	授業研究会１（授業者：札幌北陵高 泉教諭）	
R３.10.14	指導案検討①	幕別清陵高，Zoom
R３.10.28	指導案検討②	幕別清陵高，Zoom
R３.11.３	指導案検討③	幕別清陵高，Zoom
R３.11.18	授業研究会２（授業者：幕別清陵高 舘盛教諭）	
R３.12.６	北海道指導主事研修会	助言者：長尾主任視学官・西村圭一教授

らかにするため，指導主事研修会を実施した。研修会では，担当指導主事が令和３年度の授業研究会の運営に係る報告を行い，授業研究会を通しての授業者の変容，学習指導案検討の方法及び研究協議のファシリテートの在り方等について協議及び情報共有を行った。併せて，令和４次年度の道教委の数学科としての授業研究の在り方等についても検討を行うとともに，文部科学省の長尾主任視学官及び東京学芸大学の西村教授から今後の進め方等について御助言いただいた。

②授業研究会１（北海道札幌北陵高等学校）の概要

令和３年度の１回目の授業研究会は，10 月 12 日に，北海道札幌北陵高等学校において実施された。授業者は同校の泉融希教諭で，授業のテーマは第３学年数学Ⅲの微分法の応用（導関数，グラフの凹凸）であった。道内高等学校の教員 50 名，大学関係 5 名，その他 1 名の計 56 名の参加があり，このうち 28 名は各自の勤務校から Zoom を活用した遠隔での参加であった。助言者は北海道教育大学札幌校の佐々祐之が務め，研究授業と協議が行われた。

研究協議は，北海道立教育研究所の桜井俊寛をファシリテーターとして行われた。参会者からは，教師の発問の意図に関する質問が出されたほか，振り返りについて，振り返りシートの活用や教師の考え方についての質問や意見も出され，活発な議論が展開された。

指導助言では，セクターメンバーの佐々から，ICT を活用して生徒が活動する時間が十分に確保されていたこと，事前課題と本時の課題のつなげ探究的な活動が実現できていたことが良かった点として挙げられ，直観的にイメージしたものを論理的に考察し，ICT を活用して確認するといった活動をより積極的に取り入れていってほしいという要望が出された。

③授業研究会２（北海道幕別清陵高等学校）の概要

令和３年度の２回目の授業研究会は，11 月 18 日に，北海道幕別清陵高等学校において実施された。授業者は同校の舘盛拓教諭で，授業のテーマは第２学年数学Ｂの数列（等差中項・等比中項）であった。道内高等学校の教員 29 名，その他 2 名の計 31 名の参加があり，このうち８名は各自の勤務校から Zoom を活用した遠隔での参加であった。助言者は北海道教育大学札幌校の佐々祐之が務め，研究授業と協議が行われた。

研究協議は，北海道立教育研究所の桜井俊寛をファシリテーターとして行われた。参会者からは，数式の有用性を感じさせるための方策や，生徒の考えの取り上げ方についての質問が出されたほか，事象の一般化についての意見や授業デザインの在り方に関する意見などにも話題が広がり，活発な議論が展開された。

指導助言では，セクターメンバーの佐々から，事前の学習指導案検討を通して授業者の価値観の変容がみられたことが良かった点として挙げられた。また，高等学校の数学科では，演繹的な推論に重点が置かれることが多いが，帰納や類比といった推論方法によって一般的に成り立ちそうな法則や性質を見いだそうとすることも大切であり，そのために「探究」という活動を重視したいという助言がなされた。

④ 成果と課題

２回の授業研究会の実施を通して様々な成果を上げることができた。まず，事前の学習指導

案検討においては，「教員が何を教えるか」から「生徒はどのような資質・能力を身に付けるか」，「生徒が何をどのように学ぶか」という方向に議論の中心が移行していったこと，また，生徒観や指導観についての議論を重ねることによって，教員の問いの設定，問いに対する生徒の反応，反応が十分でない場合の手立てなど，学習指導案における記述内容が充実してくるということが実感できた。

また，授業研究会においては，参加者に対して事前に学習指導案を配付するとともに，研究授業における指導のねらい等を説明した上で研究授業を観察することによって，参加者が授業改善の視点を明確にもつことができた。その結果，研究協議においては，授業の感想などにとどまることなく，授業改善に向けた前向きな質疑が多くなり，生徒に身に付けさせる資質・能力の育成についての理解を深めることができた。

さらに，授業改善に係る取組を通して，授業者やセクターメンバーを中心とした学習指導案検討メンバー全体で，授業改善の具体的な一連の流れを体感することができた。このことは，次の授業改善の取組のファシリテーターの育成につながるものであるといえる。

今後の課題としては，現状として授業改善セミナーが，各教員の自由参加であることから，本セミナーの成果を普及し，多くの教員が一層授業改善に取り組むことができるよう，指導主事による学校訪問等，道教委の他の取組と併せて推進していくことが挙げられる。また，「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた教材及び指導方法の理解が一層深まるよう，学習指導案検討段階での協議の質を高めたり，指導・助言する指導主事の力量を高めたりすることも必要である。

4.1.3　取組の総括

北海道セクターでは，この３年間，本プロジェクトに関わって，リーダー育成という観点から，授業研究コミュニティの形成に係る取組を行ってきた。ここでは，これまでの取組を振り返って成果をまとめるとともに，今後の課題を明らかにしておきたい。

（１）北海道の高等学校における数学教育が抱えていた課題

これまで北海道では，道教委の指導主事が中心となって，数学科の授業改善に取り組んできた。しかし，多忙化する道教委の業務の中で，教科（数学）指導に関する研修や授業研究が十分に実施できているとは言えない状況にあった。また，広域性を持つ北海道においては，地域ごとに指導主事が配置されているが，指導主事全体が指導改善に関する共通した知見を有しているわけではなく，指導主事の力量によって，地域の指導改善にもばらつきが出てしまうということがあった。さらに言えば，指導主事を中心としたコミュニティにおいて，指導改善のための授業研究会を牽引していく授業研究リーダーの育成が進んでおらず，地域の授業改善が指導主事頼みとなっていたため，指導主事や授業研究をリードする教員の力量の差が，地域の授業改善力の差に直結するという側面があった。

（２）北海道セクターのメンバーを核とした授業研究リーダーの育成

このような課題を踏まえ，北海道において，各地の授業改善の核となる授業研究リーダーを育成することを念頭に，本プロジェクトにおける北海道セクターの課題を「授業研究リーダー育成型の授業研究コミュニティの形成」とした。授業研究コミュニティを形成す

るということだけでは，プロジェクトが終了したのち，一部の授業研究コミュニティで閉じてしまうということも考えられる。広域性を持つ北海道においては，一部の地域や学校だけで授業改善が進んでいくということではなく，授業研究リーダーを育成することによって，それらリーダーを中心として各地に授業研究コミュニティを形成し，授業改善の波及効果を期待する意味で，授業研究リーダーの育成という課題設定を行うこととした。

セクターの中心メンバーは，これまでの道教委が行ってきた授業改善セミナーなど，各種事業において積極的な関わりを持っていた若手教員から構成し，本プロジェクトで授業研究会の企画運営や事前の学習指導案検討，ファシリテーターの役割などを経験しながら，授業研究コミュニティの形成の牽引役を務められる人材を育成していくこととした。

（３）授業研究会の実施に向けた学習指導案検討を通して

プロジェクトでは，3 年間にわたって 4 回の授業研究会を企画・実施してきた。北海道の持つ広域性という特徴から，授業者，セクターメンバー，指導主事らが一堂に会して授業設計についての検討を行うということが難しいため，令和元年度，2 年度は，事前の学習指導案検討もメールでのやり取りを通したものとなっていた。実際のところ，授業者が作成した学習指導案に対して，指導者や大学の研究者がコメントし，修正を加えていくという作業を数回繰り返し，授業設計を行っていくという状況であった。

このような状況では，基本的な授業設計の枠組み等については意見交換できたとしても，授業者の数学観，指導観，生徒の学習の状況など細かなニュアンスは伝わらず，どうしても表面的に授業設計を修正していく作業に終始してしまう傾向にあった。

令和 3 年度からは，新型コロナウィルス感染症の影響もあり，Zoom を用いた遠隔での会議が普及してきたため，これを活用して事前の学習指導案検討を実施するようになった。タイムラグのあるメールでのやり取りではなく，即時性のある遠隔会議を実施することによって，それまで伝わりにくかった授業者の数学観，指導観や，生徒の状況などがイメージしやすくなり，その結果，どのような課題設定，どのような発問の仕方をするのかといったことについて，積極的な意見交換がなされるようになったといえよう。このような遠隔会議による学習指導案検討の利点は，コロナ禍における密の回避というだけではなく，距離的な移動の問題で，授業者や指導主事など授業研究リーダーが一堂に会することが難しい北海道という地域性においては，アフターコロナにおいても有効に機能することが期待できる。

実際，Zoom を介した事前の学習指導案検討を実施していく中で，授業者は自らの数学観や指導観を変容させていくということが顕在化していた。概ね初回の学習指導案検討で原案として出される学習課題は，大学入試問題をベースとした課題であり，授業展開についても「いかに教えるか」を主眼としたものが多かった。しかし，Zoom を介してリアルタイムでの意見交換を行い，学習指導の在り方を検討していく中で，「いかに教えるか」ではなく，「いかに学ばせるか」が重要であり，そのためには，「わかりやすく教える」というだけではなく，探究的な活動を通して概念の理解を図っていくということに重点を置く指導展開へと変わっていく姿が見られた。「うまく教える」のではなく「考えさせる」ために，どのような発問をすべきなのかといったことについても意識されるようになり，授業者の学習指導観自体が変容していったといえるだろう。

事前の学習指導案検討から参画した授業者以外のセクターメンバーや指導主事らは，授業者がどのような数学観や指導観を有しているのか，また，研究授業を実施するクラスの生徒の様子はどのようなものなのかを，意見交換の中から把握しながら，当日の研究授業をイメージしていくことになる。しかし前述したように，授業者の数学観や指導観が事前の学習指導案検討を通して変容していく姿を目にすることによって，授業改善は授業研究会当日のやり取りだけでなされるのではなく，事前の学習指導案検討の段階から当日の研究授業，研究協議という一連の取組の中で実現されるものであるということを実感できたのではないだろうか。

また，事前の学習指導案検討での意見交換は，研究授業当日の研究協議においても重要な役割を果たすことになる。事前の学習指導案検討を通して，授業者が研究授業を通して参会者に伝えたかった学習指導観がどのように形成されてきたかを理解しているがゆえに，研究協議では，授業者の意図を踏まえた意見や質問を出すことができていた。研究授業や研究協議へのこのような参画のしかたは，指導主事や授業研究リーダーにとって，授業研究のファシリテーターとしての役割を学ぶよい機会となっていたといえよう。

（４）取組を通しての成果と課題

3 年間で 4 回の授業研究会を実施し，若手のセクターメンバーや指導主事らと，授業研究会に向けた事前の学習指導案検討を重ねていくことによって，授業者の数学教育観の変容や，課題や発問の設定などの授業設計の変容を実感としてとらえることができたことは，本プロジェクトにおける北海道セクターとしての大きな成果であったといえよう。今回のプロジェクトで得た経験は，指導主事やセクターメンバーが，授業研究会において助言を行ったり，ファシリテーターを務めたりする際の拠り所となるものであり，このようなことが授業研究リーダーの育成につながっていったと考えられる。

しかし，一方でこのような事前の学習指導案検討，授業研究会当日の協議などを通した授業研究リーダーの育成は，現段階ではセクターメンバー等，一部のメンバーに限られている。今後は，授業改善に意欲のある教員を授業者として，授業研究リーダーを含めた学習指導案の検討，授業研究会の実施を積み重ね，授業研究コミュニティにおいて中心的な役割を果たすことのできる教員を育成し，そのネットワークを広げていくことが必要である。

また，広域性をもつ北海道という地域特性に鑑み，教員個人を育成するという視点から，地域の授業研究コミュニティを形成するという視点に拡張していくことも必要である。授業研究リーダーを中心に，各地の授業研究コミュニティの形成を支援し，そのネットワークを広げていくことが今後の課題といえる。

4.2　授業研究コミュニティのプロトタイプ作成型～福島

4.2.1　はじめに

（１）福島セクター立ち上げの経緯と体制

2018 年 4 月，長尾篤志，西村圭一，山田誠司，西村健一，岩田耕司，成田慎之介を発起人として高校数学授業研究会（仮）が有志の会として発足した。福島県からは，佐藤周（当時：福島県教育庁高校教育課），藤東喜史（当時：福島県立磐城高等学校）が初代有志のメンバーとなった。2018 年 6 月 15 日に開かれた東京都立多摩科学技術高等学校における研究授業には，佐藤周，藤東喜史が参加した。2018 年 11 月 22 日に開かれた新潟県立長岡向陵高等学校における研究授業には，佐藤周とともに新たな有志のメンバーとして加わった羽田真幸（当時：福島県立葵高等学校），門馬弘一（当時：福島県立川口高等学校）が参加した。そして，2019 年 4 月から本科研がスタートした。

福島県は地理的に大きく「中通り」「浜通り」「会津地方」と呼ばれる３つの地域と，「中通り」に属する「県北」「県中」「県南」の３地区，「浜通り」に属する「相双」「いわき」の２地区，「会津地方」の「会津」地区の計６地区に区分されることがある。福島県は授業研究コミュニティのプロトタイプ作成型とし、県内広範囲にわたる複数の高校を拠点として高等学校数学科における「授業研究コミュニティ」の形成に取り組んできた。

○科研１年目（2019 年度）

6 月 23 日に国立教育政策研究所で開かれた科研準備会に、藤東喜史（大学入試センター）が参加した。福島県ならではの取組を目指し、県内の地理的なバランスも考え研究協力者の選出に当たった。福島セクターは，科研になってからも福島県教育委員会の事業とは連携せず，研究協力者の所属する高等学校の理解，協力を得て有志の会として活動することになった。選出した研究協力者の所属する高等学校には，依頼文とともに必要に応じて訪問し，別紙ポンチ絵などを用いて説明し，本科研の趣旨や研究協力者の活動，研究授業の際の会場提供等についてのご理解とご協力を願った。

佐藤周をリーダーとし，「高校数学授業研究会」からのメンバーであった羽田真幸（福島県立福島東高等学校），および門馬一弘（福島県立保原高等学校）に加え，あらたに中島駿介（当時：福島県立平工業高等学校）、小針慎吾（当時：福島県立南会津高等学校）がメンバーになり，４人の研究協力者が「県北」「いわき」「会津」の３地区を拠点とし，「中通り」「浜通り」「会津地方」の３地域をカバーする形でスタートした。大学側の共同研究者である東京学芸大学の成田慎之介も，福島セクター（東北セクター）担当として一連の活動をともにしながら助言等にあたった。

9 月 20 日に東京都立多摩科学技術高等学校と東京学芸大学で行われた第１回全体会・研究授業には，福島セクターの全メンバーが参加し，科研初年度の活動について話し合った。

また，2020 年 2 月 9 日に東京で開かれた第２回全体会では，研究授業を行った羽田真幸がメンバーを代表し，福島セクター（東北セクター）の初年度の取組について発表した。

○科研２年目（2020 年度）

初年度の経験を踏まえ，2019 年度と同様のメンバーと体制で活動した。小針慎吾（福島県立原町高等学校）の異動に伴い，「県北」「相双」「いわき」の３地区が活動の拠点となった。

〇科研３年目（2021 年度）

佐藤周（福島県立西会津高等学校）から佐藤章（福島県教育庁高校教育課）にリーダーが変わり，新たなメンバーとして髙橋善徳（福島県立本宮高等学校），佐々木資哲（福島県立安積高等学校），星雄介（福島県立白河旭高等学校）が加わった。中島駿介（福島県立只見高等学校）の異動に伴って「中通り」「浜通り」「会津地方」３つの地域をカバーするとともに，「県北」「県中」「県南」「相双」「会津」の５地区と拠点を広げて３年目がスタートした。

（２）福島県の授業改善に対する状況等

福島県における数学科の授業改善に対する取組は以下のとおりである。

〇　福島県高等学校教育研究会数学部会での取組

当部会が主催する研究大会（年１回開催）において，部会が指定する学校での研究授業の開催及び授業実践に関する研究報告が行われている。また、地区ごとに設定された各支部でも，研究授業や講演会等の研修が行われている。

〇　県教委主催の学力向上推進事業

県教委が主催する学力向上推進事業で県内 20 校程度を指定し，「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善に取り組んでいただいている。その中で，指定校での研究授業を公開し，県内の先生方が参加する取組を行っている。

〇　教科指導委員による学校訪問、研究発表

県教育委員会が県内の教諭の中から各教科の教科指導委員を任命し、授業改善に関する指導業務及び自身の授業改善に関する研究を依頼している。授業改善に関する指導業務としては、学校訪問における研究授業や上記研究大会での指導助言を行う。また、自身の授業改善に関する研究は原則２年間行い、１年目に研究成果中間報告書，２年目に研究成果報告書を作成し，全県立学校に送付している。

〇　教育課程講習会

学習指導要領の趣旨や内容の説明を目的に，例年８月に県内５地区で教育課程講習会を実施している。数学部会の研究協議において，模擬授業等を行い授業改善に関する協議を行うなどの取組を行っていたが，令和２年度，令和３年度はオンラインによる開催となったため，模擬授業等は実施できなかった。

本県における主な授業改善に向けた取組は以上のとおりであり、県教委主体で行う授業研究会は今のところ存在しない。このことから、福島セクターは有志の会として０ベースから授業研究コミュニティを形成しようとスタートした。そのため、「プロトタイプ作成型」として立ち上げ、県内広範囲にわたる複数の高校を拠点として授業改善への取組を県内に広げていくこととした。福島セクターにおいて授業研究会を重ねるごとに，コミュニティとしてどのように変容していくのかを明らかにすることによって，授業研究コミュニティのプロトタイプが作成される様相の一端を明らかにしたい。

（藤東喜史・佐藤章・佐藤周）

4.2.2　授業研究の実際（概要）

福島セクターでは，３年間で計６回の授業研究会を実施した。実施した時期は以下のとおりである。

表　4.2.1　授業研究会実施内容

年	月	内　　容
2019年		第１回　数学B（ベクトル）
	12月	指導案検討（メール、オンサイト）
		研究授業、研究協議（オンサイト）
2020年	２月	研究テーマの設定「数学的な活動を通して学びの質を向上させる授業」
		第２回　数学Ⅱ（三角関数）
	11月	指導案検討（メール、オンライン）
		研究授業、研究協議（オンサイト）
2021年		第３回　数学B（数列）
	12月	指導案検討（メール、オンライン）
	１月	研究授業（ビデオ視聴）、研究協議（オンライン）
		第４回　数学A（確率）
	６月	指導案検討（メール、オンライン）
	７月	研究授業（ビデオ視聴）
	９月	研究協議（オンライン）
2022年		第５回　数学Ⅱ（微分と積分の考え）
	12月	指導案検討①（メール、オンライン）
	１月	指導案検討②（メール、オンライン）
		研究授業（ビデオ視聴）
	２月	研究協議（オンライン）
		第６回　数学Ⅰ（データの活用）
	１月	指導案検討①（メール、オンライン）
	２月	指導案検討②（メール、オンライン）
		研究授業（ビデオ視聴）
	３月	研究協議会（オンライン）

本報告書では，報告書の作成時期との関係により，第1～4回を中心に考察する。また，3年間参加した教員を教師A～E，1年間の参加教員を教師F～Iとする。以下では，授業研究会の概要についてまとめる。

4.2.2.1　第１回授業研究会

■　指導案検討

・最初の指導案（以下，「指導案①」とする）の提案（目標や教材およびその意図など）の概要

2019 年 12 月 2 日に研究授業を実施するにあたり，所属校の現状を考えて教科書の進度に合わせた授業設定となり，11 月初旬の段階ではまだ内容が決定できていなかった。

その後，数学 B の平面ベクトルのベクトル方程式「法線ベクトル」の分野で扱う内容は決定し，過去に作成した指導案と同様の実際に生徒がどういう反応をするかまでは明記していない，学習活動や生徒の活動を記載した授業の流れは分かる内容の指導案①を作成し提案した。ここで設定した目標は「図形において，ベクトルを利用して考えるよさに気付く③（法線ベクトルを理解する）」と抽象的なもので，教材は通常使用している教科書と傍用問題集，課題は教科書の問題と例題を使用して授業する予定だった。また，活動によって生徒自身で「法線ベクトル」の概念を習得させ，自ら習得した知識を利用して「２直線のなす角を求める問題（以下，「メイン課題」とする）」を解き法線ベクトルの理解を深めるという意図で指導案①を提案した。

なお，１回目の指導案検討会を 2019 年 11 月 26 日に設定していたが，セクターの先生方の意見を反映できずに作成し指導案①を提案した。

・指導案の変更に関わる変遷（指導案検討会やメールでの議論）について

（ⅰ）指導案検討会までの変遷

指導案①の提案にあたり，11 月 12 日の時点で実施可能な内容が数学Ⅱ「微分法と積分法」の冒頭の微分係数と導関数の定義または，数学 B「空間ベクトル」の冒頭の空間ベクトルの定義のどちらかの予定であったため，成田慎之介先生へメールで相談した。返信では『「授業者による丁寧な説明」で理解を図るというよりも，「数学的活動を通して，定義をよく理解できるような授業」を提案してはどうか？』という助言があり，再度進度の調整も行い定義を扱う授業ではなく，「平面ベクトル」のベクトル方程式の内容で生徒の活動を通して理解できるような授業をイメージして指導案を作成した。そして，指導案検討前日の 11 月 25 日にセクターの先生方に最初の指導案①を提案し共有した。

共有後すぐに成田慎之介先生からメールが届き，以下の３点の検討について助言があった。

- ①生徒に「何を」「どう」理解させたいのか，②本時で最も生徒に考えて欲しい「問い」は何か，この２点を踏まえて提示する課題が適切かどうか
- ベクトルを用いない解法との関連付けと，法線ベクトルの「よさ」という点について
- 予想される生徒の反応や疑問について「数学」がないことについて

また，中島駿祐先生より，授業の組み立てについてメイン課題のみを扱いその後に法線ベクトルの考え方を組み込む流れも検討してはどうかとメールで提案があった。指導案検討会直前に，二人の先生からメールで助言・提案をもらい，翌日の 26 日に検討会を実施した。

（ⅱ）指導案検討会を受けての変遷

11 月 26 日（火）の 13:00～15:00 に福島東高等学校の視聴覚室で、門馬弘一先生と小針伸吾先生が参加し３名で指導案検討会を行った。２時間の検討会の中で以下の３点について話し合いながら指導案の検討を行った。

①「法線ベクトルのよさ」について（成田慎之介先生の助言を受けて）

② 扱う課題・内容について（中島駿祐先生の助言を受けて）

③ この授業において最も考えてほしい「問い」について（成田先生の助言を受けて）

まず①について，検討会の前半で指導案に書いた授業の流れを説明し，この段階では法線ベクトルの概念（直線の式の係数との関係）を理解し，理解した上でペアやグループで話し合いながら法線ベクトルを利用する演習を行う授業展開を想定していたことを参加した先生方に伝え，その上で様々な意見交換しながら協議・検討を行った。

協議・検討し，アクティブラーニングという言葉ばかりを意識し，生徒同士の形式的な対話のことばかり考え，「よさ」と「便利さ」を区別できていないことに気付くことができた。当初，求める直線の方程式の x, y の係数と法線ベクトルの成分の関係を理解することで，メイン課題は法線ベクトルを利用して解けることで生徒が「よさ」を感じると考えていたが，指導案①ではこの「よさ」が曖昧であったことにも気付き，先生方の意見が修正の参考となった。

次に②について，今回の授業内容や課題では①の「よさ」を実感することは難しく，まずは「法線ベクトルを用いると便利である」と実感させるような課題や内容にしたほうがよいという考えが出た。これも協議・検討し，メイン課題を解く際に法線ベクトルを用いるように教師側が誘導してしまう流れだったが，方向ベクトルを用いた解法や三角関数の加法定理を用いた解法も生徒から引き出し，生徒同士で解法を比較検討ができるような授業内容や課題になるとよいと意見がまとまり，これも修正の参考となった。

そして③について，この場では生徒に考えてほしい「問い」については「じゃあなぜ図形の問題にベクトルを応用するといい？」ということを問いにできればよいのではと，検討会の中でまとまった。しかし，この点については明確になっていない状態で終えてしまった。

以上の①～③の協議・検討後に，指導案①を修正した。

修正について，まず本時のねらいを「法線ベクトルの有用性を考える」から「ベクトルは平面図形の問題を解く上で，有効な手段の一つになり得ることを生徒自身で気づき獲得する」と変更した。次に，授業内容や課題については，法線ベクトルは初めて学ぶ内容のため，導出についてはある程度教師が主導しながら進めていき，なす角を求める課題では，生徒が協力しながら解答を作り上げるように対話しながら進める内容に変更した。また，扱う課題については改題なども含め今後検討することとした。提案した課題のままで進める場合は，生徒たちから法線ベクトルを用いた解答だけしか出ない場合も想定し，別解への誘導も考えるようにした。検討会後にセクターの先生方に検討会の内容を報告し，授業当日まで生徒の予想できる反応を考え，発問内容の精選も行いながら最終の指導案を完成させ授業直前の 11 月 29 日に送付した。

■　研究授業

12 月 2 日に，福島県立福島東高等学校で西村圭一先生，成田慎之介先生，佐藤周先生，小針伸吾先生，門馬弘一先生，中島駿祐先生が参加し，５時限目に２年生の数学 B で研究授業を実施した。

前時に数学 B のベクトル方程式のうち２点を通る直線のベクトル方程式の内容を終え，生徒は方向ベクトルを用いた直線の方程式の求め方は学んだ上で本時に臨んだ。最初

の指導案から変更を重ねて，本時では法線ベクトルの概念の理解と必要な知識の習得は教師主導で行い，修得した知識を利用してメイン課題を生徒自身で解決していく授業を行った。

本時の授業のねらいと扱った問題については以下のとおりである。

（本時のねらい）

図形の問題において，ベクトルを利用した考え方が有効な手段の一つであることに気付き，利用しようとする態度を育成する。

（生徒に示すねらい）

図形の問題に対するいくつかの解法を話し合うことで，ベクトルを用いた考え方が有効な手段の一つであることを知ろう。

（授業で扱った問題・課題）

展開①において扱った問題

例題　点(2, 5) を通り，$\vec{n}$=(4, 3) に垂直な直線の方程式を求めるには？

問 40　点 A(3, 4) を通り，$\vec{n}$=(5, －2) に垂直な直線の方程式を求めよ。

展開②において扱った問題「メイン問題」

2 直線$x+2y+5=0,\ x-3y+1=0$ のなす角α($0°\leqq\alpha\leqq 90°$)を求めるには？

導入場面で，本時の使用するワークシート（振り返りシート）を配付し，本時の扱う課題について説明を行い，展開①で例題を用いて法線ベクトルの概念の理解と知識の習得を図った。

展開①において，法線ベクトルの説明は行わずにまず例題を提示し，例題の条件を満たす直線の方程式を生徒自身で考えさせた。解答はベクトルを用いることに制限せず考えさせたため，ある生徒から数学Ⅱの図形と方程式の分野で学んだ「垂直であれば傾きの積が－1」であることを利用する解法（考え方）を引き出すことができ全体で共有した。

共有後は法線ベクトルの話へ繋げるために直線上でベクトルを探すように発問をし，生徒の思考を誘導した形となったが，「ベクトル同士の内積が０」であることを利用することで直線の方程式が導けることを知識として習得させた（まだ法線ベクトルという言葉は出していない）。その後，問 40 に取り組ませることで「内積の値が０である」ことから直線の方程式を導く技能が身に付いた段階で，発問し法線ベクトルの成分の値と直線の係数について考える時間を取った。発問により，生徒から「$\vec{n}$ のx成分がxにかけられ，y成分が，yに掛けられている」ことを引き出し全体で共有した。この展開①によって，法線ベクトルの成分を利用することで直線の方程式を求める知識・技能は身に付いたと考えメイン課題に移った。

展開②において，一度法線ベクトルについてまとめ，方向ベクトルのことについても少し説明を加えた。メイン課題では，解く手が止まる生徒が多く見られたため，図形を描くこと，それにより気付くこと（角度やどのようなベクトルが見つけられるか）を全体で細かく共有しながら進める形となった。当初，生徒自身で課題に向き合う時間を十分にとり，法線ベクトルを用いる解法と併せて方向ベクトルを用いる解法や三角関数を用いる別解を比較検討したかったが，時間不足で別解はプリントで紹介するだけで終わってしまった。なお、指導過程や学習活動についての詳細は指導案や資料のとおりである。

■　研究協議会

・議論の概要

授業後の研究協議では，自評を述べその後各先生方からご意見をもらいながら議論を進めた。

まず授業者からの自評で，法線ベクトルは初めて学ぶ内容であっても，授業の中で「ベクトルは使える道具だ」と思ってもらいたかったが，内容を詰め込み時間が足りず実感させるまでには至らなかった。また，生徒自身で考えさせて進める時間を取ったつもりが，課題の内容を把握できずボーとする時間が多くなってしまったことなど反省点が多かったことを自評として挙げた。

その後，各先生方から次のような順に意見や感想，助言が出た。

・法線ベクトルの今回の授業での扱いについて

習熟させる時間も含めてもっと丁寧に扱う（法線ベクトルの考え方がしっかりした上で進める）ことで，数学Ⅱとの関連も見えやすくなったのではないか。法線ベクトルを初めて習う生徒に対し，最初の例題を生徒にいきなり預けたことについて，問題解決型の授業としては今回のような進め方は考えられるが，法線ベクトルが使えるということが実感しにくい，もっと強調したほうがよかった。

・既習の学習内容の理解度をどこまで把握して授業を行えていたかについて

これまでの学習において，生徒が分かっていない部分が，高校入学後の内容だけではなく，中学校段階の内容にも多くあることが授業を観察する中で散見された。その分かっていない部分（教員や数学が得意な人間からすれば当たり前の部分）があることで，図をかいて説明しても，その図が何を表しているのかを解釈できず，法線ベクトルという言葉は分かっても生徒は困っていることが多く，授業で解釈してほしいことが伝わらないで授業が終わっている可能性がある。そのため，授業を作るときには，その前提で学んでいたことであっても，どこまで理解しているかを把握しつつ（全ての生徒が全部理解した状態で先に進むのは無理だが）状況を見つつ，またその中でいくつか復習し，確認しながらやっていくことが大事である。さらに，直線の方程式という言葉一つとっても，ベクトルで使う式$ax+by+c=0$を教師側でイメージして授業していても，生徒側は$y=ax+b$としか直線を捉えていないと，この認識のズレが生徒の思考を止めてしまい，ベクトルで表すという理解は進まない。そのため，細かなところではあっても理解が浅い部分に気付いて埋めていく授業をしていく必要がある。また，そのような授業は「話せばいい，伝えればいい」ということではなく，考えさせた中で少しずつつぶしていくようなことが必要となる。

・生徒の授業中の記述を見た上で今回の流れについて

それぞれの問題を解いている中で，公式など（教師が板書したものについて）はワークシートに書くが，書いてもなぜそれを書いたのかが分かっておらず，自分で考えて書いたものだと書いても消すような場面が見られた。このような場面を見て，問題を見て考えをどう組み立てていくのかが分かっていないことに気付いた。今回の授業での課題は，教科書の順に沿って法線ベクトルの導出・理解、類題をもとに演習という流れになったことでベクトルに縛ってしまったように思え，記述も「法線ベクトルを使わなければ」という流れができてしまったのかもしれない。もしかしたら三角関数の解法を考えた生徒もいたか

もしれず，もし中学校の教科書のような問題を解いた後に既習事項を振り返るという流れであれば変わったかもしれない。

・教師の行う発問や指示について

法線ベクトルと直線の方程式の関係を見つける際に「教科書の下に書いてある」という一言は，言わずに生徒に気付かせてあげたいところであり，なす角を考えるときの θ と α の関係の扱いについてはちょっと助言してあげるとスムーズに生徒も進められたと思う場面がいくつもあった。中でも法線ベクトルのなす角を求めているのか，別な角を求めているのかがあやふやなまま進んでいる部分もあり，よい質問や発問については考えてもよかったと考える。

この他に，法線ベクトルについて触れずに「メイン課題」に取り組む授業ではどうだったのかという質問から，西村圭一先生から多くの助言もあり，本日の授業の進め方について議論が進み，本時の授業で得た生徒の学びはどうだったのか考えるきっかけとなった。さらに，授業を振り返る中で，これまでの授業や本時の授業の知識が次へ繋がるようにする（知識を忘れたり困ったりしたときにすぐに戻れる場所を作る）ために単元というまとまりでどう知識を繋げていくのかも考える必要があること，問題解決型の授業をする上で構想を練る時間をきちんと設けていくことが必要であることを再確認できた。

その後も，各先生方の質問に西村圭一先生が助言を加える形で議論が進み，今回の授業研究に向けて事前協議や授業を一緒に考えていくという経験をする中で，知識を定着させる授業のイメージや生徒の知識が定着しているという状態はどのような状態でどう変容があるのかについても触れることができた。そして、福島セクターとしての取組の方向性を意識するきっかけにもなったといえる。

最後に，成田慎之介先生がこの協議会のまとめとして以下の点を挙げた。

・ 生徒の理解力や扱う問題，思考力を付けるために基礎基本の知識・技能を身に付けてからにするかなど考えることはあるが，分かりやすい授業やいい授業，きちんと理解させるためにきちんと解説すべきかどうかといった授業観について見直して新しい授業スタイルというのを考え移行していかないといけないと考える。科研に参加している先生方も同じ考えかと思うので，こういうことを福島県から全国に発信する必要もある。
・ 知識について，理解は一直線ではなくて，右往左往しながら理解していくので，様々な経験の中で理解していくというのが大事だと考える。そして、知識も一直線に獲得するものではなく，様々な知識を関連付けてあげるということが必要であると考える。
・ 本日の授業のテーマについて「深い学び」を得るのに，授業後に生徒に何が残ってほしいかが明確だったかどうかが気になった。それに関連させて，考えさせるポイント，活動するポイントがどこだったのか，今回の生徒の振り返りでは不十分で質の高い振り返りが書けるような授業になるとよい。
・ 本時のねらいについて，協議会の議論の中でも出てほしかったが，本時のねらいに「法線ベクトル」がない。それでは，何をやりたかったかが明確にならない。仮に今回の目標であれば，ベクトルではなくてもよいのではと考える。法線ベクトルの有用性という話が出ていたが，どこまで先を想定して扱い，必要性があって扱うのかは考えるべきである。教科書にあるからではなく，何のために扱うのかということを考える必要があったと考える。
・ 新学習指導要領にもあるように，何ができるようになるかというところに重点が置かれて

いて，これは「何が残ってほしいか」という話につながる。これまでの授業の「こういう解説をして知識を得て演習をしていく。そこにグループワークを入れたり，演習では話し合ってみたりしてみんながではきるようする」という形態から，例えば今回の法線ベクトルでは，教科書にあるからではなく「法線ベクトルを扱う必要があるか」といった議論を周りの先生も巻き込んで考えていき，その上で生徒に考えさせようと思ったらどのような方法があるか試行錯誤をできるようになっていくとよいと考える。そして，問題が知識を獲得していく，ここの活動というのが肝になり，活動の質が深い学びが実現できるかどうかに繋がると考える。この活動の部分と，知識の部分の関連，そこをどれだけ関連付けられるかというのが大切になる。そして，生徒に授業後に何が残ってほしいのかを考えていけるとよい。

・ 考えさせる時には，やはり教科書を見ないで考えてみようとなってほしいし，そういう習慣がつくといいと考える。そして，生徒のつまずきについても，生徒が知識を関連付けられるような発問をしてあげれるようになることが大切で，そうすることで今日の授業の答えを忘れたとしても。何かが残るということになると考える。

■ 成果

研究授業を実施する中で，手探りの中メールや実際に顔を合わせて指導案検討会を行う中で，個人的な部分とセクター全体として得られた成果は以下のものだと言える。

（ⅰ）個人としての成果

今回福島セクターで最初の授業を実施し，課題と重複する部分ではあるが，アクティブラーニング型の授業を考え直すきっかけとなったことが最大の成果であると言える。

それは，校務が多忙で余裕がない中で指導案作成となったため，セクターの先生方に助言をほとんど求められないまま，これまで自分で行ってきたアクティブラーニング型の授業（正直，ただ「話し合って満足する授業」といえる）でしか最初の指導案を提案できなかった。しかし，そのような中でもセクターの先生方がメールや指導案検討会で適切な助言や意見を出してくれることで「変えなければ」という意識が芽生え，これまでとは異なる授業に挑戦しようという心構えで研究授業に臨むことができた。

また，結果として不足していたが「生徒の予想される反応」，「生徒を刺激する発問や活動」をこれまでよりも深く考えて指導案を完成させていく中で，これまで自分で考えていたアクティブラーニング型の授業の甘さを感じ見直すきっかけができた。

そして，所属校の実情に合わせて教科書の進度を優先しつつも，進度ばかり意識した教員主体の授業から離れ，生徒自身で思考する時間はきちんと確保する授業をセクターのメンバーで練り上げて，その授業を実施し研究協議で多くのご意見やご助言をもらうことで，授業作りを行う際に改めて次の意識を持たなければいけないと確認できたことも大きな成果である。

①授業において達成したいねらいや目標を突き詰める
②その授業において生徒に何（知識や経験など）を残したいのか突き詰める
③生徒の得ている知識の実際や予想されるつまづきを事前に把握して授業に臨む

①～③は普段の授業ではこれまで当然のように行い，採用から様々な研修を受講する中でもできてきたつもりでいたが，研究協議を経てどれも不十分であることに気付くことができた。

最後に，研究協議での内容も，真摯に受け止めていくことで，自分の授業に対する心構えが変わり，授業の質が変わるような気がし，科研の一員として学んでいくことにモチベーションが上がったことも成果といえる。

（ⅱ）セクターとしての成果

福島セクターの少数のメンバーで議論をする中で，最初の指導案検討会では遠慮というか，どの部分まで触れてよいのか手探りで議論を進めることが多かった。指導案検討でもそれぞれの先生が受けてきた福島県の研修のとおり，教材はどうするか，課題をどう解かせていくか，別解は何かといったスムーズに進めていく方法論が議論の主となっていた。しかし，授業を実際に見て，西村圭一先生や成田慎之介先生の指導助言を聞きながら，それぞれの先生方の考えを出していくことで，個人の成果で前述した①～③の授業を考えていくうえで自分たちに不足していることを表面化できるようになったことは大きな成果であると考える。

■　明らかになった課題

（ⅰ）授業者としての課題

１回目の研究授業と研究協議を終えて，反省も含め個人的な課題として，改めて科研で福島セクターの一員として目指したい授業を行うためには，失敗しながらも経験値を増やしていくことと，校務と研究の両立の難しさ中でどう研究に時間をとるかが挙げられる。言い訳にもなるが，今回研究授業の実施に向けて校務後に指導案作成や研究授業の準備を行っていたが，思うように考えがまとまらず，毎日の少しの時間を細かく重ねて準備をした形となった。

指導案検討や研究協議の中で助言をもらって初めて気付く部分も多く，これまでの自分自身の授業準備不足や，授業を考える上での経験不足を感じた。またその不足していることが，指導案作成に時間がかかることに繋がっているとも感じた。

（ⅱ）福島セクターとしての課題

福島セクターの先生方の所属校の実態が異なる中で，それぞれの学校において生徒が「深い学びを得た状態」とはどのような状態なのかの共有が完全に図れていないことはセクターの課題として挙げられる。もちろん県全体で統一した生徒像を作ることは難しいと考えるが，生徒の変容を見る上で共有していきたい課題である。

次に，上の授業者としての課題を踏まえて，現在の少数で福島セクターを運営していく上で，より様々な視点や経験を持った仲間を増やすことも課題として挙げられる（これについては後にメンバーを増やしてもらえた）。また，今回の授業のように失敗や反省を隠さずに遠慮なく挙げて冷静に分析し，それをセクターの先生方の経験とできるような共有をしていくことも課題といえる。可能であれば，現段階でこの活動は小さなコミュニティとして，所属する先生方の個人の力だけで進めているので，県教委や教育センターなど外部の大きな組織と連携できることでもっとよい先生方を集めることができると思うので，福島県におけるセクターの扱いも今後の課題であると考える。

4.2.2.2　研究テーマの設定

科研 1 年目の終盤 2020 年 2 月の全体会において，各セクターで研究テーマを設定することとなった。福島セクターの研究テーマは「数学的な活動を通して学びの質を向上させる授業」とした。このように設定した理由は以下の通りである。

主体的・対話的で深い学びの視点から、生徒へ数学的な活動を通して深い学びをさせたいと考えている。しかし、現状は定期考査で点数を取らせるための演習を繰り返す授業や入試で点数を取らせるためのテクニック重視の授業になっていることが多い。就職や進学には評定が重視されており、大学入試は変化を迎えている。そのような背景もあり、環境はなかなか変わらないままである。数学の授業を通して、粘り強く考え、考察を深められるような資質・能力を育てるために、「学びの質」を向上させることが重要であると考えた。

そして，第 2 回授業研究会からこのテーマの下で行うこととなった。

4.2.2.3　第 2 回授業研究会

■　**指導案検討**

・本時の指導案の作成

数学Ⅱ「三角関数」において

ねらい	（１）三角関数の合成を通して，sin，cos の関連性に関する理解を深める。
	（２）三角関数のグラフと方程式を関連付けて考察することができる。
課　題	$0 \leq \theta \leq \pi$とする。このとき，$3\sin\theta + 4\cos\theta = m$をみたす$\theta$の個数を求めよ。

という課題を自力解決→グループによる協働→全体での共有という過程を経て解決するという指導案を作成した。

・指導案検討（メール・オンライン）

当初議論の中心になったのが「合成で大切なことは何か」ということであった。三角関数の合成ができる条件や，合成をグラフで考えると２つの異なる正弦波を足し合わせて一つの正弦波として表現できることなど題材について再度確認し，そのうえで本時において最も生徒に考えさせたいこと，課題解決に関する活動の中心（≒練り上げる場面）はどこかということにフォーカスした議論に入った。当初の指導案だと，$3\sin\theta$ と $4\cos\theta$の合成と，グラフと方程式の関係について扱う予定でおり，生徒に考えさせたい事柄が多すぎるという結論に至った。そこで，本時ではグラフの有用性に焦点をあてることにし，三角関数の合成については，簡単にできる数値設定に変更することにした。

また，問題を提示し，生徒に「あれ？」「おや？」と思わせて本時の課題を明確にするまでの流れについても議論がなされた。はじめに，m の値を具体的に考えさせ，実際に方程式の解を求めさせることによって，m の値によって解の個数が異なることを全体で共有するという工夫をすることにした。

・指導案の変更

検討を重ねることで、授業者の中で少しずつ考えを整理することができ、

ねらい	三角関数のグラフと方程式を関連付けて考察し，グラフの有用性に気付く。
課　題	$0 \leq \theta \leq 3\pi$とする。このとき，$\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = m$　をみたすθの個数を求めよ。

というように指導内容を変更し，定数 m が具体的な値から予想をたて，一般化→グループによる解決→単位円による解法との比較によりグラフの有用性に気付くという指導内容とした。

■　研究授業

対象クラスは積極的に授業に取り組み，活発な意見交換ができる生徒が多いため非常に明るい雰囲気で授業を展開することができた。対象クラスにとっては難易度が高い課題ではあったと思うが、指導案検討の段階でテーマを絞ったことで、グループ内で協働しながら課題を解決することができた。

授業の導入では，まず，m=1 のとき解の個数は 3 個，$m=\sqrt{3}$のときのは 4 個になることを確認した。また，m=1 のときは，グラフのよる解法と単位円を用いた解法の両方を生徒に説明させた。そのうえで，「これ(解)の個数ってどう変わるんだろう？」と発問して，グループ活動に入った。ただ、時間の見通しが甘く、授業の後半で単位円による解法とグラフによる解法の比較に十分な時間がとれず、そこで生徒同士で議論させることはできなかった。とはいえ、「単位円で重なりがあるとき（$2\pi \leq \theta \leq 3\pi$）はグラフのほうが簡単だ」というような気付きがあったことや，生徒同士で議論する中で表現や考えが整理されていく様子がうかがえ、少なくとも従来行っていた授業よりも良い授業になったと感じた。

■　研究協議会

本授業における研究協議会はオンラインではなく，授業者・参観者のみで授業した当日に実施した。少ない人数ではあったが，授業後すぐに研究協議ができたこともあり様々な意見交換をすることができた。

協議内容の中心は、課題に対して生徒がどのように活動したか、ポイントとなるシーンはどこだったかということが中心であった。実際の生徒の反応としては，例えば，「m=5 はない」という発言をしている生徒や，$y = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$のグラフと y=m のグラフの交点がないときに「この問題は間違っているんじゃないの」と発言している生徒がおり，解の個数が 0 個という場合を想定できていない生徒がいたことが報告された。また，グラフをかいている生徒が，m に具体的な数値を代入する際に，1 か$\sqrt{2}$か$\sqrt{3}$しか代入できないと思っている生徒がおり，$m=\frac{1}{2}$のときは「$\frac{1}{4}$はかけないじゃん」という発言をしていたこと，グラフを連続的にかいてはいるものの，生徒にとっては有名角のポイントしか見ておらず，離散的に捉えている可能性があることも報告された。さらに，解が 4 個の場合の範囲をうまく特定できないグループがあり，授業者が「なんで個数わかったの？」と問うと，「山でぶつかっているから」と答え，解が 4 個になるときは「ぎり山でぶつかっている」という表現で説明していたことも報告された。「ぎり山」という表現で納得している

生徒もおり，授業者が「具体的にいうとどこからどこなの？」という発問で，徐々に範囲が特定されていった。

また，グループ活動の際に，単位円をかいている生徒がおり，目の前の生徒がグラフをかいているのを見て，「単位円よりグラフの方がいいね」と言っていたことなどから，本時のねらいがある程度達成されていたことも確認できた。

一方で，$y = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$のグラフに対して，$\theta$軸と平行な直線をたくさん引き，解の個数が4個のとき，3個のとき・・・と把握できているにもかかわらず，そのときのθの範囲を特定できない生徒が多かった理由として，2つのグラフの交点のθ座標が方程式の解であるという理解が不十分だったのではないかという指摘がされた。授業では，その点をおさえる必要があったことが確認された。

指導案で生徒の動きを予想していたが、現実にはどうなったか，生徒が問題解決していく過程はどうであったか，という生徒の見取りの共有できたことで普段よりも授業の評価が深まり，授業者としては教材や授業の組み立てをより深く考える契機となった。

しかし，福島セクターのテーマである「学びの質を向上」させることができたか，という観点から見ると，本授業については課題が残る。また、グループワークが中心であったが，クラス全体で議論を深めていくような授業形態にいずれはすべきであるという反省が残った。

■　成果と課題

本研究授業における一連のサイクルを通して，授業者は生徒にどのような力を身に付けさせたいのかを明確にし，教材，指導法を検討すべきであるという最も基本的な事が改めて明確になった。また，「大学入試のために必要な能力」を身に付けさせるための授業を，意識せずとも構築しがちであるということを認識した。

目指すべき授業形態もややクリアーにすることができた。ペア活動，グループ活動のメリット・デメリットを理解したうえで，生徒全員が資質能力を向上させる授業を行うべきであるということを再確認できたことは，本研究授業を通しての成果であった。

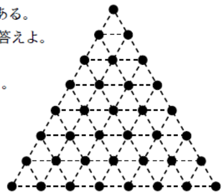
本研究授業は研究テーマを設定して最初の授業であったため，福島セクターのメンバー内でも今後どのような授業を目指すべきかについて共有できたように感じる。

4.2.2.4　第3回授業研究会

■　指導案検討

最初の指導案は下記の4つの問題をグループ内で相談・解答を作成し，ジグソー法によりグループを再編成し，メインの問題の解答を作成するという指導案を立てた。

1 右の図は，最上段には1個，その下の段には2個，その下の段には3個，…のように点を並べたものである。この点を上から n 段目まで並べるとき，次の問いに答えよ。
(1) 上から n 段目にある点の個数を求めよ。
(2) 最上段から50段目までにある点の総数を求めよ。



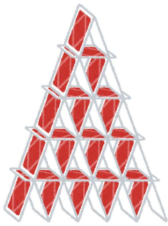
2 初項1，公差2の等差数列 $\{a_n\}$ と，初項1，公比2の等比数列 $\{b_n\}$ について，次の問いに答えよ。
(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_1 を求めよ。
(2) 数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_2 を求めよ。
(3) 数列 $\{a_n+b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_3 を求めよ。

3 一般項が $a_n=3n-1$ で表される数列 $\{a_n\}$ は等差数列であることを示せ。
また，この数列の初項と公差を求めよ。
【ヒント】「隣り合う2項の差が一定である数列」を等差数列といいます。

4 次の2次不等式を解け。
(1) $x^2-4x-12>0$
(2) $x^2\leqq 25$

図 4.2.1　4つの問題

5 あるクラスでは，卒業制作として巨大トランプタワーをつくることになりました。
E先生に喜んでもらおうと思うと，多くのトランプが必要になりそうです。しかし，予算も限られているため，必要なトランプの枚数に見当をつけておこうと思います。
次の問いに答えなさい。
(1) 4段，5段，6段のトランプタワーをつくるために必要なトランプの枚数を求めなさい。



↑5段のタワーの例です。

(2) n 段のトランプタワーをつくるために必要なトランプの枚数を n の式で表しなさい。

(3) 100段のトランプタワーをつくるために必要なトランプの枚数を求めなさい。

【予算的に100段のタワーは難しいので，現実的に…。】
(4) 590枚のトランプを用意したとき，つくることができるタワーは最大で何段か求めなさい。

図 4.2.2　メインの問題

ねらいと課題は以下の通りである。勉強は定期テストのためにするものと思っている生徒たちに「学んだことを活用して，何かやってみよう」と思わせることが授業者の意図である。

数学B「数列」

ねらい	数列の一般項や和の公式を，現実における問題の解決に活用する。
課　題	事前に配布したワークシートの問題をグループに分かれて解答を作成する。

指導案検討会では以下のような意見がでた。

・本時の目標とジグソー法を取り入れる意味は何か。
・前半の問題解答により，最後の問題である「トランプタワーをつくるために必要なトランプの枚数を求める問題」が単なる応用問題と思われてしまう。トランプタワーの問題に絞ってよいのではないか。
・生徒が，「学んだことを活用して，何かやってみよう」と思うことを目標とするならば，研究授業の終わったときの生徒の状況はどのような状態なのか。

以上のことから，課題を以下のように変更した。

ねらい	数列の一般項や和の公式を，現実における問題の解決に活用する。
課　題	100段のトランプタワーをつくるために必要なトランプの枚数を求める。

■　研究授業

対象生徒は情報工学科の３年生であり，高校生活で最後の数学の授業であった。新型コロナウイルス感染症拡大防止のため，授業校に参集せずに貸与された iPad で録画したものを各自が視聴する形式とした。

文字式に慣れているようで，理解度が想定以上に高いと感じた。教室内が，文字で表して解答するという流れになり様々な考えを拾うことができなかった。n 段目が $3n$-1 と表すことはよくできていた。Σを使って解答までたどり着く生徒は少なかった。100 段目の 299 について，教員が話しすぎてしまった。生徒から引き出すことも必要であった。

■　研究協議会

研究協議会では，次のような意見があった。

- 研究授業当日の動画を見てからの研究協議は初めてであった。
- n 段目に使われているトランプの枚数をどのように数えるかで，数列の表し方が２通（2，5，8，11，…　と 3，6，9，12，…　）出てきた。n 段目までのトランプの合計枚数を表した数列（2，7，15，26，…）もある。
- 100 段目を求めることに力点が置かれてしまったが，式を立てる前に，トランプをどのようにとらえられるのかどのような規則性をもっているのかを考えさせてもよかったという意見があった。
- 生徒のワークシートを見ると，様々な書き込みがあり思考の跡がみられる。生徒たちはどのように考え，どのような計算をしていったのかを授業で拾い上げることができなかった。今回の授業では，生徒の多様な考えをどう扱うかが１つ目のポイントであった。
- 初項 2，公差 3 の等差数列と決めつけ，一般項 $3n$-1 から n=100 を代入した 299 を解答とした生徒が半数以上いた。299 が何を表しているのか確認しないまま授業を進めてしまった。
- 公差 3 の意味についてきちんと確認せずに進めたが，生徒は十分に理解していたのかという指摘があった。生徒に説明させてもよかったのではないか。
- 生徒の思考のプロセスに注目し教室全体で共有することが大事であるという指摘があった。
- 東北セクターのテーマである「学びの質の向上」のために，生徒の思考のプロセスを大事にし，生徒に考えさせる。最後に生徒に説明させるとよいという意見があった。

■　成果と課題

ねらいが達成されたときの生徒の姿はどんな姿かを具体的に想像する必要がある。また，学びの質の向上のためには，生徒の思考のプロセスを大事にする必要がある。同じ結論の生徒でもプロセスが異なっているかもしれない。何を考えているのか分からなければ本人に聞くことも大事である。生徒の多様な考えをどう扱うかはこれからも課題である。

4.2.2.5　第 4 回授業研究会

■　指導案検討

・本時の指導案の作成

数学Ａ「場合の数と確率」において

ねらい	（１）事象を適切にとらえ，場合の数を数え上げる手段について考察する。 （２）余事象を考える有用性に気付く。
課　題	（１）あるパーティーに，Ａ，Ｂ，Ｃ．Ｄの４人が１個ずつプレゼントを持って集まった。これらのプレゼントを一度集めてから無作為に分配することにする。このとき，全員が自分以外の人が持ってきたプレゼントを受け取る確率を求めよ。 （２）（１）と同様の方法でＡ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅの５人でプレゼント交換を行う。このとき，全員が自分以外の人が持ってきたプレゼントを受け取る確率を求めよ。

という課題を集団で解決していくという指導案を作成した。

・指導案検討（メール・オンライン）

当初，ねらい・課題・本時の指導計画に加え，授業者の考えを記載した指導案を共有した。授業者の意図としては，パターン的な解法の選択（「少なくとも」があれば余事象というような考え方）ではなく，解決すべき課題に応じて解法を選択できるような思考力・判断力を育みたいというものであった。検討の際には，本質的には数え上げの問題であるから確率の授業で扱うべきか，授業者の意図を反映した「ねらい」になっているかということがまず挙げられた。そこで，ねらいを意図が反映され，かつ評価しやすい表現に変更することとした。変更したねらいは以下の通りである。

ねらい	余事象を考えることの有用性に気付き，場面に即して適切に扱うことができる。

また，「プレゼント交換」の課題を確率で扱うべきか迷いはあったが，基本的には題材はこのままにして，「あるパーティーに，Ａ，Ｂ，Ｃ．Ｄの４人が１個ずつプレゼントを持って集まった。これらのプレゼントを一度集めてから無作為に分配することにする。」という部分のみプリントに記載し，問題は生徒に考えさせ，（２）についても（１）解決後に生徒主体で発展的に考えさせる，という形にし，課題の提示の仕方を課題発見的・発展的に工夫することとした。その他，授業の最後に「余事象を考えたほうがいい場合とはどんな場合だろう？」という振り返りを行うよう変更した。しかし，本時における「主要な問い」とは何なのかについてははっきりしていないまま授業に臨むこととなった。

■　研究授業

事前検討で課題の提示の仕方について変更したが，これは効果的であった。もともと意欲的な生徒が多いクラスではあったが，普段よりも主体的に取り組む様子が見受けられ，活発な意見交換を行うことができた。ただ，（１）を解決後，（２）を考える段階で生徒にこれを受けて何を考えたいかを問いかけずに誘導的になってしまった。もう少し生徒に預ける必要があった。

（１）の４人の場合から（２）の５人の場合を考えてみよう，という段階に入り，（１）と同じように考えると大変だということを共有し，じゃあどう解決すれば良いだろ

うという雰囲気が生まれたところから本時の主要な場面となってくる。ここで，生徒から余事象を考えるというアイディアが生まれ，もう一度生徒に考えさせても良かったのだが，アイディアを出した生徒が場合分け→（１）の結果の利用というところまで気づいた。ここでもう少し他の生徒に考えさせてから様々な考えを発表させ，生徒同士の議論に発展させれば良かったのだが，解決した生徒と教員のやり取りを見せる形になってしまった。これは時間を気にして展開を急いだためでもあるが，主要な問いと生徒の活動の一番大切にしたい場面をきちんと詰め切れないまま授業に臨んでしまったことが大きな原因である。

最後の振り返りの場面で「余事象とは何だろう？」「余事象を使ったほうが良い場面はどんなときだろう？」という旨の発問から本時の振り返りを行ったが，抽象的な問いであり，きちんと効果的な振り仮りとならなかった。これも準備段階で主要な問いを明確にしきれなかったことに起因したものである。

上記のような反省もあるが，ねらいを明確にしたこと，生徒が意欲的に参加したことで活発な意見交換が行われ，少なくともパターン的に課題を解決しようとせず，場面に即して解決に至るアプローチを考えようという活動にはなったと感じる。

■　研究協議会（オンライン拡大協議会）

上述した反省の通り，この題材を確率で扱うべきかということが大きなテーマの一つであった。進度等の学校の実状はあるにせよ，本題材は数え上げにフォーカスする内容であり，余事象の有用性を感じさせるには適さないだろうという意見が多かった。

主要な問いとは何か，振り返りは適切だったかということも話題に上った。これも曖昧なまま授業に臨んでしまった部分であり，授業後に反省したことである。本題材の場合，５人でプレゼント交換をする場合「どのように考えれば良いだろう？」と発問することで，生徒は問題の解法を知るというスタンスではなく，考え方にフォーカスできたと予想される。発問の仕方一つで授業は変わるということを実感した。

その他，授業づくりについても助言を多数頂いた。生徒に板書させて思考や躓きを顕在化させることや，一人の生徒と教員が一対一のやりとりにならないような発問の仕方など基本的ではあるが普段あまり実践できていないことの重要性に気づくことができた。さらに，授業者のスタンスとして，生徒に預けても良い場面で教員主導になっているということにも気づかされ，日々の授業において改善すべきであると感じた。

■　成果と課題

今回の研究授業は授業者にとって２回目の取組であった。１回目の反省を生かしながら指導案を作成し，授業にあたった。日々の授業についても，本研究会で学んだことを意識しながら行っていたので，単元自体の指導計画も工夫して臨んだ。しかし，当然のことながら指導案を作成し複数名で検討を行うと改善すべき部分は多く見えてくる。多くの先生からアイディアを頂き，指導案自体も改善されていくのを感じた。ここから，教材研究の在り方や単元計画の立て方において自身の足りない部分を意識することができた。

授業においては，先述した通り生徒の思考を活性化させつつ，ねらいを達成できるようにするには工夫が必要だと感じ，日々の授業に生かすことができている。本研究授業を行ってから，発問の仕方や生徒の活動の促し方などを工夫し，授業を組み立てたところ明ら

かに授業が変わったと感じた。クラスによって程度の差はあるものの，特に促さなくても生徒が板書しながら意見を述べ，それに対して別な生徒が質問し，補足をまた別の生徒が行うなどの場面が何度か生まれている。これは大きな成果である。

指導案検討から研究協議まで一連のサイクルを経験することで，自身の日々の授業に対する見方や考え方が顕在化し，認識することができる。これに加え助言をいただくことで，授業改善が大きく進むことを感じた。このような取組を学校内でも出来たら良いとは感じているが，なかなか時間的な余裕がないということが現状である。

（佐藤周・羽田真幸・小針伸吾・門馬弘一）

4.2.3 考察

（1）各授業研究会の特徴

福島セクターにおける計 4 回の授業研究会について，それぞれの特徴を整理する。まず，第 1 回の授業研究会の特徴は以下の通りである。

- ・ 指導案検討において，本時のねらいに関する議論，ねらいと授業との関係での議論がなされるが，研究協議会においてはその議論がなされない
- ・ 指導案検討においては予想される生徒の反応を基に議論がなされるが，研究協議会においては実際の生徒の反応に基づいた議論は 1 回のみ
- ・ 教科書における内容の順序が優位にある
- ・ 他のクラスと進度を揃えることが優位にある
- ・ 1 時間で様々な内容を扱おうとする
- ・ 生徒が答えを導くこと自体が(暗に)授業のゴールとなっている

指導案検討では，本時のねらいについて，法線ベクトルのよさとは何かという点，図形と方程式とベクトルとの関連付けをねらいにしてはどうかという点，法線ベクトルの知識の定着ではないかという点などが検討された。また，それぞれの点をねらいとするとき，授業をどのように展開したらよいかの議論がなされていた。ただし，研究協議会においては，ねらいが達成できたか，ねらいが妥当だったかなどの議論はなされなかった。

指導案検討においては，予想される生徒の反応に基づいて議論がなされていた。例えば，課題 2 について，法線ベクトルを用いた解法，方向ベクトルを用いた解法，タンジェントの加法定理を用いた解法という反応が予想され，それらを比較することによって法線ベクトルが便利であることを感得させられるのではないかという議論がなされていた。一方で，研究協議会においては，教師 C から生徒の実態とそれに基づいた授業展開の提案が一度なされたが，福島セクターの教師自らが生徒の実態について発言したのはその 1 回のみであった。具体的には，課題 2 において直線の方程式を y=の形に直してから法線ベクトルを求めている生徒がいたことを挙げ，「ちゃんとは理解していなくて」と評価をしたうえで，最初に直線に垂直なベクトルを作るという問題を課し，係数に着目させるという展開を提案していた。この他に，西村先生によって，生徒が困っていた場面や，既習事

項に関する生徒の理解が不十分な点等について指摘するよう促され，参加者から実際の生徒の実態に基づいて指摘がなされた。

指導案検討において，法線ベクトルのよさに関する議論では，平面の方程式を導く際に法線ベクトルのよさを最も感得させられるだろうという点は，参加者全員の共通認識であった。しかし，教科書では空間ベクトルの内容に入る前に平面において法線ベクトルを扱っていることから，議論は平面における法線ベクトルのよさに移っていく。実際，教師 C からは

「法線ベクトルのよさって何だろうっていうふうなところで，(中略)，どっちにしろ 3 次元しかないから。いやそこまでいかないと本当のよさって実感できないので，(聞き取れない)。ただ，とは言っても，ここはやっぱりすっ飛ばすわけにもいかないなっていうふうに思って。」

という発言があり，それに対して誰からも異論が出されたなかった。また，対面による指導案検討会の前に，メールにて成田によってなす角を求める方の問題を最初に提示することもあり得るかという提案がなされたが，実際にはそうならなかった。その点について，研究協議会において，授業者から

「私の方で教科書のそのままの流れを，どうしてもイメージしてしまったので，まず法線ベクトルを習ってからそっちかなと思って。」

と説明がなされている。また，教師 C からも，

「(法線ベクトルを)空間で使うけれども，今やっとかなきゃだよねっていうのが，すごく暗黙で，自分の感じではないよね。飛ばせばいいというふうには絶対(聞き取れない)。飛ばせなかったですよね。その発想が全然でない。染みついて。」

という発言がある。扱う内容や問題の順序を変更することよりも，教科書にある順序が優位にあることがみてとれる。

指導案検討において，なす角を求める方の問題の数値設定について，角 α が 90° より大きい値になるようにするか小さい値になるようにするかの議論がなされた。提示されている指導案上は α=135° となる数値設定である。90° より大きい場合について生徒に考えさせたい点ではあるものの，本時のねらいとはずれるため，本時では 90° より小さくなるような数値設定にし，次時にて 90° より大きい値を扱った方がよいという意見が出た。しかし，他クラスとの進度の関係から，次時に扱うことはできないという授業者の意見に，他の参加者も賛同し，数値が変更されることはなかった。他クラスとの進度を揃えることが優位にあることがみてとれる。

本時のねらいが法線ベクトルに関わることであれば，なす角について α が 90° より大きくなる場合は本時のねらいとは直接は関わりがないため，別の機会に扱うことが妥当であろう。しかし，この指導案検討において，様々な内容を 1 時間で扱おうとする傾向にあることがわかる。

研究協議会では，西村先生を中心に，既習事項について生徒の理解が不十分であった点についての議論があった。例えば，$\vec{n}$ と $\overrightarrow{AP}$ が垂直であることを授業者が「今，図を見る

と，どういうベクトルとどういうベクトルが内積が 0？」と問うと，生徒は「A と P。」「嘘です。n と g。(gは直線 AP)」「n と A。」「n と AP です。」と連続して答えた。ベクトルそのものに対する理解や，成分に関する理解が不十分だった可能性があることが指摘された。しかし実際の授業では，「n と AP です。」という発言が出たところで先に進んだ。このような場面は，この授業に限ったことではなく，中高の数学科の授業ではしばしば観られる。生徒が何をどう考えているか，どう理解しているかということよりも，授業の進度が優先されたり，無意識のうちに問題の答えを出すこと自体が授業のゴールであると捉えられたりしていると考えられる。それは授業だけでなく，指導案検討や研究協議会においても現れている。研究協議会では，法線ベクトルをもう少し「強調しておくべきだった」「ヒントを出してあげてもよかった」という意見が複数あげられていた。この「ヒント」は「どう考えたらよいか」を生徒に考えさせるという意味でのヒントではなく，答えを出すための直接的なヒントを意味している。問題の答えを出すこと自体が授業のゴールと捉えている可能性がある。

研究協議会の最後の指導講評では，本時のねらいの適切性について，本時の教材と生徒の実態を基に指摘がなされた。また，本時のねらいを達成させるためには，「何を」「どう」理解させたいのか，そのために最も考えてほしい「問い」は何かを考える必要があることも指摘された。さらに，上述に「ヒント」に関する点についても指摘があった。

第 2 回の授業研究会の特徴は以下の通りである。

・ 指導案検討・研究協議会ともに，本時のねらいに関する議論，ねらいと授業との関係での議論がなされている
・ 指導案検討・研究協議会ともに，予想される生徒の反応・実際の生徒の反応を基に議論がなされる
・ 1 時間で様々な内容を扱おうとするが，指導案検討において精選されていく
・ 問題の提示の仕方に関する議論がなされる
・ 教科書の単元構成を変更している

指導案検討では，1 時間で扱う内容が多い($3\sin\theta$ と $4\cos\theta$の合成，方程式とグラフの関係)ことが指摘された。第 1 回では，進度の関係などから変更されなかったが，今回は方程式とグラフに焦点をあてるために，$3\sin\theta$ と $4\cos\theta$の合成については扱わず，簡単に合成できる関数にすることが議論された。また，内容の精選とともに，それに合わせてねらいをどうするかが議論となった。グラフの有用性にねらいを絞った後，単位円による解決とグラフによる解決を比較することでねらいを達成できるのではないかという議論がなされた。研究協議会では，それらの 2 つの解決の比較によって，「単位円よりグラフの方がいいね」と発言している生徒の実態が報告され，ねらいが達成できたかどうかの議論がなされた。

また，研究授業が実施される当日，授業の直前に，本時の意図や授業展開についての確認がなされた。その際，成田から，授業を観察する際，生徒が何を考えているかをよく観察して欲しい旨の指摘があった。その結果，研究協議会においては，上述の通り，生徒の実態が多数報告された。「単位円よりグラフの方がいいね」という生徒の発言を基にねら

いが達成できたかの議論なされた。「ぎり山」という表現を用いて解が 4 個の場合について説明している生徒がおり，授業者が「具体的にいうとどこからどこなの？」と発問したことによって範囲が特定されていったという報告があった。生徒の実態と教師の振る舞いとの関係で議論がなされている。また，m の値に特定の値しか代入していない生徒の実態を把握し，有名角のポイントしか見ておらず，グラフを離散的に捉えている可能性があることなど，生徒の思考をより深く解釈している報告も挙げられた。

指導案検討では，$0 \leq \theta \leq 3\pi$における$\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = m$を満たす θ の個数という問題に対して，生徒が「あれ？」や「おや？」と思えるような「本時の課題」をどのように生徒につかませるかという議論を成田が促した。それに対して，m の値を具体的に考えさせ，実際に方程式の解を求めさせることによって，m の値によって解の個数が異なることを全体で共有するという展開にすることとなった。この議論について，授業者は次のように述べている。

「ドラマ，ドラマか。ちょっとこう盛り上がりが，あるかなっていう。」

もちろん，この視点は大切である。しかし，「本時の課題」をつかませる際に重要な点は，生徒にとっての問いになるか，考えたくなる問いかどうかという点である。その視点は，十分には認識されていなかったようである。

第 1 回の授業研究会では，教科書に掲載されている内容の順序について，それが暗黙の前提となっており，順序を入れ替えて指導するという発想自体がなかったことが顕在化した。それに対して，今回の授業者は，三角関数の単元構成を教科書のそれから変更していた。具体的には，教科書では，三角関数の性質を扱ってからグラフという順序のところを，グラフを先に扱い，三角関数の性質はグラフと関連付けながら扱うという順序に変更していた。

研究協議会における指導講評では，具体的な m の値をたくさん考え，それぞれについてグラフを用いて解の個数を特定しているにもかかわらず，範囲を特定できていないという実態から，グラフの交点の θ 座標が方程式の解であることの理解が不十分だったのではないかという指摘がなされた。そこで，生徒が困っている状態を全体で共有し，その「困り」をもとに練り上げをしていくことも考えられた。また，本時で扱う問題は，その数学的価値を十分に吟味して選定する必要があることも指摘された。

第 3 回の授業研究会の特徴は以下の通りである。

- 指導案検討・研究協議会ともに，本時のねらいに関する議論，ねらいと授業との関係での議論がなされている
- 指導案検討・研究協議会ともに，予想される生徒の反応・実際の生徒の反応を基に議論がなされる
- 必要な知識を準備してからメインの問題を提示する指導案から，メインの問題を最初から提示する指導案に変更される
- 生徒が答えを導くこと自体が(暗に)授業のゴールとなっている

この回の指導案検討会および研究協議会は，いつも進行役を務めてくださる先生が不在だったため，成田が進行役となった。

事前のメールでの指導案検討およびオンラインでの指導案検討において，まず本時のねらいおよびねらいと問題との関係について議論がなされた。これは，成田からではなく，参加者の先生方から出された。最初に提示された指導案では，メインの問題に必要な知識を準備しているが，ねらいに即して考えれば，準備せずに最初からメインの問題を提示すべきではないかという議論であった。そしてその通りに変更がなされた。また，教師 C からは，ねらいが達成された状態をどのように想定してるかという指摘があった。

また，指導案検討において，100 段に必要なトランプの枚数を求める問題に対する生徒の反応を多様に想定した。想定される解決だけでなく，数の並びから帰納的に推測しているのか，トランプの構造を基に推測しているのかといった違いなどについても，成田が進行役となり議論がなされた。そのため，研究協議会では，実際のワークシートなどを基に，生徒の思考が解釈され，それを根拠に議論がなされた。

研究協議会の指導講評では，本時のねらいについてのコメントがなされた。本時でねらいが達成されたかどうかを検討するために，事前にねらいが達成されたかどうかをどのように見とるのか，その視点を持っておくことや，その視点がもちやすいようにねらいの表現を検討することなどが指摘された。また，生徒の多様な考えを解釈し，それを関連付けることについて具体的な生徒の反応を基に指摘がなされた。提示した問題について生徒に考えさせてはいるが，生徒が答えを導くこと自体が無意識のうちに授業のゴールになってしまっていないかという指摘もなされた。

第 4 回の授業研究会の特徴は以下の通りである。

・ 指導案検討・研究協議会ともに，本時のねらいに関する議論，ねらいと授業との関係での議論がなされている。
・ 指導案検討・研究協議会ともに，予想される生徒の反応・実際の生徒の反応を基に議論がなされる。
・ 研究協議会において，実際の生徒の反応を基に，ねらいの妥当性についての議論がなされる
・ 指導案にあった教師主導の部分に指摘がなされる
・ 誤答をとりあげて授業を展開する議論がなされる
・ 指導内容に関する問題意識がはっきりしていた
・ ワークシートに問題の条件は印刷されていたが，問題自体は自分で記入するようになっていた
・ 授業において，条件を変えて新たな問題を考える際，その条件を授業者が提示した
・ 授業中，生徒による説明の量が大幅に増加した

はじめの 2 点は，第 2 回，3 回の授業研究会と同様である。

これまでの研究協議会では，本時のねらい自体は前提として議論がなされていた。しかし今回は，教材や生徒の実態を基に，そもそも本時のねらいが妥当だったかという議論が

起きた。余事象の有用性という点に関して，教材と整合的ではなかった点，さらにワークシートに書かれた生徒の振り返りの記述を基に議論がなされた。

また，最初に提示された指導案について，手立ての部分が教師主導になっている点についての指摘がなされた。3 人でのプレゼント交換の場合の予想される生徒の反応として「S2：補集合で考えようとしているが，その場合の数を『A が自分のプレゼントをもらう場合は 3!通り。B，C，D にも同じことがいえるので 4×3！通り』としている」が挙げられており，それに対する教師の手立てとして「間違いではあるが，余事象を考えているというアイディア自体は間違いではないということを伝える。」と記されていた。この点について，教師 I が次にように指摘している。

「何か，すごくここだけ先生主導の流れだなっていうのがあって。むしろここで複数回数えてるところを指摘して「じゃあ，そこに気を付けて数え直そう」ってすると，今言ってたような場合分けとかもここで生徒は考えて数えるんじゃないかって思って，今言ってた練り上げがここでできるのかなってもちょっと思ったんです。」

これについて教師 I と授業者が議論をした後，次のやりとりをしている。

授業者：違和感ありありっすよね。
教師 I：そうそう違和感，進め方にちょっと違和感があるなっていう感じはメールで…。
授業者：急にヒントだけ言って去ってったみたいな。そうなんです，ここはびびったんです。ちょっとこの(2)番を解くときに自分で，少しヒントを置いといてあげようっていう気持ちがここに，ここに表れている。だから，でも，これは教えちゃってますもんね。
教師 I：余事象だよ，みたいなにおわせを。
授業者：におわせが強いっすよね。
教師 I：はい，っていう感じはしました。
授業者：そうっすね。俺，やっぱ知らずにやってんだな。やってますね，これは。S2，拾わないほうがいいかも。ピックアップだけしておいて再登場のほうがこの子にとってもいいし，たぶん時間的にもいいと思う。

授業者は，無意識に「ヒント」を置こうとしていたことについて，教師 I の指摘によって自覚した。また，「でも，これは教えちゃってますもんね。」「余事象だよ，みたいなにおわせを」などの発言から，直接的なヒントが生徒の考える機会を奪いかねないことを認識していると考えられる。

また，指導案検討のこの場面で，教師 I は，この S2 の考えを取り上げることによって，場合分けのパターンを生徒から引き出すことができるのではないかと指摘した。誤答をとりあげるという提案は，福島セクターではここが初めてであった。

今回の指導案において，本時の内容(余事象)に対する授業者の問題意識が最初から明確であった。それは以下のとおりである。

「余事象の確率$P(\bar{A})=1-P(A)$という公式は直感的に扱える生徒も少なくないよう予想されるため，知識の獲得ではなく，すでに学んでいる補集合の概念を活用し，その有用性に気付くというねらいを定めた。具体的に数え上げげた方が効率が良いのか，余事象（補集合）を考えたほうが効率が良いのかを比較検討することで，余事象を考えることの有用性に気付かせ，余事象を考えることを解法の一つとして獲得させたいと考え，本単元を構成した。」

これまでの過去 3 回の授業研究では，本時のねらいについての議論はなされるものの，「なぜこの授業なのか」「この内容を授業で扱い際にどのような問題意識をもっているのか」が明確ではなかった。今回はそこが明確にあったことが大きな特徴である。

研究授業においては，問題の提示の仕方が工夫されていた。最初に出された指導案では，4 人の場合と 5 人の場合が(1)(2)として提示することとなっていたが，「問題発見・解決の過程」の図を意識し，(1)の解決の後に(2)を考えさせることや，(1)をいきなり提示するのではなく，プレゼント交換をする際にどのようなことが気になるかなどを生徒に発言させてはどうかという点を成田が指摘をした。指導案はその通りに修正されたが，さらに授業者が自身で工夫した点はワークシートである。図 4.2.3 の通り，問題の条件のみを記載し，問題の部分は授業でのやりとりを通して自分で記入するようになっている。このような工夫は，過去の 3 回にはなかった。

【テーマ】プレゼント交換
あるパーティーに，A，B，C，Dの４人が１個ずつプレゼントをもって集まった。これらのプレゼントを一度集めてから無作為に分配することにする。

図 4.2.3　授業で配布したワークシート

一方で，5 人の場合について考えることは授業者から提示された。「問題発見・解決の過程」でいえば，2 周目に入るところである。本来であれば，「次にどのような場合について考察してみますか？」などの発問によって，人数を増やした場合などの発言を生徒から引き出したいところである。しかし，最終版の指導案も実際の授業でも，その点は授業者から提示された。

過去 3 回の授業と比較して，生徒が自分の考えを説明する量が圧倒的に増加した。これまでは，発問に対して数値だけを答えるなどの短答がほとんどであったが，今回は，自分が考えたことを生徒が発言していた。大きく変化した点である。

研究協議会での指導講評では，本時のねらいと教材の妥当性についてのコメント，及び，実際の生徒の思考プロセスをもとに，本時の主要な問いについてのコメントがなされた。

（２）コミュニティとしての変容とその要因

上記で整理した各授業研究会の特徴を基に，福島セクターの先生方のコミュニティとしての変容について考察する。また，その変容の要因についても考察する。福島セクターの先生方には，3 年間(ないし 1 年間)の振り返りを A4 用紙 1 枚にまとめていただいた。その振り返りと，コミュニティの変容とを関連付けながら考察を行う。

変容の 1 点目は，指導案検討や研究協議会における本時のねらい及びねらいと授業の関係に関する議論である。指導案検討においては，第 1 回からこれらの議論は行われていた。高校数学の指導案検討や研究協議会といえば，教える内容の数学そのものや指導技術に関する議論が多いが，福島セクターの授業研究会では，初回から本時のねらい(法線ベクトルのよさは何か)，ねらいと授業の関係(どうすれば法線ベクトルのよさを感得させられるか)の議論が行われていた。これは，本科研において，各セクターでの活動が始まる前に，全体会で多摩科学技術高校において開催された授業研究会が一つの要因となっていると考えられる。そこでの授業は問題解決型の授業であり，研究協議会においては本時のねらいや，ねらいと教材，ねらいと生徒の実態，ねらいと発問などの関係で議論が行われていたからである。ただし，第 1 回の授業研究会では，研究協議会においては本時のねらい，ねらいと授業の関係での議論はなされていなかった。それが，第 2 回からは行われるようになった。さらに，回を重ねるごとに，指導案検討では，本時のねらいを達成したときの生徒の具体的な姿を想像しようとしたり，それを基に題材，数値設定，授業展開を考えたりするようになった。研究協議会において，具体的な生徒の実態を基に，ねらいが達成されていたか，その要因は何かについて議論がなされるようになった。加えて，第 4 回の研究協議会では，はじめて本時のねらいが妥当だったのかという議論も起きた。研究協議会では，往々にして本時のねらいを大前提として議論されることがある。しかし，第 4 回ではその前提すら批判的に考察する対象になったのである。

また，研究授業においては，本時のねらいの達成よりも，時間内に問題の答えを生徒に導かせることに重点がおかれていた。第 1 回の事例として挙げたように，生徒の理解が不十分な点があっても正しい答えが出てくるのを待ち，出てきたらそのまま授業を進めていた。それが徐々に，生徒の考えを説明させるようになったり，生徒の説明を途中で止めて全体の理解度を把握したりするようになった。本稿では分析の対象とはしていないが，第 5 回の授業においては，教師の説明が多かったものの，複数の解法を生徒に比較させる活動を取り入れていた。それは，本時のねらいに不可欠な活動であった。このように，徐々にではあるが，授業自体もねらいの達成を意識しながら実践され，プロセスが重視されつつある。

これらの変容から，福島セクターのコミュニティでは，本時のねらいの重要性の認識が高まっていることがみてとれる。その点について，3 年間の振り返りに次のように記されている。

> 「この研究会に参加してから，『ねらい』ありきで教材を選ぶ／作成することが多くなりました。（以前は恥ずかしながら，指導案を作成する際に教科書がベースにあり，教材を選んでからねらいを作成することすらありました。）もちろん，学年でやることが決まっている 3 年の問題演習などは教材ありきで行いますが自分でやることが決定できる授業については，なるべく『ねらい』をもとに指導計画をたて，それをもとに教材を選び，指導法を考えるという流れで行うようになりました。大きなきっかけは自分の 2 回の研究授業の際におこなった事前／事後の協議です。必ずねらいが達成できそうか／できたかをベースに協議が進むので『ねらい』が曖昧だとそもそも議論の方向性が分か

らなくなります。それを経験してから，何のために授業を行うのか，ということについて考えるようになりました。」　(教師 C)

「教材研究において，ねらいとそのねらいを達成するための手立てや発問の仕方，課題の設定，生徒の立場になった課題の捉え方などを意識するようになりました。」(教師 E)

指導案検討，研究協議会において，常に本時のねらい及びねらいと授業の関係で議論をすることが，本時のねらいの重要性の認識を高めることにつながっているようである。また，その視点を日常の授業に持ち帰り，ねらいをもとに教材や学習指導について試行錯誤している様子も伺える。だからこそ，授業研究会の回を増すごとに，ねらいやねらいと授業の関係に関する議論が深まっているのだと考えられる。

また，以下に示す 1 年間の参加の先生方の振り返りにおいても，本時のねらいを資質・能力ベースで考えることの重要性の認識が高まっているようである。

「『教科書の内容をいかに分かりやすく伝え，定着させるか？』という意識・態度から『単元を通じて生徒のどのような能力を伸ばしたいのか？そのための教材や授業は？』という意識に変わってきたように思う。」(教師 G)

「科研の活動に参加する以前は，指導内容（≒教科書の記載事項）をどれだけわかりやすく説明するかという教師主体の授業の視点で授業を構成していたが，昨年度までの指導案や今年度の指導案検討会，授業後の研究協議を経て，生徒に数学的な資質・能力を育成するためには生徒主体の授業展開が近道であることを改めて実感できた。」(教師 F)

変容の 2 点目は，研究協議会において，生徒の実態に基づいて議論がなされるようになったことである。第 1 回の研究協議会では，生徒の実態を根拠にして議論されたのは 1 回のみであった。しかし，第 2 回の授業直前に，「生徒が何を考えているのかを把握する」ことを促したところ，研究協議会において，多くの生徒の実態が報告され，それに基づいて議論がなされた。これは正直にいって「意外」であった。大学生の教育実習などにおいて生徒の思考を把握することを促してもそう簡単にはいかない。しかし，福島セクターの先生方は，この点がすぐに変わったのである。しかも，生徒が「できている/できていない」ではなく，実際の生徒の記述や発言を捉え，それを基に生徒の思考を解釈しているのである。3 年間の振り返りをみてみよう。

「このコミュニティの検討会の中で，指導していただいている成田先生から『数学の言葉で』という話が印象に残っており，それ以降生徒自身にできるだけ完璧ではなくても数学の言葉で答えてもらうまで我慢するようになりました。これまでは，発問に対して生徒が答えても『そうだね，それは〇〇ということだね』とこちらで勝手に答えに変換してしまいすぐに答えを流すような状態でした。例えば２次不等式の分野において，『不等式の解はどう求める？』という発問に対し，これまでは『あの…上の部分』など曖昧な答えでも『ああ，x 軸の上にあるグラフのこの部分ね』と勝手にこちらで補っておりましたが，２年目以降からは『あの…上の部分』と言われても『上とは？』と問い返し『軸の上の部分』，『この上の空間？』とさらに問い返し『x 軸の上でグラフが出ている部分』というところまでは必ず求めるようになりました。つまり，教師側が勝手に補

って答えに誘導するのではなく，生徒自身で数学的な表現での答え（入試の解答として書いてもバツにならないような言葉の表現）が言えるようになるまでは求めるように変わったと思います。」(教師 B)

「以前は机間巡視の際，できているか／できていないか／できていないのであれば原因は何なのか，ということに注視していたと思います。今はどう考えているのかを見抜くよう努力しています。これは，夏原先生の授業（解の配置）とその後の協議会に参加させてもらい，集団的に解決する授業を自分でも実践してみようと思ったことがきっかけだと思います。」(教師 C)

「生徒が発言したことに対し，教師が求める解や言葉で言い換えてしまうことが，これまではあったと思います。しかし，生徒の『素朴な発言』を大切に取り上げるようになりました。生徒の発言に対し，また生徒が発言をする。既知であることと新しい数学の概念を結びつけるためには，生徒同士で，生徒の力で，数学的な表現に仕上げていくことが，大切だと考えるようになりました。」(教師 E)

授業研究会において，生徒の表現を大切にし，そこから数学的な表現へと洗練していくことの重要性，生徒の思考を捉えることの重要性を日常の授業に持ち帰り，試行錯誤していることがよくわかる。だからこそ，指導案検討や研究協議会において，予想される生徒の反応や生徒の実態を把握して，それに基づいて議論が深まっていくのだと考えられる。

上記以外に比較的容易に変容した点は，教科書の順序に縛られなくなった点，1 時間で扱う内容が精選されるようになった点である。前者については，勤務校の環境に大きく依存する点でもあろう。どちらもカリキュラムマネジメントとして非常に重要な点である。

徐々に変容がみられる点は，生徒の課題の把握の仕方に関する議論である。第 2〜4 回の指導案検討において，成田が課題の把握の仕方についての議論を促した。最初の問題を提示した後，生徒に「あれ？」「おや？」と思わせるにはどうしたらよいか，「問題発見・解決の過程」を意識するとどのような問題提示がよいかという議論である。この点がなかなか他の参加教師から意見が出されなかったのである。課題の把握の仕方を工夫するのは，生徒にとっての問いを生じさせるためである。その重要性の認識が高まっていないかったと考えられる。これ以前の成田による研究協議会の指導講評を振り返ると，この点についてのコメントをほとんどしていないことがわかった。だからこそ，その重要性が先生方に伝わらず，授業研究会から日常の授業に持ち帰るものとならなかったと考えられる。研究協議会において，課題の提示の仕方が生徒にとっての問いとなっていたかの評価が必要であることが示唆される。

ただし，第 4 回の授業研究会の概要にある通り，この時の問題の提示の仕方は効果的であったことを授業者は実感しているようである。そのためか，第 5 回の指導案検討における題材の検討の議論では，この教師が中心となり，提示の仕方を含めて題材について議論していた。実際に工夫した結果がうまくいったという実感が，その重要性の認識につながったと考えられる。

一方で，授業そのものの変容はどうだろうか。指導案検討や研究協議会は参加教師全員で議論するのに対し，研究授業は授業者一人によるものである。そのため，単純に時系列

で比較することは難しい。同一教師の研究授業を比較して，その変容を捉える必要があろう。しかし，第 4 回の授業研究会まででは，1 名の教師しか複数回研究授業を実施していないため，ここではこれまでの授業を総括するにとどめることにする。

まず，指導案検討において本時のねらいと授業の議論がなされるため，実際の授業でも本時のねらいを意識した展開となってきている。第 2 回で単位円による解法とグラフによる解法を比較させているのがその典型である。また，第 5 回の授業においても，$x^3 - 3x^2 - a = 0$と$x^3 - 3x^2 = a$と$x^3 = 3x^2 + a$とを比較させるという展開となっていた。これらは，問題の答えを生徒に導かせることが授業のゴールになっているのではなく，本時のねらいを達成するための授業を行っているとみることができる。また，授業中に教師による発問が多く出されているという事実がある。生徒に考えさせることが大切であることの認識の表れとみることができる。

生徒による説明の量も増えてきている。授業者の発問に対する生徒の返答が一言だけの短答になってしまうこともまだまだあるが，生徒が考えていることをしっかりと説明させている場面も，圧倒的に増えている。上記の振り返りにある通り，生徒が発言したことを補わずに，数学的表現として正確に説明させる場面もみられる。一方で，単にできている生徒が説明していることも少なくない。発表した生徒の意見についてさらに生徒が質問したり，新たに考えたことを説明させたりするような場面はまだ多くはみられない。誤答や生徒が困っている点を全体で共有し，それについて考えるという授業展開も今のところ行われていない。研究協議会では生徒の実態を的確に捉えて議論されているが，授業においても，生徒の思考を全体の話し合いの場面で顕在化させ，生徒の考えを活かした授業づくりをさらに目指していくことが，福島セクターの今後の課題である。

また，教材研究において，数学的価値の吟味を行うことも，福島セクターの課題としてあげておきたい。すなわち，「なぜ」その内容を教えるのか，「なぜ」研究授業でその内容を選択したのか，「なぜ」その教材なのかという点について，より深く掘り下げていくということである。これまでの福島セクターの授業研究会では，教える内容について「なぜ」を問うことはあまりなかった。なぜ法線ベクトルを教えるのか，なぜ三角関数を含む方程式の解の個数を考えさせるのか，なぜ数列を教えるのか，なぜ余事象を教えるのか…こういった問いがない状態だと，どこかで「色々な数学の問題を解けるようにするための『資質・能力』」と考えてしまうことはないだろうか。「数学」とは，与えられた問題の答えを出す活動ではないはずである。与えられた問題から出発したとしても，多様な解法を比較検討したり，問題の条件を変えて解決の過程を振り返ってみたりすることによって，それらの本質的な構造を捉えたり，新しい知識を創り出したりする創造的な活動であるはずである。その活動の過程で働かせるのは数学的な見方・考え方である。その視点から今一度「なぜ」を問い，扱う数学的内容や数学的見方・考え方の価値を考えることが大切である。

（３）授業研究と日常の授業

以上の考察から，福島セクターのコミュニティは，本報告書の「研究の目的」で示した以下の点をすべて満たしていると考える。

・　子どもの学び方に着目した，理想（指導案）と実際（授業）とのギャップの要因の追究（**how to learn 型の授業研究**）
・　そのために必要な，子どもの学びの履歴や授業の目標設定に関する**教師間の共通理解**
・　授業研究へ参画することが自らの「授業力」を高める上でも有効だと考える，**授業研究の自己向上機能に対する信念**
・　子どもの学びの改善のための校内や地域での教員の**協働性**

福島セクターは他のセクターとは異なり，有志が集まり，教育委員会等とも連携せずに，全くのゼロからのスタートであった。その集団がこれだけの変容を遂げてきている。その過程を上記のように分析すると，授業研究のサイクルと日常の授業との関わりを無視することはできない。そのプロセスを 藤井(2021)の「授業研究の構成要素と過程」(図2.3.1)をもとに図式化すると図 4.2.4 となる。

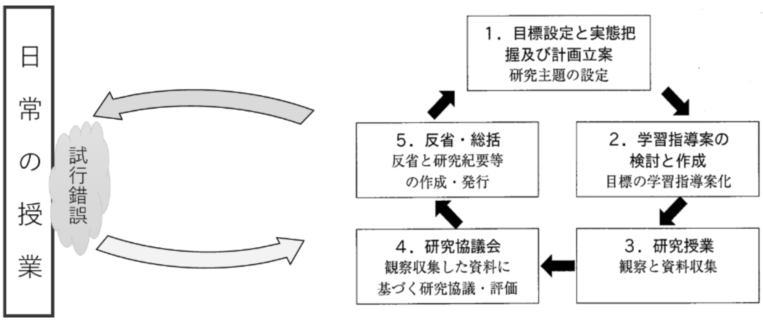


図 4.2.4　授業研究と日常の授業

1 回の授業研究または複数回の授業研究において，参加した教師は何かを学び，それを日常の授業に持ち帰る。そのプロセスが日常の授業に向けた矢印である。そして，日常の授業において試行錯誤をしたうえで，次の授業研究会に参加したり，授業者となる。そして，また新たな視点などを学び日常の授業に持ち帰る。この繰り返しによって，授業を構想したり観たりする視点が養われ，指導案検討や研究協議会での議論の質が高まっていくのだと考えられる。実際，上記に挙げた 3 年間(1 年間)の振り返りにおいて，授業研究会に参加した先生方が，ねらいや生徒の思考を捉えることなどの重要性を学び，それを日常の授業で試行錯誤している様子がみてとれた。授業研究コミュニティを形成するためには，毎回の授業研究会において日常の授業に何を持ち帰る(持ち帰らせる) かが重要だということである。

一方で，指導案検討や研究協議会における議論の質は明らかに高まってきているのに対し，授業はそう簡単に大きくは変容しない。しかし，裏を返せば，指導案検討や研究協議会における議論の質が高まっているということは，授業を構想したり観察したりする目は養われてきているのである。したがって，何かをきっかけに大きく授業が変わることも十分に考えられる。実際，教師 C は次の振り返りを書いている。

「以前よりも『教える』ことが少なくなってきていると感じます。これは，研究授業を２回できたことと，協議会で助言を頂いたことが大きいです。特に２回目の研究授業

（完全順列）後の協議会で『もっと生徒に預けていい』『先生は黒板のほうを見て喋るのもコツ』というような助言をいただき，その後の授業で意識したところ，教員から特に促すことなく生徒が発表→生徒がそれに質問→別な生徒が説明というような流れが何度か生まれました。なかなかそのようにできないクラスもありますし，頻度は多くありませんが，大きな変化だと感じています。」(教師 C)

このように，「もっと生徒に預ける」という試みを行い，それによって成功体験を得ている。この経験は今後の授業に大きく影響していくと考えられる。生徒は自ら考え，表現することができる，議論することができる存在であることを認識したからである。その経験は授業改善において極めて重要である(中村，2021)。

（４）今後の課題

福島セクターにおける授業研究コミュニティの形成としての課題のいくつかは既に示したとおりである。加えて，このコミュニティをどう拡大していくかが課題である。本科研に最後の 1 年間参加したある教師の振り返りを以下に挙げる。

「もともと生徒が自主的に学べるような授業作りには関心があり，試行錯誤はしていたが周囲に同じように話せる同僚がいなくて自分の方向性に自信が持てていなかった。このコミュニティに参加して最初の指導案検討に参加して自分の方向性に自信を持つことができ，今までよりも一層授業のあり方について考えるようになった。」

本科研において，授業研究コミュニティを形成していく意義は，このように「点」になっている教師を「線」で結び，「面」にしていくことであることを改めて実感できる記述である。一方で，次の振り返りもある。

「できれば数学科の教員全員で本校での授業の在り方について見直したり，協議したりしたいと感じているのですが，研究授業をしても研究協議の参加率は悪く，数学科会などでもそのような話はほとんど話題に上がりません。」

「科研の先生方のように，議論できる先生が学校にはいないので，検討会のような議論が，普段から学校でできないことが課題だと思います。」

他セクターのように県教委とタイアップする形式も考えられるが，「有志の会」を拡大していくという方法も考えられるかもしれない。様々な方法を模索し，このコミュニティを拡大していくことが課題である。

また，授業研究コミュニティの形成を研究対象としたとき，今後の課題として，次の図 4.2.5 で授業研究コミュニティの形成過程を捉えられないかと考えている。

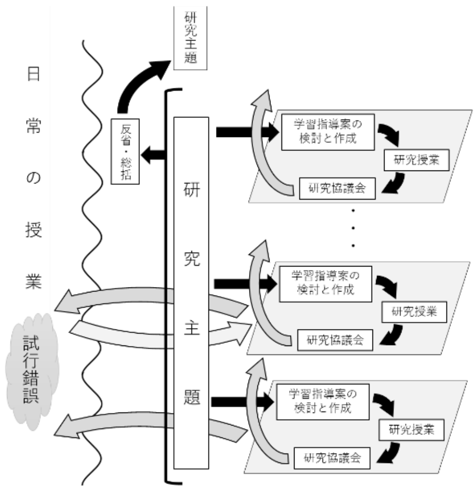


図 4.2.5　授業研究コミュニティの形成過程を捉えるためのイメージ図

福島セクターでは，1 つの研究主題を継続してきた。その視点から，指導案検討，研究授業，研究協議会を行っていた。そして，研究協議会において，コミュニティとしての良かった点や課題となる点が明らかになり，それが次の授業研究会へつながっていく。それが「研究協議会」から上に伸びる矢印である。一方で個人では，上記のように，授業研究会において学んだことを日常の授業に持ち帰り(右から左の矢印)試行錯誤をし，その視点で次の授業研究会に参加する(左から右の矢印)。この図を基に，コミュニティの参加教師が，授業研究会において何を持ち帰り，どのような試行錯誤をし，それが次の授業研究会にどのように表れているか，集団として教師個人の発言等がどのような相互作用を起こしているのかなどを分析することによって，授業研究コミュニティの形成要因を明らかにすることができるのではないかと考えている。

(成田慎之介)

引用・参考文献（4.2）

藤井斉亮(2021). 授業研究の概念規定と価値．日本数学教育学会編，算数・数学授業研究ハンドブック(pp.6-15). 東洋館出版社.

中村光一(2021). 子どもの見方やその変化と授業研究．日本数学教育学会編，算数・数学授業研究ハンドブック(pp.164-173). 東洋館出版社.

4.3　授業改善を図る授業研究の有効性を追究する取組～愛知

4.3.1 はじめに

中京セクターでは，愛知県総合教育センターが中心となり，高等学校数学科における主体的・対話的で深い学びの視点を取り入れた「授業研究」を実施してきた。事前と事後の検討会を含む「授業研究」には，教育センター所長および研究部長，研究指導主事以外に，高校教員５名と大学教員（研究分担者）２名が基本的に常時参加し，当日の授業はそれ以外の教員も参加する形で進めた。５人の高校教員が順に研究授業を１回ずつ行い，令和元年度から令和３年度まで，計５回実施した。以下では，「授業研究」の進め方，５回の「授業研究」の実際，および「授業研究」に参加した教員の変容について述べる。

4.3.2 授業研究の進め方

５回の「授業研究」をすべて同じ形式で実施してきたわけではないが，コロナウイルス感染拡大防止を踏まえつつ，基本的には次に挙げる通りに，当日の授業観察だけではなく，事前検討会，事後検討会をセットにして開催した。

＜事前＞
１　授業者は指導案（第１案）を作成してメンバー全員に配付する。
２　メンバーは指導案に対するコメントをメンバー全員に配付する。
３　授業者は，コメントをもとに指導案（第２案）を作成してメンバー全員に配付する。
４　指導案（第２案）をもとに，メンバーが一堂に会した事前検討会を実施する。
　※第３～５回は，コロナウイルス感染拡大防止のため，オンラインで実施した。
５　事前検討会での意見を踏まえ，指導案（最終案）を作成する。
＜当日＞
６　参加可能なメンバー及び他の高校教員が参加して，授業を観察する。メンバーの高校教員は，分担して事前に決めた観察生徒（複数）を中心に授業中の生徒の様子を観察する。また，授業の様子は録画して，編集後にメンバーが閲覧できるようにクラウド上に保存する。
７　授業観察者は，授業後に評価表を記入して提出する。
＜事後＞
８　当日授業観察できなかったメンバーは，動画を通して授業を観察する。
９　授業者は，生徒アンケート等を分析して，授業の振り返りを行う。
10　授業観察の結果，及び生徒アンケート分析結果等をもとに，事後検討会を実施する。

※第３～５回は，コロナウイルス感染拡大防止のため，オンラインで実施した。

中京セクターで実施した「授業研究」の進め方の特徴として，以下の 4 点を挙げることができる。

①　各回の事前検討会から事後検討会まで，5 回の「授業研究」を通して，原則として同じメンバーが参加したこと。
②　事前の指導案検討を，第 1 案，第 2 案，最終案まで複数回行ったこと。

③　毎回の授業では，メンバー（高校教員 5 人）で分担して，授業中の生徒の様子を観察したこと。

④　事後検討会を，授業直後ではなく，授業者が生徒アンケート等に基づく振り返りを行った後に，後日実施したこと。

4.3.3　授業研究の実際

4.3.3.1　第 1 回授業研究会

授業者：桑原崇教諭
対　象：愛知県立小牧高等学校 2 年生（文系クラス）20 名
日　時：令和元年 11 月 22 日
単　元：数学II「図形と方程式」軌跡と領域
ねらい：　①連立不等式による条件を領域という図形的表現に書き換えられる。
　　　　　②x, y の関係式を図形と関連付けて考察することができる。

事前の検討会より，「授業の必然性」「単元や授業のストーリー」を大切にする観点から，前時や次時とのつながりを意識し，問題の順序を工夫することで生徒が最後まで前向きに取り組めるように指導計画を立てた。本時で扱った問題は，次のようなものである。

【課題】連立不等式 $3x+y \leqq 9$，　$x+2y \leqq 8$，　$x-3y \leqq 3$, $x \geqq 0$ の表す領域を図示し，
　1　x^2+y^2 の値が最大・最小になるのは，x，y がいくつの場合か。また最大値・最小値を求めよ。
　2　$x+y$ の値が最大・最小になるのは，x，y がいくつの場合か。また最大値・最小値を求めよ。

本授業は「領域における最大・最小を求める場合，円や直線で考えればよい」ことに課題解決を試みたものであるが，中学時から慣れ親しんだ直線よりも，数か月前に学習した円の方が「点の集合」であることをイメージし易いのではないかとの授業者の考えから，一般的な順序とは異なり先に円を扱うことに挑戦した。「直線」よりイメージし易いと考えたとはいえ，「円」にたどり着くのに時間がかかるとの授業者の予想に反し，生徒は「x^2+y^2 が円を表す」と短時間で気づいていた。前時に「円が定点から等距離にある点の集まりであること」を確認していた仕込みが要因であると考えられる。授業とは 1 時間で完結するものではないと言われるが，前時の仕込みが効果的であった良い例となった。事後検討会でも，「通常とは逆で，先に x^2+y^2 の最大・最小を考えさせてから後に $x+y$ の最大・最小を考えさせるという授業展開となったが，これが効果的だった」とコメントされる先生や評価表に記入される先生が多かった。

事後検討会で議論の中心となったのは，問題解決型の授業についてである。授業者の説明が少なく，生徒の発言や考え方を生かしての授業展開となり，教師による授業のまとめがないことや，生徒が理解できたかの確認がないまま授業が終了したことに対して，「この授業を見て，自分は授業で説明が多いと思ったし，まとめも自分でしてしまっている」という前置きの後，「板書が圧倒的に少なく，説明が完結していない。あの後，生徒たち

が自宅で問題集を解いてみようと思っても解けないと思う。自分の学校の生徒だと，数字を変えたらテストで点数が取れないと思う」という発言をした参観者がいた。他の参観者からのコメントでも「私も授業が終わったとき不安だった」というものがあった。

生徒が「自ら課題を掴み」「自ら考えて」「自らの力で結論」へと向かわせる問題解決型授業は，参観者の先生方にとっては新鮮であり，「生徒が主体的に考えている」点については高い評価を得た。一方で，間近に迫る定期考査のことを考えると「あれでは点数は取れない」「まとめをしっかりやるべき」という意見も出た。それらを踏まえ，大学教員からは，「教師主導の従来型の授業よりもはるかに良い」と前置きした上で，「どれだけの生徒が問題把握をできていたのか」「自力解決できた生徒の考えをみんなにフィードバックできると良かった」という指摘があった。

4.3.3.2　第 2 回授業研究会

授業者：柳田一匡教諭
対　象：愛知県立横須賀高等学校２年生（理系クラス）37 名
日　時：令和２年２月 12 日
単　元：数学Ⅲ「微分法の応用」方程式，不等式への応用
ねらい：①方程式の問題を関数の変化を考えることにより解決する。
②いろいろな解決方法を，対話を通して知ることでグラフの有用性を認識し，深い学びに向かうようにする。

入試問題を利用した問題演習において，いかに問題解決型の授業を展開するかということで事前検討会を行った。進度のこともあり，多くの問題を演習させたいという授業者に対して，思い切って問題数を減らし，生徒の議論が起こり，それが深まるような授業展開を考えようという助言があり，授業計画を練り直した。図 4.3.1 が，第１案から第２案への変更である。

問題数を思い切り減らし，意図的に生徒の学びが深まるように問題が工夫され，多くの学びが起こるようになっている。第１案では授業者が多くのことを教えようとしているのに対して，第２案では生徒が多くのことを発見し学べるようになっている。難しい問題を扱うのではなく，教科書の問題を少し変えてみることで生徒の学びの深さを変えることができるだろうと，授業計画を立てた。

授業は，授業者の想定通りに進み，三つの解法を生徒から引き出すことができ，どの解法が優れているかなどについて，生徒たちは対話し，議論を深めていた。生徒のつぶやきを上手く生かしながら，授業は上手く展開されていった。指導案の流れに大まかに沿って行うことができたが，その一方で，生徒の思考を汲み取り自分たちで解答を練り上げていくには，時間が足りなかった。授業者は「課題には三つの解法があったが，関数によってはいつもできるわけではないことを最後に伝えておくと，文字定数の分離の有用性がわかる授業になったはずであった」と授業後に述べている。

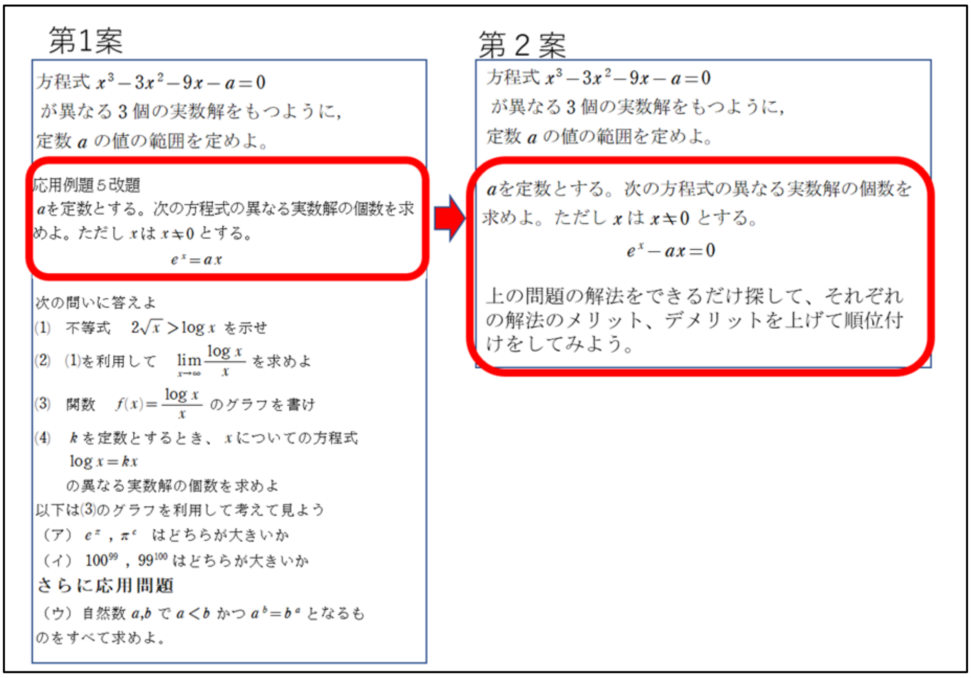


図 4.3.1　第１案から第２案への変更点

事後検討会では，「ICT の効果的な活用」「解法にタイトル（特長）をつけさせる点がよかった」「三つの解法が出て，それぞれを意図指名により板書させ，うまく共有ができていた」という授業を評価するコメントが多く出た。一方で，「三つの解法のそれぞれのよさについてまでは深められなかった」という発言もあった。ただし，問題解決型の授業では時間内に解決しきれないこともあるため，次回の授業展開次第では，今回の授業はねらいが達成されたよい授業だったと言える。

検討会で中心となったのは，問題解決型の授業で，どこまで「待つ」かということである。授業者は授業を上手くコントロールし，指導案の流れに沿って上手く授業を展開していた。それについて参観者からは，「さらっと大事なことを授業者がつぶやいている」「授業を誘導している部分が多々見られた」というコメントがあった。この，上手く授業をコントロールした点を「よし」と評価するか，「課題」とするかである。大事なキーワードを生徒たちから引き出すには，もう少し「待つ」ことが大事なのは分かるが，限られた時間内に本時の課題を終えるためには，やむを得ない部分もあるかと思われる。

授業者の反省と参観者の意見を踏まえ，大学教員からは「生徒からの考えが出るのを待つのが課題だと言うことだが，これがなかなか難しい。高校の先生方は，ほとんどこの経験がない。一方，小学校の先生はすごく待つ。授業者の先生も，普段はできていないはず。それが授業に表れていた。今回は，いつもよりも考える時間を長めにとるなど，普段とは違った授業を行った結果，生徒アンケートから『今回の授業がよかった』という意見が多く書かれているのだと思う。今後はこれを機に，先生の授業が変わっていくことを期待したい」との指摘があった。また，全員へ向けて「今回の授業で，発表者の意見を先生が受け止めてしまっていることが分かる。『なるほど』『素晴らしい』と先生が言ってしまっている。これでは，先生と発言者の１対１の対話になる。そうではなく，『〇〇はこ

う言っているけど，みんなどうかな？』と，１回生徒に返すことを意識することが大事」との助言があった。

4.3.3.3　第 3 回授業研究会

授業者：河合謙二郎教諭
対　象：愛知県立小坂井高等学校３年生（理系クラス）39 名
日　時：令和２年 10 月 23 日
単　元：数学Ⅲ「平面上の曲線」２次曲線の性質
ねらい：①２次曲線を考察することに意欲的取り組もうとする。
　　　　②方程式 $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ を分類することで，性質に気づくことができる。

扱った課題は，次のようなものである。

【課題】方程式 $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ について，
1　係数をいろいろ変化させて，放物線，楕円，双曲線を表示しよう。
2　係数がどのような場合に，放物線，楕円，双曲線になるか探究しよう。

事前検討会の場で，授業者からは「放物線や楕円，双曲線の性質は何かあるのか疑問に感じた」という振り返りシートの生徒の感想を生かして，授業を生徒にとって必然性があるものにしたいという趣旨の説明があった。また，コロナウイルス感染拡大防止の観点から，グループワーク等を取り入れることは避け，その代わりに生徒のスマートフォンを利用した授業を展開することにした。また，GeoGebra を利用することで，個別に取り組め，自由に操作できる上に，共有ができる。導入が不自然で，授業の必然性という面では無理があるということと，内容が盛り沢山で時間が足りなくなることが予想できるということで，授業で扱う内容を厳選し，上記のような課題を設定した。

授業展開は，これまでの授業を振り返りながら，２次曲線には放物線，楕円，双曲線があったことを確認した上で，課題１に取り組ませた。課題１では，生徒一人一人がスマートフォン上の GeoGebra を活用して，思い思いに変数を変化させて活動した。しばらく時間を取った後，放物線，楕円，双曲線を表示できた生徒の係数と表示できた図形を全体で共有した。続いて，係数がどのような場合に，放物線，楕円，双曲線になるのかに疑問を持たせた上で，課題２に取り組ませた。ここでも GeoGebra を活用して，いきなりでは難しいので，手立てとしていくつかの係数をある値に固定して探究させた。しばらく時間を取った後，気づいた生徒の考えを全体で共有して，b^2-4ac が判別式になっていることを確認した。最後に，授業のリフレクションを行い，本時の振り返りを記述させて授業を終えた。

実際の授業での生徒は，課題１では，各自で GeoGebra を操作しながら，主体的に取り組む様子が観察された。初めは GeoGebra が上手く操作できない生徒もいたが，次第に操作に慣れてきた。気づいたことを周りの生徒と対話して，係数と図形の関係について法則を見つけようとする姿が多く見られた。また，課題２では，課題１を受けて，自ら気

づいたことを周りの生徒と共有・議論しながら，係数と図形の関係について探究する姿が観察された。途中で「a，c が同符号なら楕円，異符号なら双曲線，どちらかが 0 なら放物線」という生徒の発言があり，この発言を契機に符号に着目するという意識が広まり，最終的に b^2-4ac の符号に着目することにつながったと推測される。これらの生徒の学びの様子から，主体的で対話的な学びが実現されていたことがわかる。授業後の振り返りで，本時を通して何か学ぶことができたかを書いてもらったところ，次のような生徒の記述があった。

・放物線，楕円，双曲線のグラフを実際に自分で動かしながら目で見ると今まで考えたこともなかった繋がりや関係性がわかりました。
・様々な値で試し，その性質を見つけようとする時は，固定する値を決めて考察すると考えやすいことが分かりました。
・一見２次曲線とは関係ないようにえる判別式が，実は２次曲線の形に関係していることが分かり，関連がないように見えることでも繋がっていたりする数学は面白いな，と思った。

これらの記述から，本時の学びを通して，放物線，楕円，双曲線の関係性，複数の変数に関わる性質を見出すときの考え方，他の単元とのつながり等，深い学びの実現につながったことが読み取れる。

事後検討会では「スマホや GeoGebra の活用により全員が参加できる。ICT を効果的に活用していた」や「問題解決のきっかけのための発問が最大限できていた。生徒が主体的に学習に取り組んでいた」「なぜ本時の内容を扱うのかを明瞭にしていたのが良かった」など高く評価する参観者が多かった一方で，「気づいた・気づけなかったがゴールになってしまっている。数学的な見方・考え方にまで辿り着けていたかどうかは不明」というコメントもあった。授業でどこまで扱うかについては意見が分かれ，授業内で完結すべきなのか，授業内で全部を扱う必要はないのかという議論になった。参観者から「授業でモヤモヤしたことを，授業後に自分なりに疑問を持って解決しようとしたことが，数学の教師である今の自分を作っている。授業内で全部を教える必要はないのでは？」というコメントがあり，それを受けて大学教員より次のような指摘があった。「教師は完璧な推論を追究したくなる。授業では，あれもこれもやりたいと欲が出てくる。しかし，授業では限られた時間しかない。思い切って何かを取捨選択することが大事である。生徒の自主性に任せる。生徒の力を信じる。不安だから教師は教えたくなるけれど，そこを乗り越えないといけない」とし，さらには今回の授業の趣旨に関して「今回の授業は，性質に気づこうとする，そして性質に気づくのが目的。これからの時代，発見・予想する力が求められる。この価値から考えるに，今回の授業には意味があったと言える」と締め括った。

4.3.3.4　第 4 回授業研究会

授業者：中西悦子教諭
対　象：愛知県立西尾東高等学校２年生（理系クラス）20 名
日　時：令和３年２月９日

単　元：数学Ｂ「数列」漸化式
ねらい：①数列を活用し「日常生活や社会の事象などを数理的に捉え，数学的に処理し，問題を解決することができる」ようにする。
②事象の変化を見い出し漸化式で表すことに意欲的に取り組もうとする。また，その漸化式から一般項を求めることができるようにし，得られた結果を理解し，その有用性（薬の有効成分の体内残存量と用法・用量の関係）に気付くことができるようにする。

事前検討会の場で，「指示されたことはきちんと取り組むが，受け身になりがちな生徒たちに対して，生徒たちが主体的に数学の授業に取り組めるように，日常生活や社会現象に焦点を当てた事象を扱いたい」という授業者からの発言を受け，生徒が自ら取り組みたくなるような問題設定ということを重視して授業計画を立てた。考える時間を十分に確保するために，最初の計画からかなり活動内容を絞ることにした。本時で扱った問題は，次のようなものである。

【課題】　花粉症のＡさんは，毎日朝晩の２回，12 時間ごとに有効成分が 100mg 含まれている薬を服用しています。有効成分は一定の割合で減少し，12 時間後の体内には 60％が残っています。この薬を服用し続けると，有効成分の量はどのように変化していくのでしょうか。初めて薬を飲んだ日の朝を１回目として考えてみよう。
１　薬を２週間服用し続けたとき，体内にある有効成分量はどれくらいになっているだろうか。予想してみよう。
２　薬を服用し続けたとき，体内にある有効成分量はどのように変化するだろうか。グラフを予想してみよう。
３　薬を２週間服用し続けたときの体内に残っている有効成分量を求めよう。

授業では，課題１に対して直感的に判断させ，生徒全員に挙手をさせて，クラスで共有した。ここでは予想するにとどめ，次は課題２であるグラフの形状を予想させた。その後，課題３に取り組ませ，まずは個人で考えさせる時間を取った。計算が大変になるので，生徒個々に電卓を貸し，生徒は電卓で計算しながら答えを求めていった。授業者は，「２週間分すべて求める（28 回電卓を叩く）のは大変なので，n を用いて一般化できないか考えよう」としたかったが，生徒は楽しんで 28 回電卓を叩いており，そこが誤算であった。また，生徒が主体的に取り組んでいたものの，予想以上に盛り上がったため，早い段階で指導案通りにやらずに方向転換することに決め，漸化式を立て一般項を求めることに時間をかけることにした。生徒があまりにも熱中していたため，指示が通らないこともあったが，「生徒が意欲的に取り組む」という目的は達成できたのではないか。授業後の振り返りで，本時を通して何か学ぶことができたかを書いてもらったところ，次のような生徒の記述があった。

・　授業で習ったことが生活の中の小さな疑問の解決になるのは面白いなと思いました。他にもどう生かされているか知りたいと思いました。
・　１回目，２回目，３回目と色がわかると，あの式に変えればいいのか！と気づくことができました。普段よくお世話になる身近な薬でこういったことを考えたことがなかった

のでこんな日常生活の中にも数列が使われているんだと驚き新鮮でした。

・ いつもより楽しくできました。もっと難しいことかと思っていたけれど，意外に簡単なやり方でできるんだなと思いました。

これらの記述から，普段は授業に対して受け身の姿勢で臨んでいる生徒たちが，問題に対して主体的に取り組めたことが分かる。さらには数列の有用性にまで言及しており，授業者の意図する授業展開ではなかったものの，授業の目的は達成できたのではないだろうか。

事後検討会では，「数学が苦手な生徒の方が，試行錯誤して正解に近づいていった。できる子の方は，習ったことの中から知識を当てはめようとして上手く行かなかったのではないか」という指摘や，「グラフを描くとき，点と点を直線でつなぎたがる生徒が多いことに気づいた。今回のように点を取ってからグラフを描かせるときには気をつけないといけない」という指摘があった。また，授業者について「生徒の考えを積極的に把握しようとしていたが，理解を深めるような深いつっこみや，誤りの解決までには至らなかった」という指摘もあった。また，参観者より「盛り上がっていたのは事実だが，生徒に聞かせる部分と，解かせる部分のメリハリが必要。手を止めさせるのも必要である」という指摘があり，それを受けて授業者より「どこで指示するか。どこまで生徒にやらせて，どこまで誘導すればいいのかの塩梅が分からない」という質問があった。加えて，「今回の授業に関する評価，観点別学習状況の評価をどうすればよいか」との質問があった。協議の内容と授業者からの質問を受けて，大学教員より次のような指摘があった。「授業展開については，思い切って捨てることが必要になる。やりたかったことが三つあったら，一つやれたらよしだと思うこと。その一つの学びが，生徒にとって実り多きものであればよいとする。」また，評価に関することでは「客観的に評価するのは難しいのは事実。生徒自身の学びの改善や教師の授業改善のための評価が大事なのは間違いない。ただ，通知表の評価に繋げようとすると，多大なる労力が必要である。」「入試のための評価と，生徒や教師のための観点別評価については，一旦切り離して考えることが必要。生徒や教師のための評価を確立してから，入試のための評価にどうつなげていくかを考えていくしかない。」との助言を受けた。

4.3.3.5　第5回授業研究会

授業者：近藤和雅教諭

対　象：愛知県立旭野高等学校３年生（理系クラス）28名

日　時：令和３年７月２日

単　元：数学Ⅲ「積分法」微分方程式

ねらい：①微分方程式を活用し，自然現象や社会現象の変化の様子を数学的に捉え，数式で表すことができるようにする。

②解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察し，より実際の自然現象や社会現象の変化の様子を再現できるような仮定を考察する思考力を身につけさせる。

事前検討会では，授業者からの「授業の必然性」「単元や授業のストーリー」を大切にするのとともに，「教科等横断的な視点」も加えて人口の変化を授業で取り扱いたいという発言に対して，「生徒にとって難しすぎるのではないか」という意見が多く出た。しかし，授業者の「挑戦させてみたい」という意思を尊重した上で，「誘導するのではなく，生徒が考える時間を十分に取る」「前時からのつながりを有機的にする」「参観者が見て楽しめるような授業の見栄えは気にせずに，授業者のやりたいことを優先してみよう」との協議の末，授業の内容を厳選し，次の問題を扱うこととなった。

【課題】

1　前時の仮定（人口は 1 年ごとに増加すると仮定）と実際の人口の変化を比較して，気づいた点を話し合ってください。

2　人口の増加速度（日々刻々と増加する瞬間速度）がそのときの人口に比例すると仮定したら，どのような式が立てられるか。比例定数（増加の割合）を k（前時で決めた増加の割合），人口を時刻 t の関数 y とおき考えよ。

3　1950 年から 2020 年までの人口の推移と課題２で考えた数式のグラフを比較して，何か気づいたことを言ってください。

授業では，パワーポイントを用いて前時の内容と本時の課題を提示した。また，班ごとで協議をした後に，全体で共有するという形式を取った。課題１での前時の仮定と実際の人口の変化の比較では，実際には増加率は一定ではないことに気づく班が多かった。中には戦争や気候変動，経済による影響など外的要因で増加率は変化すると答えた班もあった。これは課題３で生徒に考えさせたかったことなのだが，この段階で教科横断的に考察する班があったことになる。他には人口の変化には特異点があり，そこから増加率が変化すると考えた班もあった。しかし，前時の仮定では人口は不連続に変化するということに気づけた班はなかった。これは，グラフを折れ線グラフで示したため，１年ごとに不連続に増加することに気づきにくかったためと推察される。実際の人口は連続的に増加していることを生徒に気づいてもらうため，増加率が常に変化していると気づいたことを利用した。「増加率は常に変化している。では，その瞬間の変化はどのように求めることができるか」という問いに対して，指名した生徒が微分と答えたため，次の問題の微分方程式につなげることができた。課題２に対しては，課題１の展開の中ですでに微分を使って表すことを示していたため，比較的容易に微分方程式を立てられる班が多いと予想したが，実際にはほとんどの班が微分方程式を立てることができなかった。微分方程式を立てることができた班の一つは，事前の評価（定期考査の点数等）が最も低い班であり，逆に最も評価が高かった班は式を立てることができなかった。授業者によると，「学力が高い生徒ほど知識や使える技能が多く，単純な問題を複雑に考えすぎてしまうという傾向が本校の生徒にはある」とのことで，これも要因の一つである可能性がある。微分方程式を解くことについては，教科書を参考にしてもよいという指示もあったため，ほとんどの生徒は解を求めることができていた。課題３については，課題２が終了した段階で予定の時間を大幅に経過していたため，生徒に自由に人口と比例定数の関係を考えさせることをやめ，その代わりに，授業者が反比例と比例の２つの関係のグラフを示し，どちらの関係が成り立つか予想させた。結果は，ほとんどの生徒が比例の関係が成り立つと予想した。なぜほとん

どの生徒が比例の関係を選んだかは不明であったが，授業者が授業後に生徒に聞くと，「なんとなく直感で答えた」ということであった。

事後検討会では，「パワーポイントを使ってスライドで発問したため，次の発問につながるように生徒を誘導してしまっている」「発問の仕方には検討の余地がある。生徒が自分で解いてみたいと思わせるような仕掛けが必要であるが，今回は発問が抽象的で分かりにくかったのではないか」「時間に追われた感は否めず，授業者がこの時間に一番伝えたかったことが，ぼけてしまったのではないか」という指摘があった。一方で，「前時までに学習した数学の知識と，地理で学んだ事項を融合させる課題を提示しており，問題の条件の把握をより丁寧に行うことや話し合いの時間を確保することで，数学のよさや見方・考え方の獲得に効果的な問題であった」というように，個人で考える時間や話し合いの時間を十分に取ったことを評価するコメントもあった。評価表の記述では，「授業のポイントは，微分方程式の立式がスムーズにいかなかったところである。そこを突破できれば本来の山場を授業内に設定できたはずだが，生徒の思考の深まりに時間をとることを優先したのは仕方がないことだったのではないか。」というコメントもあった。また，事前の評価が低い生徒の班の方が微分方程式を立てられたことについては，「事前の評価の仕方に問題があるのではないか。あるいは評価規準はこれでいいのか。能力のある子たちを正当に評価できていなかったのではないか。思考力・判断力・表現力をどのように評価していくのかという問題提起にもなっている」と意見があった。

協議を受けて，大学教員より「このような課題に挑戦したことに価値があると思う。自分たちで式を立てよう，式を作り出そうという活動には大いに価値がある」「一方で，発問やストーリー性といった点では課題もある。この展開では，生徒に微分方程式を扱うことの良さや，ここで微分方程式を扱う意味が伝わっていない。前時をより良くするための本時があるという位置づけで，前時との違いを実感させるような発問が必要だった。また，式を作ることに多くの時間を割いたが，式を作るのはあっさり終えて，作った式について，この意味を考えさせる時間を多く取って，式の意味を理解させることに時間をかけても良かった」との指摘があった。

4.3.4 参加教員の変容に基づく考察

継続した「授業研究」に参加することによる高校教員５名の変容を以下に表す。

（１）教材の見方について

- 例題に取り掛かる前に，なぜ新しい知識が必要なのかを考えさせるように意識するようになった。（近藤）
- 解説に重点を置く授業であっても発問を工夫し，できる限り生徒の解答から解決に導くようになった。（桑原）
- 多様な解法や学びの深まりが生まれるような教材を意識して選定するようになった。また，教科書に記載されていることをよく吟味するようになった。（柳田）
- 「問題を解く必然性」について常に意識をするようになった。導入時に社会生活のどのような場面で活用されているかを話し，生徒がその単元に親近感を持つことができるように心掛けるようになった。（中西）

・ 特別な課題を定期的に扱うのではなく，教科書の題材を少し変化させ，発問を工夫することで，問題解決型授業となることが分かった。知識の習得に重きを置く授業も必要であるが，「生徒にとっての学ぶ必要性」「学びのつながり」が見える授業計画，教材を考えるようになった。（河合）

（２）発問の仕方について

・ 発問に対する生徒の回答が，周りの生徒が思わず笑ってしまうようなものであっても，なぜそのように考えたのかを掘り下げて聞き，できる限りその考え方で問題を解いてみるようになった。（近藤）
・ 「教える」のではなく，「誘導する」ことを意識するようになった。そのため，「What？」よりも「Why？」を使うよう心掛けている。（桑原）
・ 生徒の発言に対して，指導者側の評価を入れずに共有して，学びに深まりが生まれるように心掛けるようになった。また，生徒の解答がこちらの想定外であった時を大事にして，学びが深まるように発問を続けて行うようになった。（柳田）
・ 教科書の例題を解く際に，文章問題に変えて「日常生活のこんな場面で問われそうだよね」「こんな場面で使えそうだよね」と，なるべく具体的で身近な事象で例えるようになった。発問については以前からも意識していたが，より言葉を選ぶようになった。（中西）
・ これまで自分は，どうしても多く喋りすぎてしまい，誘導してしまう場面も多かった。また，入試を意識するあまり「この問題はこのように変形すると上手くいく」というパターンに落とし込み，生徒が解けるようになったことで満足している側面が強かった。今では，「問い方は適切であったか」「生徒に思考させることができたか」「教師が話すぎていないか」「生徒が板書を写す作業が多すぎなかったか」など，自分自身に問いかけるようになった。（河合）

（３）生徒の見方について

・ 今までは研究授業のときに授業者を中心に観察をしていたが，今は，生徒の学びに着目するようになった。発問に対して，どのタイミングで生徒がアクションを起こすのか，生徒の気づきの瞬間を見逃さないように参観するようになった。（近藤）
・ 成績の良し悪しや理解速度で生徒を評価しがちであったが，積極的に考える生徒に注目するようになった。研究授業を参観する中で，発言をしていなくても個人で思考を深められている生徒もいることを理解した。（桑原）
・ 生徒の可能性を信じて，生徒が持つ力を発揮しやすいように授業をすることを意識するようになった。とにかく待って生徒から引き出すことを心掛け，対話を大切にし，ほめることを意識して授業を行うようになった。（柳田）
・ 机間指導の際に，生徒がどうノートに記述しているか，どこで間違えているか，など，細かいところまで読み取るように丁寧に見るようになった。同じ間違えを複数見つけたら，そこに気付かせるように少し遠回しに投げかけるような発問をするようになった。また，他の先生方の授業を参観する際に，授業者の発問とそれに対する生徒の反応に注目するようになった。（中西）
・ 授業を参観するとき，「困っている生徒にはこう伝えれば理解しやすかったのでは」「こ

のように考えさせると理解しやすかったのでは」という教師側の手法の面に目が向きやすかった。しかし，継続した「授業研究」を通して，「生徒がどのように変容したか」「その生徒に何が身について何が残ったのか」という点を議論するようになった。教師の力量向上のための生徒ではなく，生徒のための授業であるという当たり前のことを再認識した。（河合）

授業を行い，継続して「授業研究」に参加してきた５名の高校教員に関しては，授業に対する「考え方」が根本的に変わってきた。問題解決型の授業を参観したときに，「現場とはかけ離れている」という印象を強く持った教員が，今では生徒の学びに着目し，分かりやすく教えるだけの授業からの脱却を図り，生徒観や身に付けさせたい資質・能力を意識して授業を展開されている。また，本セクターの取組である「分担して事前に決めた観察生徒（複数）を中心に授業中の生徒の様子を観察する」手法が，生徒の学びを見取る力を向上させた要因の一つであろう。さらには，「生徒にとっての学びの必然性」「授業や単元のストーリー」を大切にし，「問題を精選して」「本当にやりたい問題以外は思い切って捨てる」「育成したい資質・能力を意識する」など，事前の指導案検討会を通して学んだことも大きかったといえる。

５回の「授業研究」に基づく教員の変容を踏まえると，授業改善を図る観点から，中京セクターで実施してきた「授業研究」の取組の有効性として，次の 4 点を挙げることができる。

① １回だけではなく複数回の「授業研究」に継続的に参加することは，教員の指導観を変容する上で有効である。

② 複数の観察生徒を決めて授業観察する活動は，生徒の視点で授業を評価する上で有効である。

③ 複数回の事前検討会を実施して指導案検討を行うことは，指導案をよりよいものに改善するとともに，参加メンバーの互いの指導観を共有し，自己の指導を振り返る上で有効である。

④ 事後検討会を，授業実施日ではなく後日に実施することは，授業者が授業の振り返りを行った上で事後検討会に望むことができ，議論を深める上で有効である。

4.3.5 今後の課題

前述したように，５回の「授業研究」は，事前検討会から事後検討会まで一貫して同じメンバーが関わってきた。継続して関わってきた高校教員については，授業の見方も含め，授業づくりが変わってきている。今後は，ここで学んだことをどのように普及・還元していくかが重要になってくる。愛知県は地区ごと（名瀬，尾張，知多，西三河，東三河）の数学研究会が盛んであり，定期的に各学校の希望者が集まり，研究や授業実践について協議している。今回の研究では，その各地区の中で中心的な役割を担う５名の教員にセクターの研究員を依頼した。そのため，その５名の教員が中心になって，各地区に「授業研究」を広げていけるのではないかと考えている。

（伊藤卓哉・熊倉啓之）

4.4　県教育委員会との協働の取組～大分

4.4.1　はじめに

本節では，九州セクターの取組について報告する。九州セクターのメンバーは，以下の 9 名である。なお，メンバーは常時参加する者のみを挙げており，所属や役職は研究開始当初（令和元年度）のものである。

別府鶴見丘高等学校	教　諭	松本　隆宏
大分上野丘高等学校	教　諭	衛藤　智也
大分舞鶴高等学校	教　諭	瓜生田　浩司
竹田高等学校	教　諭	後藤　佳太
日田高等学校	教　諭	亀山　真也
福岡教育大学	准教授	岩田　耕司
大分県教育センター	指導主事	渡邉　誠
大分県教育庁高校教育課	指導主事	塩月　孝弘
大学入試センター	試験問題調査官	山田　誠司

九州セクターの特色は，高等学校数学科における授業研究を，大分県教育委員会と協働する形で取り組んだことにある。そこで本節を始めるに当たって，本項ではまず「県教育委員会との協働をどのように進めたか」，「なぜ協働を実現することが出来たか」，「協働を進める上での留意点」の 3 点について整理することにする。

■　県教育委員会との協働をどのように進めたか

○研究分担者から指導主事に依頼あり，高校教育課長，課長補佐（総括）に依頼に応じて良いかを相談した。大分県の授業改善の推進にとってありがたい話であり，依頼に応じることとなった。教育次長にも情報を共有した。

○研究協力者（実際に授業研究を行う高等学校数学科の教諭）の人選においては，指導主事と課長で協議し，以下の点に留意して 5 名を選出した。

・40 歳前後である者。全県に波及させるため，大分市，別府市以外に地方の学校からも選出すること。授業改善に対して前向きに取り組む姿勢がある者。

○指導主事から該当校校長に概要の説明及び依頼をし，全員承諾した。5 名の研究協力者には後日，指導主事から事業の概要等を説明した。

○各校に波及させるため，授業研究会の際に他校から授業参観をする教員を募り，高校教育課より案内文書を発出した。その際，原則として 3 年間継続して授業研究会に参加することを条件とした。その結果，16 名が登録し，第 1 回授業研究会に参加した。

■　なぜ協働を実現することが出来たか

○大分県教育委員会では，平成 27 年度より「授業改善実施要領」を定め，県を挙げて授業改善を行ってきた。数学の授業においては，数学的技能の習得重視の課題があったため，小中高合同授業研究会や中高の学びを繋ぐ連携協議会など，中高の接続を重視し，縦を繋ぐ取組は行ってきた。そこに本事業を取り入れることによって，

県内の高等学校のコミュニティ（横のつながり）が形成できると考え，県の課題とマッチした。本事業での取組の成果は，県の「授業改善実施要領」に反映しており，他教科にも波及させている。

■　協働を進める上での留意点

○県の授業改善の取組とリンクさせることが重要であると考える。

4.4.2　授業研究の実際

4.4.2.1　第１回授業研究会

（1）研究授業の概要

日　　　時：2019 年 1 月 28 日（火）5 限

授　業　者：大分県立竹田高等学校　後藤佳太教諭

本時の題目：数学 A「整数の性質」ユークリッドの互除法の導入

本時の目標：2 つのもさしで最短の長さを求めるための規則性やその意味を線分図や式などの数学的論拠に基づいて，考察しようとする。【関心・意欲・態度】

（2）授業研究の進め方

○事前検討の進め方

・12 月 10 日（火）：授業者の後藤先生が研究協力者に授業検討会の学習指導案を送付し，研究協力者は事前に学習指導案を検討した。

・12 月 13 日（金）：事前検討会を竹田高等学校で実施した（参加者：岩田先生，研究協力者 5 名，指導主事 2 名）。

4 限目【授業参観】：研究授業の対象クラスの生徒の実態を把握するために授業参観を実施した。授業者が事前に授業の目的，授業内容を説明し，その後，研究協力者等は授業を参観した。

5～7 限【学習指導案検討】：参観した授業について簡単に事後検討を行った上で学習指導案検討を実施した。単元・本時の目標が適切か，目標を達成するための教材・授業展開が適切であるかを検討した。

・その後，研究授業までの間，学習指導案についてメールでやり取りを実施した（学習指導案改訂 12 月 27 日，1 月 6 日，1 月 16 日，1 月 21 日）。

○研究授業当日の進め方

・参加者 33 名：研究代表者 1 名，研究分担者 4 名，県教育委員会 4 名（教育次長等），県立高校教員 23 人，中学校教員 1 人

・事前説明会：授業者よりこれまでの授業の取組と本時の授業のねらいの説明

・公開授業

・授業研究会（①振り返りシート記入，②授業者の自評，③参加者による質問と授業者による応答，④参加者による授業への意見・感想，⑤担当指導者の指導・講評

（3）授業研究の成果と課題

○第 1 回授業研究会で達成できたこと，分かったこと等

・達成できたこととして，数学の知識を手続きの獲得としてではなく，生徒が操作活動を通して数学の概念を発見・証明して知識として獲得するプロセスを設計できた。

・準備の段階で学んだこととして，レディネスチェックなど普段の生徒の学習状況を教師が把握していないと，生徒にとって知的好奇心をくすぐるような問いかけや数学的活動を設定できず，生徒一人一人の見取りの重要性を再認識した。

・生徒一人一人をみとる視点や評価の方法をしっかり把握して授業を行う重要性を再認識した。

○第 1 回授業研究会で達成できなかったこと，分からなかったこと等

・達成できなかったことは，生徒の思考をくすぐるような発問であった。発問した内容では生徒の考えが統一できなかったり，こちらの想定した方向にいかず，授業内でメインの課題にしっかり時間をかけたりできなかった。

・練り上げる場面で教師主導になりがちであった。生徒自身が目標を認識し，授業での活動がその目標に向けて，みんなで取り組めるものにすることが難しかった。

・どこまでが自力解決で，どこからが集団解決なのか，その見取りができなかった。

4.4.2.2　第 2 回授業研究会

(1) 研究授業の概要

日　　　時：2019 年 9 月 24 日（木）5 限（コロナ禍のため，公開授業は県内関係者のみとし，授業研究会は後日オンラインで実施）

授　業　者：大分県立大分舞鶴高等学校　瓜生田浩司教諭

本時の題目：数学Ⅱ「指数関数と対数関数」常用対数とその応用

本時の目標：・巨大数の概数を求める際，桁数や最高位の数に着目し，常用対数を活用しようとする。【関心・意欲・態度】

・常用対数の値から巨大数を 10 の累乗で表したときの整 数部分に着目して，桁数を考察することができるさらに小数部分に着目して，最高位の数を考察することができる。【数学的な見方や考え方】

(2) 授業研究の進め方

○事前検討の進め方

・8 月末まで：研究協力者は，大分県教育委員会のホームページ「授業まるごと！大分県立大分舞鶴高校 1 年数学Ⅰ第 4 章図形と計量第 2 節『三角比への応用』」を視聴し，生徒の実態を把握した（約半数の生徒は研究授業の生徒である）。

・9 月 13 日（日）：事前検討会をオンラインで実施した（参加者：研究分担者 2 名，研究協力者 5 名，指導主事 2 名）。

・9 月 9 日（水）までに関係者に学習指導案を送付し，内容を把握した上で事前検討会に臨んだ。当日は単元・本時の目標が適切か，目標を達成するための教材・授業展開が適切であるかを検討した。
・その後，研究授業までの間，学習指導案についてメールでやり取りを実施した（学習指導案改訂 9 月 14 日，9 月 21 日）。
・その後メールでやり取りを実施し，9 月 21 日（月）に学習指導案を完成させた。

○研究授業当日の進め方
・参加者：研究協力者 5 名，県教育委員会 3 名（課長補佐，指導主事 2 名），大分舞鶴高校教員（授業参観のみ）。
・授業者は 9 月 24 日（木）までに，「身に付けさせたい力」，「授業後の生徒の姿」，「そのための工夫」を A4 1 枚にまとめた。
・授業プリントには「自分の考え」と「集団検討後の考え」，「振り返り」を記入できる欄を作成した。
・授業の様子については，固定ビデオと 5 台の iPad で撮影した。固定ビデオは黒板全体，iPad については集団協議の時，発言者の横から発言者の手元（プリント）にカメラを向けて，協議の様子を撮影した。

○授業研究会の進め方
・研究分担者に，事前に以下のデータを送付した。また，授業研究会の参加予定者には事前に以下の内容を視聴するように依頼した。
①授業プリント（生徒はボールペンで記入），②固定ビデオ，③集団検討 iPad，④事前検討会資料，学習指導案，評価シート，⑤板書撮影
・10 月 31 日（土）にオンラインで授業研究会を実施し，検討会を進めた。

(3）授業研究の成果と課題

○第 2 回授業研究会で達成できたこと，分かったこと等
・本時の目標において，生徒の思考を制限するようなものにせず，生徒の多様な考え方を評価できるようにすることの必要性を感じた。実際，生徒の方から多様な考えが出てきたことで，次時までこの教材を用いて考察することができた。
・指数関数の根本の目標である「指数と対数を相互に関連付けて考察することができる」という目標の方が本時に相応しい目標であったと再認識できた。

○第 2 回授業研究会で達成できなかったこと，分からなかったこと等
・問題を解く中で生徒が行き詰ったときに，ここに戻って理解を確かめることで，もう一度先に進んでみようと感じられる「最低限のおさえておくべきこと」が生徒の中に定着していなかった。それは教員が与えても上手くいくわけでなく，生徒の素朴な発想や疑問に寄り添った授業展開をしていくことで，より理解が深まるものだと感じた。
・本時の目標が生徒の思考を画一的に制限するものになってしまったことが反省点。

4.4.2.3　第 3 回授業研究会

(1) 研究授業の概要

日　　　時：2020 年 11 月 12 日（木）4 限（当日臨時休校となったため，公開授業，授業研究会は未実施）

授　業　者：大分県立別府鶴見丘高等学校　松本隆宏教諭

本時の題目：数学Ⅱ「指数関数と対数関数」常用対数とその応用

本時の目標：・円に内接する四角形の求積に必要な辺や角の条件について，正弦定理・余弦定理・円に内接する四角形の性質を積極的に活用している。【関心・意欲・態度】

・円に内接する四角形の求積に必要な辺や角の条件について考察する過程で，どの辺や角が与えられれば正弦定理・余弦定理を適用して他の辺や角を求められるかという見通しを立てている。【数学的な見方・考え方】

(2) 授業研究の進め方

〇事前検討の進め方

・10 月 25 日（日）：事前検討会をオンラインで実施した（参加者：研究分担者 2 名，研究協力者，指導主事 2 名）。

・その後，研究授業までの間，学習指導案についてメールでやり取りを実施した（学習指導案改訂 11 月 7 日，11 月 10 日）。

〇研究授業当日の進め方

・参加者 7 名：主任視学官，研究協力者 2 名，研究協力者 5 名，県教育委員会 1 名（指導主事）。

・事前にどのような授業を展開するかを説明し，参加者から出た質問や意見を協議した。

・授業研究コミュニティ 1 年半の取組を振り返り，今後コミュニティを拡げていくためにどのようにすればよいか協議した。

(3) 授業研究の成果と課題

〇第 3 回授業研究会で達成できたこと，分かったこと等

・日頃の生徒の様子を一番見取っている授業者の視点が，生徒の実際の反応にかなり近いということを実感した。逆に言えば，平素の見取りと生徒の実態に合った教材の選定が大切だと改めて分かった。

・円に内接する四角形の求積のために必要な条件を考察する過程で，答案の書き方を統一したことで，どの辺や角が分かっていれば，どの定理を使うことで面積を計算できるかという思考過程を整理することができ，授業目標はおおむね達成された。こちらが想定していない考えも表明され，正弦・余弦定理に対する生徒の数学的な見方・考え方が高まるきっかけになった印象を受ける。

〇第 3 回授業研究会で達成できなかったこと，分からなかったこと等

・今回の研究授業に限らず，平素も「個人思考→集団検討→練り上げ→振り返り」という流れで授業を展開することが多いが，練り上げや振り返りの仕方が非常に

難しい。集団検討での気づきを数名の生徒に説明してもらっても，それが一人一人の理解に繋がっているという実感が得られない。一部の生徒だけの理解に留まっているのではないかという不安が払拭できない。今回の研究授業でも「4 条件よりも減らすことは不可能」という見方ができた生徒は，一部に留まっていたのではないかと感じる。

4.4.2.4　第 4 回授業研究会

(1) 研究授業の概要

日　　　時：2020 年 6 月 11 日（金）2 限（コロナ禍のため，公開授業は県教育委員会のみ参加し，授業研究会は後日オンラインで実施した）

授　業　者：大分県立大分上野丘高等学校　衛藤智也教諭

本時の題目：数学 I 「二次関数とグラフ」二次関数の決定

本時の目標：・適切な条件式を用いて二次関数の式を求めることができる。【知識・理解】
・文字定数を含む二次関数の式とグラフを関連付けて考えることができる。【数学的な見方・考え方】
・3 つの条件式で二次関数の式が決定することを理解することができる。【見方・考え方】

(2) 授業研究の進め方

○事前検討の進め方

・5 月 15 日（日）：事前検討会をオンラインで実施した（参加者：研究協力者，高校教育課参事，指導主事 2 名，県内数学教員 11 名）。
・県内にコミュニティを拡げるために，視聴する先生を募り 11 名参加した。
・その後，研究授業までの間，学習指導案についてメールでやり取りを実施した（学習指導案改訂 5 月 22 日，6 月 11 日）。

○研究授業当日の進め方

・参加者：県教育委員会 1 名（参事），大分上野丘高校教員（授業参観のみ）。
・授業プリントには「自分の考え」と「集団検討後の考え」，「振り返り」を記入できる欄を作成した。
・授業の様子については，固定ビデオと 3 台の iPad で撮影した。固定ビデオは黒板全体，iPad については学力層の異なる 3 人の生徒の手元（プリント）を撮影した。

○授業研究会の進め方

・研究分担者に，事前に以下のデータを送付した。また，授業研究会の参加予定者には事前に以下の内容を視聴するように依頼した。
①授業プリント（生徒はボールペンで記入），②固定ビデオ，③集団検討 iPad，④事前検討会資料，学習指導案，評価シート，⑤板書撮影
・7 月 17 日（土）にオンラインで授業研究会を実施し，検討会を進めた。

（3）授業研究の成果と課題

〇第 4 回授業研究会で達成できたこと，分かったこと等

・単元（2 次関数の決定分野）の導入において，1 つの問題から単元全体を見通すことができるような課題を設定し様々な生徒の思考を引き出すことができた。それには，日頃から生徒の力を見取ることが重要であると実感した。

・生徒の自然な疑問を引き出す点についても，学びが多かった。それぞれの解答について，紹介だけで終わるのではなく，しっかりと吟味をし，そのポイントを整理しなければ特定の生徒の思考や疑問に留まり，全体的な思考とならないことがよく分かった。

〇第 4 回授業研究会で達成できなかったこと，分からなかったこと等

・生徒の自然な疑問から全体の課題へと発展させることができなかった。それぞれの生徒の思考をじっくり味わい，比較検討すること，そこから新たな課題を設定することは今後の課題として，毎日の授業において意識していきたい。

・「教員の教えたいこと」と「生徒の自然な疑問」のバランスが自分の中で疑問がある。1 つの授業として「生徒の自然な疑問」をベースに構成していくことが主体的な授業につながるが，生徒の出口（進路先）を考えると，ここまで教えたいというジレンマもある。その溝をどのように埋めていくかを，今後考えていきたい。

4.4.2.5　第 5 回授業研究会

（1）研究授業の概要

日　　時：2020 年 9 月 14 日（火）5 限（コロナ禍のため，公開授業は県教育委員会のみ参加し，授業研究会は後日オンラインで実施した）

授　業　者：大分県立日田高等学校　亀山真也教諭

本時の題目：問題演習「設定する力」見通しを持った設定

本時の目標：・与えられた条件から様々な設定を考えようとしている。【関心・意欲・態度】

・解法を，見通しを持って考え，何の性質に着目して考えたのか説明することができる。【数学的な見方や考え方】

（2）授業研究の進め方

〇事前検討の進め方

・7 月 11 日（日）：事前検討会 1 回目をオンラインで実施した（参加者：研究分担者 3 名（大学教員 2 名），高校教育課参事，指導主事 2 名，研究協力者 5 名）。

・問題演習の導入 20 時間において，日田高校の生徒に身に付けさせたい資質・能力を整理した。高校側の視点だけでなく，大学や社会に繋がる力とするため，今回は大学の研究分担者 2 名に参加してもらった。

・7 月 31 日（土）：事前検討会 2 回目をオンラインで実施した（参加者：研究分担者 1 名，高校教育課参事，指導主事 2 名，研究協力者 5 名）。

・4 つに分けた資質・能力別に問題を作成し，妥当か検討した。
・8 月 21 日（土）：事前検討会 3 回目をオンラインで実施し，本時の検討を行った（参加者：研究分担者 1 名，高校教育課参事，指導主事 2 名，研究協力者 5 名）。
・研究授業までの間，学習指導案についてメールでやり取りを実施した（学習指導案 8 月 31 日，9 月 13 日）。

〇研究授業当日の進め方

・参加者：県教育委員会 2 名（参事，指導主事），日田高校教員（授業参観のみ）。
・授業プリントには「自分の考え」と「集団検討後の考え」，「振り返り」を記入できる欄を作成した。
・授業の様子については，固定ビデオと 3 台の iPad で撮影した。固定ビデオは黒板全体，iPad については学力層の異なる 3 人の生徒の手元（プリント）を撮影した。

〇授業研究会の進め方

・研究分担者に，事前に以下のデータを送付した。また，授業研究会の参加予定者には事前に以下の内容を視聴するように依頼した。
①授業プリント（生徒はボールペンで記入），②固定ビデオ，③集団検討 iPad
④事前検討会資料，学習指導案，評価シート，⑤板書撮影
・10 月 17 日（土）にオンラインで授業研究会を実施し，検討会を進めた。

(3) 授業研究の成果と課題

〇第 5 回授業研究会で達成できたこと，分かったこと等

・問題を解くために必要な力を考えそれを身につけさせることができる問題を選ぶこと。
・生徒に多様な考えを導き出させ，全体で共有すること。
・生徒が自分の考えを，自分の言葉で発表すること。
・生徒は様々な解法を見つけることはできるが，なぜその解法を選んだのかという根拠までは示すことができないということ。
・生徒は公式や解法をなんとなく理解しているだけで，本質的なところは理解できていないことが多いということ。

〇第 5 回授業研究会で達成できなかったこと，分からなかったこと等

・それぞれが考えた方法を比べて，どの解法がより有効であるかを協議すること。
・授業内でよりよい解法を見つけたり，全員で解法を練り上げたりすること。
・解法の良さを生徒同士で議論することができるような場面設定の方法。
・生徒に本質を理解させるための指導方法。
・生徒につけさせたい力をつけさせるために有効な問題選びの方法。

4.4.3　考察

研究協力者の 5 名の先生方には，3 年間の取組を良い点や悪い点を含めて振り返ってもらい，次の 4 つの視点から振り返りシートに意見を記入して頂いた：「3 年間で自分がどのように変容したか，逆に，変容していない部分はどこか」，「何を契機に変容したか」，「変容の障害となっていたことはあったか」，「九州セクターの授業研究で得たこと，日常の授業で意識したことや試行錯誤したことはあったか」。以下では，各先生方の記述を 4 つの視点で整理し，主要な点についてまとめることにする（文意を変えない程度で所々表現を変更している）。

■　3 年間で自分がどのように変容したか，逆に，変容していない部分はどこか

・授業内において生徒の自然な疑問や発想をいかに引き出すかを念頭において教材研究をするようになった。この 3 年間の研究で様々な授業を見て，生徒の気づく力，問いを発見する力，自力で考える力，発想力など，生徒の持っている力に驚かされる場面が多々あった。だからこそ自身の数学の授業の中で，生徒の素晴らしい可能性を十分に引き出したいと考えようになった。教材の提示の仕方で生徒の思考の深さが変わることを学び，教師側が答えを言わずに，生徒自身に判断させる場面がいかに重要であるかを学んだ。教師側の決めつけた発問や，思考の誘導，考えの押し付けは，生徒一人一人の可能性を潰してしまう恐れがある。生徒自身から生まれる疑問こそが，主体的に学ぶ授業の根幹ではないかと考え，それを念頭に教材研究を行うようになった（A 先生）。

・採用 2 年目までは，教科書の見開き 2〜3 ページ程度を開いて，如何に分かりやすく教えるかという視点での教材研究しかできていなかったが，現在は，単元全体を見通して，単元指導計画を先に立案し，4 観点をどの時間に見取っていくかを先に考えてから教材研究を行っている。特に，知識・技能をのばすための時間，思考力・判断力・表現力をのばすための時間の 2 つに棲み分けて，本時の内容を考えている。特に後者の時間では，扱う問題も教科書の問い方の表現を変えて，「どんなことがいえるだろうか？」「〜するにはどうすればよいだろうか？」といったように，こちらが生徒に気づかせたいことに繋がるような問題解決型授業に合わせた出題にしている（B 先生）。

・生徒は知的好奇心にあふれ，こちらが予想もしないような考え方を自然にする。それが時に数学の本質に迫るような考え方であることが頻繁にあり，生徒の考えだけで授業を進めることが十分にできるということを実感した。また，適切な教材を準備し，うまく生徒の意見を拾いながらそれをつなげて，発問をして思考させてきたので，単に問題の答えが出れば良いという姿勢から，結果や解決過程を振り返って数学的な見方や考え方を深めようという姿勢，友達の考えを聞いて自分の考えと比較検討しようという姿勢も身につきつつある（B 先生）。

・これまで以上に，授業前，授業時，授業後の各段階において，生徒中心の展開を考えるようになった。以前は自分にとって都合のいい（思い通りの）展開に持っていくために，生徒をこちら側の思惑という枠の中で考えさせる授業だったように反省している。また，こちらが想定していなかった生徒の反応には必ず理由があるという思いが強くなり，授業後に生徒に「なぜあそこで〇〇って言ったの？」などと聞く機会が以前に比べて増えた。生徒の反応を思い出しながら，次の授業でどのように展開していこうかと授業後の振り返り

も以前よりも能動的になり，一つ一つの授業が点ではなく線でつながっている感覚が強まった（C 先生）。

・教材の見方については，1 時間単位ではなく，単元全体を見ながら構成を考えるようになった。単元を終えた時に（思考や判断，知識や技術の面で）どこに到達してほしいのかを意識するようになり，来年度からの新課程で問われる資質についても，この 3 年間で先行的に考察できたことはとても意義があることだと感じている（C 先生）。

・生徒につけたい力について，知識・理解や数学的な技能から，数学的な見方・考え方や関心・意欲・態度に年々重心が移っていった。また，単元の導入やまとめの授業展開を考える際にも，改めて実社会と数学が密接に結びついていることに気づかされ，今後も自分自身がアンテナを広げて，自分自身がおもしろいと感じるテーマを数学と絡めて生徒に発信しなければいけないと考えている（C 先生）。

・一番大きく変わったのは教材の見方である。今までは教科書の問題を使って，ポイントを押さえるように工夫していたが，つけたい力に応じて扱う問題を変える方が生徒に浸透しやすいと考えるようになった。また，例題，練習という流れではなく，その単元全体を意識して指導できるようになったと思う。単元全体でつけたい力は何で，そのためにこの一時間で考えさせることは何かという思考ができるようになった（D 先生）。

・3 年間を通して自分の授業が生徒の疑問や発言を中心に構成されていっていることを感じた。今までであれば教材を中心に生徒の思考をコントロールするような感覚もあったが，今は自然発生的な疑問をどのように生徒主体で解決させていくか，に視点があると思う（E 先生）。

・教材に関しては，1 つの内容のみでなく単元のつながりや単元を通して 1 つの題材から学べないかと考えるようになった。大学の時も一つの教材で多様な考え方を学べたり，応用的に扱う教材を考えたが，現在の方が，より「発展的に扱う」という感覚が強くなった（E 先生）。

■　何を契機に変容したか（自覚している範囲で）

・本研究の開始 1 年前に東京都立多摩科学技術高校で行われた研究授業で行われた研究授業・研究協議である。その中で，自身の授業がまだまだ教員主体になっていたのではないかと考えるようになった。また，生徒の見取りの甘さを痛感したのは 2 年目の舞鶴高校での授業研究会と自身の研究授業である。毎日授業を行っている生徒の思考は把握しているつもりであったが，疑問を拾えなかったことや，生徒全員の深い理解に至っていなかったことは反省する点が多かった（A 先生）。

・勤務 3 年目に，数学Ⅱ「積分法」の単元で 2 曲線で囲まれた図形の面積を求めた際，生徒自身が区分求積法と関連付けて「微小な長方形の高さは上の関数から下の関数を引いた長さだから $\int(f-g)\,dx$ で求められる」と堂々と説明した瞬間である。単元の冒頭で，全員で考えた区分求積法の考えに基づいて公式の説明をしており，教科書がなくても自分で気づくことができる生徒の可能性や，問題の与え方にも工夫を凝らすことの大切さを実感した。また，単元全体を通して，積分による面積の公式のすべてが，区分求積法の考えに帰着できることに授業者として改めて気づき，単元全体を貫いた指導の在り方の面白さを実感した（B 先生）。

・九州セクターのメンバーとの指導案検討は変容にとても役だったと感じている。自分だけでは到底気づくことができない点まで細かく考えていけたことで，研究授業本番を楽しみにするようになっていった。事前に練れば練るほど授業本番が待ち遠しくなることは同僚の先生に伝えるようにしている。また，メンバーの先生の研究授業が自分の研究授業であるかのような感覚を持つようになった。事前に一緒に考えることで，「自分事」としてとらえて臨む習慣がついた。これは普段の本校内での研究授業でも同様で，なるべく事前検討会で自分の考えを発言することで，自分事にしようと意識している（C 先生）。

・きっかけは，本研究の開始 1 年前に東京都立多摩科学技術高校で行われた研究授業である。変曲点を求める意味を生徒に見つけさせている場面が大変印象的であった（D 先生）。

・とくに，本研究の開始 1 年前に東京都立多摩科学技術高校で行われた研究授業や指導案を拝見した後，また，自身の研究授業の準備をする中で，考えが顕在化されていったように思う（E 先生）。

■　変容の障害となっていたことはあったか（例えば，学校環境や教科書など）

・本校の授業改善においても，この研究で取り組んできたような内容を他の先生方にも取り組んでほしいという思いはある。しかしながら，ここ数年，学校では様々な業務が増え，数学科全体で授業研究に腰を据えて取り組むことは難しいと感じる（A 先生）。

・教科書通りに教えなければならないという固定観念に縛られていた。また，知識・技能偏重の定期考査になっていたため，問題数をこなしたクラスの方が点を取りやすく，適切に評価できていなかった。また，そのせいで問題解決型の授業を 1 人で実施しづらかった（B 先生）。

・教科会議で，何をどのように指導するかまで，十分な協議ができないまま，授業進度ばかりを意識して，授業が行われていた点。3 年生の入試対策演習で，どちらかといえば数をこなすような指導が行われている点。全く関連のない問題を 1 時間に 3 題も扱うなど消化不良になり，同じ系統の問題を何度も解かないと結局解けるようにならないという悪循環に陥っている（B 先生）。

・本校は，授業改善の機運が高まっているものの，依然として進度至上主義が蔓延している。「ここどんな展開で教えた？どうやったら生徒が関心持つだろう？」よりも「今どこまで進んでる？いつから数学Ⅲに入る？」がまだまだ多いように感じている（C 先生）。

・障害となったものは，日々の多忙さを除けば，授業進度との兼ね合いが一番難しかったと思う。進度を考えると深く考えさせる時間が取れないと悩んだが，だからこそ教材の選定が必要なのだと感じた（D 先生）。

・受験期の指導は難しく，どうしても模試の出題範囲に合わせて学習進度を調整しようと動いてしまったり，その他の指導でなかなか授業準備に手が回せないことがあった。やはり豊かな数学的活動を展開するためには準備時間がとてもかかるので，情報の共有ができる時間などは重要であると感じた（E 先生）。

■　九州セクターの授業研究で得たこと，日常の授業で意識したことや試行錯誤したことはあったか。あったとすればどのようなことか。

・生徒の自然な疑問や発想を引き出すために，1 時間の授業の導入や展開，まとめをどのようにするか，毎日の授業準備で試行錯誤している。授業での課題として，生徒から引き出した意見をどのように練り上げていくかが課題となっている（A 先生）。
・自分の授業ノートに，S1，S2 のように，問題や発問に対する生徒の反応を複数書き出し，どの順番で指名するかも考えた上で，授業に臨むようになった。慣れるまでは授業準備に時間がかかったが，教員 3 年目の途中から自分の見取りの力を大きく伸ばすきっかけになった。また，授業中に必ず 1 回は生徒の思考を揺さぶる発問を行なって，その時間に生徒に身に付けさせたい力に迫る場面を作るようにした。他の研究協力者の指導案についても，自校の生徒に実態に合わせて改良し，実践を通して指導案検討での協議事項が適切であったかを確認するようにした。特に，対象となる生徒が異なると，同じ課題，同じ発問でも全く異なる反応が返ってくることから，生徒の日頃の力を見取ることの大切さを実感した（B 先生）。
・研究授業の題材は当然のこと，事前・事後検討会で出てきたメンバーの先生の様々なアイデアなど，試せるものはなるべく自分の授業で試してみようと考えて実践してきた（C 先生）。
・研究授業を実施して感じたことは，3 年の演習を，問題集の順番で単元ごとにやっていくより，テーマを持って問題を選定し，取り組ませた方が，生徒が生き生きと活動できているということである。ただ，不安なことは，考える力や取り組もうとする力は成長していると感じるものの，それと模試や共通テストの点は比例せず，本当にこれが正しい指導方法か疑問が残る。これは新学習指導要領の評価にも関わるが，取り組もうとする姿勢や考えようとする姿勢は大学入試では評価されないということ。結局は答えが正解できないと 0 点であること。それらを含めると，数学をじっくり考えていろいろな考え方を導き出したり数学の楽しさを味わったりしようとするだけでは進路保障ができず，やはり公式や基本計算を覚え込ませる時間や指導も必要になってくると思う。授業改善と進路保障が繋がるようにする方法を見つける必要があると感じた（D 先生）。
・一番良かったことは，数学の内容を相談することができる仲間ができたことである。学校や学年が違っても，相談できる環境があることが心強いと思う（D 先生）。
・総じて，生徒の反応やつまずくポイントや反応を想定しながら授業づくりをし，その中でどんな資質・能力を身に付けさせたいかを意識して，教材準備をするようになった（E 先生）。

4.5　授業研究チームの形成とその発展の可能性を探る～東京・石川チーム

4.5.1　はじめに

4.5.1.1　経緯と目的

この節は，授業研究コミュニティをどう形成していく１つの試みとして，令和３年度に東京都と石川県の教員でチームをつくり，授業計画・学習指導案の検討，研究授業の実施，授業記録等に基づく協議に取り組んだ成果の報告である。

この取組は，「高等学校数学科における「授業研究コミュニティ」の形成に関する研究」の３年次（令和３年度）にあたり，東京都で先行的に実施されている２つの研究授業（夏原，2018，2019，本報告書「授業実践データ」pp.529-574，pp.575-615）実施の後で計画された。東京都のように多くの学校が存在する地域で授業研究に取り組む可能性，また，物理的な制約により学校を離れて研究のために集まることの困難な状況の中での授業研究への取組の可能性を探り，そのモデルとして事例を発信することを目標とした。

4.5.1.2　計画

研究授業については，研究協力者の所属する東京都と石川県の学校で実施することとし，参加メンバーは，授業者のほか，東京地区の研究協力者，研究分担者である大学教員により構成された。なお，授業者の勤務校の教員にもあらたに加わってもらうことができた。参加メンバーは次のとおりである。

高橋雪絵　東京都千代田区立九段中等教育学校（授業１）
阿部朋美　石川県立野々市明倫高等学校（授業２）
伊吹大輔　東京都千代田区立九段中等教育学校
西沢康平　東京都千代田区立九段中等教育学校
夏原智史　東京都立多摩科学技術高等学校
厚美香織　神奈川県立厚木清南高等学校
小林　廉　東京学芸大学附属国際中等教育学校
木部慎也　東京学芸大学附属高等学校
中逸　空　東京学芸大学附属小金井中学校
伊藤伸也　金沢大学
西村圭一　東京学芸大学
太田伸也　東京学芸大学

研究授業については，授業者の担当授業，勤務校の予定等に合わせて日程を決めた。学習指導案の検討はオンラインで行うこととし，できるだけ多くの参加者が集まれる日程と時間帯を設定した。実施概要は以下のとおりである。

第１回　6 月 25 日(金) オンライン 19:00～20:30　授業１の学習指導案検討（1）
第２回　7 月 29 日(金) オンライン 18:00～19:30　授業２の学習指導案検討（1）
第３回　8 月 26 日(木) オンライン 20:00～21:30　授業１の学習指導案検討（2）

第４回　９月 16 日(木) オンライン 20:00～21:30　授業２の学習指導案検討（2）
第５回　９月 30 日(木) オンライン 20:00～　　　授業１の学習指導案検討（3）
授業１実施　10 月９日(土)　ビデオ撮影
第６回　10 月 15 日(金) オンライン 20:00～21:30　授業２の学習指導案検討（3）
授業２実施　11 月 16 日(火)　13:15～14:05 教室で参観，授業後に研究協議
研究協議（全体）12 月 11 日(土) オンライン 15:30～19:00　授業１・授業２研究協議

以下では，２つの取組ごとに，その概要を報告する。

4.5.2　授業１「ベクトルの内積の定義を考える（数学Ｂ）」（東京）

4.5.2.1　学習指導案及びその検討経過の概要

学習指導案について（本報告書別冊，pp.616-626）

科　　目：数学Ｂ　ベクトル
授業目標：ベクトルの内積を考えることを通して，既習事項を手掛かりにしながら，うまく定義された数学を新しく作り出すという経験をする。
授 業 日：2021 年 10 月９日
学 校 名：東京都千代田区立九段中等教育学校
授 業 者：髙橋雪絵

＜概要＞

【問題】ベクトルの積を考えてみよう

$\boxed{\text{問)}\ \vec{a} \otimes \vec{b} = \cdots ?}$

ベクトルの和で考えた交換法則，また，分配法則は成り立つようにしよう。

【解決】ワークシートを配付し，(1)どのような積にするか？(2)なぜこの定義なのか？(3)交換法則と分配法則が成り立つことの確認の３点について考えたことを書いていく。

（予想）成分で考える，図形的な意味を考える（面積を考える，向きをそろえる等）

【比較・検討】グループに分かれて検討し，全体の場で発表・意見交換。
どんな点がよいか，結合法則は成り立つか，「2 乗」はどうなるか，除法は考えられるか等の観点で検討する。

【まとめ】数学の基本的なルールや基本事項が成り立つように，またそれらを手掛かりに、ベクトルの世界を広げる経験をすることができたことに焦点をあてる。実際に「積」として何を採用しているかは次回とする。

＜学習指導案検討の経過＞

学習指導案検討で議論された事柄から主な論点を抜粋して挙げる。どのように考えるかは授業者が決めることを前提に意見交換を行った。

<u>検討（1）（6 月 25 日）</u>

（授業者の提案）

・ ベクトルの内積の導入の授業を行いたい。大まかには，物理的な要素で導入するという

ことよりも，統合的・発展的な視点から，演算を定義するという立場で導入したい。「かけ算はどうなるんだろう？」という発問で始めようと考えている。

（質疑等）

・ 成分の学習受けて成分同士をかけ算する考え方が生徒から出てきたことがある。また，有向線分で考えた場合は外積の考えが出てきた。
・ 生徒の反応としては，平行四辺形の面積の方がしっくりきているようで，定義を紹介してもうまく落とし込めなかった。
・ 生徒は，今までに演算を定義する経験をしたことがある生徒か。経験がない場合に，「かけ算といえばどんなことが成り立つかな」が生徒への問いになりうるか。（指数の拡張において，今までの性質が成り立つように法則を拡張するという考えを経験する。内積も今までの演算が成り立つように拡張する。）
・ 内積という定義があって，なぜ内積というのかを考えることの方が自然なのではないか。
・ 例えば $y=2^x$ は，指数が整数になる数で考えてグラフをかいたときに，おそらく $x=1/2$ も存在するなというものが視覚的にわかるから，生徒は考えようとするが，内積はスカラーになるので，結論が見えにくいものを考えることは生徒の発想として可能なのか。
・ 中学校 1 年生の正負の数において，乗法をどのように決めるかという話に関連するのではないか。
・ 必ずしも生徒が定義を導く必要はないとは思うものの，生徒が色々考えた結果，最後は先生から定義が示されたら，生徒はどう思うのかが気になる。
・ 一次元の 2 つのベクトルの位置関係を作るという発想で授業ができないか。直角よりもなす角が大きければ負に，直角よりもなす角が小さければ正になるようなかけ算，計量ができないかなという発想でできないか。
・ 展開の公式と余弦定理を繋げていくのはどうか。押し付けのような定義の仕方も薄まるのではないか。
・ 内積がスカラーになることが納得いかないのではないか。内積を学習後には計算でよく利用するが，本質が見えにくいことがある。
・ かけ算をどう定義するかというよりは，2 つのベクトルの成分で考えたときに，成分の内積を与えて，ベクトルが直交する場合はどうなる，他の角度はどうなるということを見ていくと，角度が効いていることが見えてくるのではないか。
・ 余弦定理から内積を求めて，なぜ「内積」というのか，というところを考えるのは面白いのではないか。
・ 外積は生徒が納得するが，それだと，成分と成分のかけ算ではうまくいかない。$(2,0)$，$(\sqrt{3},1)$のベクトルで考えて，その積を考える。角度と大きさがわかっているベクトルを与えて考えると，角度に目がいくのではないか。その方が生徒にとっての問いになるのではないか。

<u>検討（2）（8 月 26 日）</u>

（授業者の提案）

・ 授業の目標を演算の定義を考える経験をすることと考えた。一次元で話を「問題」の特別な場合とみることも難しそうだが生徒に考えさせてみたい。

（質疑等）

・ 問題解決型の授業を目指しているか。T－S－T－S という問答型にならないか。
・ 主たる発問が何かがはっきりしなくなっていないか。
・ 「実数の場合をもう一度問題のかたちで見直してみましょう」は生徒から引き出すのか。
・ 2 つのベクトルの間の角の議論がどこで表出するのか。
・ 角度が表出することによって，思考がストップしてしまう気がする。余弦定理の利用の中で内積を定義していく方が素直な流れだとは思っている。
・ 前回，幾何的にいくか，代数的にいくかで変わるが，2 つのベクトルに演算を入れて閉じてるか閉じてないかみたいな議論があった。外積にいくというのも素直な発想である。あえてスカラーを持ってくる価値はどこにあるか。
・ うまい定義になっているかどうかを生徒は何をもってチェックをするのか。
・ 2 つのベクトルに乗法という演算を入れようという授業の流れは固まっている。生徒が何を考えてどういうふうに決めていくかを議論しなければいけない。
・ 成分でやると，内積の計算が先に出て定義が後になってしまって，想定している授業にはならないのではないか。
→成分で突き進んでみて，失敗するというのもありなのではないか。生徒の試行錯誤が大切。
・ グループで議論させて，いくつか取り上げて，「それはうまくいかない」とかという議論を中心にした授業でもいいのではないか。つまり，定義までいかなくても，試行錯誤する 1 時間にするのでもいいのではないか。
・ 定義を固めてよさまでいくのは 2 時間目なのかもしれない。
・ 内積の定義を知っている生徒もいると思われるが，生徒が考えを出し合って試行錯誤する流れになるかどうかが心配。
→外積も視野に入れておけば，内積を知っている生徒にとっても別の考えができるのではないか。

4.5.2.2　授業の概要

授業記録は，本報告書別冊の pp. 627-640 に掲載。

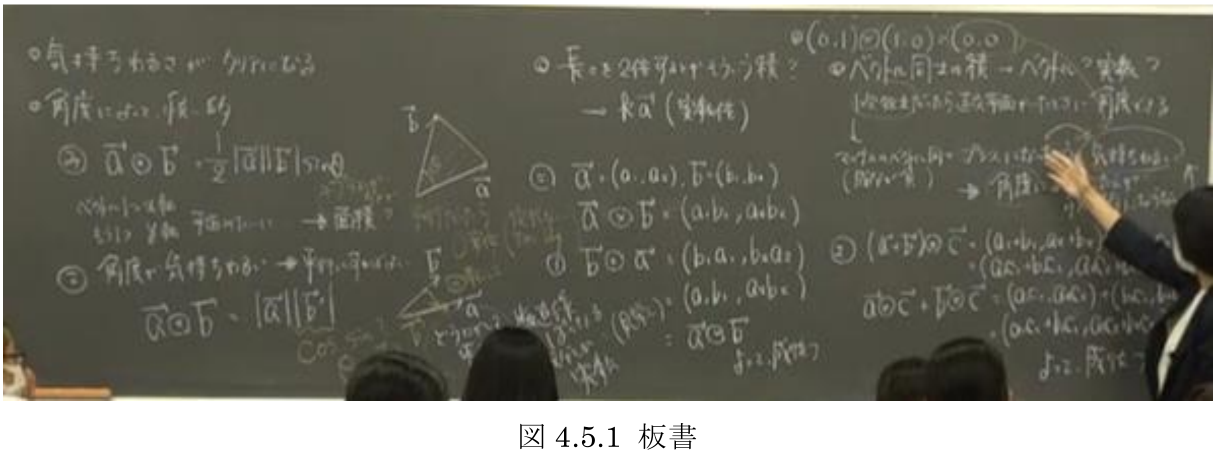


図 4.5.1 板書

4.5.2.3　研究協議の概要

研究協議（本報告書別冊の pp.641-659 に掲載）での質疑や意見から主な論点を抜粋し整理する。

（ア）自評

・ 内積の定義をつくることの難しさとともに，体系をつくるという点についてて勉強になった。
・ 積を考えるという導入部分は意味が生徒にわからず反応が重かったが，生徒からスカラーの積じゃないこと，実数倍じゃないか，等の話が出てきたところから活発になった。
・ 学習指導案では「積のよい定義」として交換法則と分配法則を確認するという話になっていたが，そこをあまり扱わなくても，生徒なりに良いとか悪いとかという感覚があったので，後半は異なる展開になった。子どもたちが数学を学んでいくに当たって，どういうものをよいと考えるか，感覚として正しいと思うかということがわかり，今後，他の単元を指導するに当たっても整理していきたいと考えた。

（イ）ベクトルどうしの積を考える問題に生徒が積極的に取り組み考えようとしていた。

・ ふつうは定義の説明から入るが，あえて生徒たちに考えさせるような扱いをしているのか。
　→そうではないが内積の題材で試みた。ベクトルの和や差についてはオンライン授業だったので議論はさせていないが，配布資料で定義を決めていく考え方に触れておいた。
・ 成分同士の積で定義するという意見に対してそれでよいという雰囲気だったが,「零案件」の指摘があって議論が活発になった。このような意見が出なかった場合にどうするか。
・ 内積の定義に落とし込むことを考えていないことが分かって，むしろよいと思った。定義をするということ自体を考えていく授業として非常に価値があるのではないか。一方，数学的に定義するには，それが後々何かいいことがあったり，使い勝手がよかったりというのがよい。「0 案件」にこだわった生徒の考えの数学的な意義がはっきりするとよいのではないか。
・ （a_1，a_2）⊗（b_1，b_2）＝（a_1b_1，a_2b_2）と考えていた生徒は，その後どのように考えたかを知りたい。

（ウ）「積」の定義をつくるという問題の意味の伝わり方

・ 「積」という用語を使わずに新しい演算を決めるという問い方の可能性はないか。
　→「⊗という記号にしたが，「×」を使っている生徒が多かった。
・ 交換法則と分配法則が成り立つように考える，ということを生徒が受け入れていた。
・ 成分表示を扱う前にこの授業を取り入れ図形的に考える方法もあると思うが，成分表示だから演算を考えやすいという側面もあると思った。実際，生徒から成分で定義しようとする考えが出されていた。（a_1，a_2）⊗（b_1，b_2）＝（a_1b_1，a_2b_2）と決めたとき，図形的な気持ち悪さはあるとしても，生徒にとってこれを否定する理由もないように思うが，どのように扱ったか。
　→次の時間に否定するということはしなかった。生徒は零元の問題点を意識していた。

（エ）生徒の考えに関連して

・ 学習指導案に示されていない考えが生徒から出されたが想定していたか。

→学習指導案検討の過程での皆さんからの意見等をもとに予想したつもりだったが，ベクトルを回転させる考えなど予想していなかったものがあり勉強になった。

・ 「向きが違っても角度が同じなら同じになってほしい」と言っていた生徒がいたが，その意味は？

→「向きを無視した同じ」という意味だろう。

・ 積が面積になるという考えについてはどのようになったか。

→ベクトルの積を面積に対応させようという発想ははじめからもっていたよいだが，２つのベクトルが平行の場合に０になること（「零案件」）が引っ掛かっていた。一方，面積で考えるアイディアは魅力的だったようで，「０は無視する」（log*x* の定義域のように）という主張も見られた。

・ 授業中の生徒のワークシートをみると，おそらく内積の定義を知っている生徒と思われるが，代数的にはスカラーで表現している一方で，図としては方向を考えているようにみえる。このような授業を通して，スカラーの意味がはっきりするということも価値ではないか。

・ ベクトルとベクトルの「積」はスカラーかベクトルかということに議論の焦点をあてていく可能性があると考えた。図形的な意味との関連もはっきりするのではないか。

（オ）次時以降の扱い

・ ベクトルどうしの「積」を考えるとき，外積であれば積もベクトルになるから自然だが，内積ではスカラー（実数）になるので，演算に対して閉じていないことになる。このあたりの難しさを今後の授業でどのように扱っていくか。

→授業での子どもの反応では，ベクトルになってほしいという考えと，スカラーの方がよいという考えがみられた。ベクトルとするとき，２つのベクトルのなす角の情報をどうするかが難しく，数値になってほしいと考える生徒がいた。

→２つのベクトルを平行にしてしまうと考える生徒がいたが，これは結果を数値としているのか，ベクトルとしているのかがつかめなかった。

→外積の話はどこかでしようと考えているか。この授業の続きとしては重要と考える。

・ この授業の後で内積を定義したときの生徒の様子はどうだったか。

→「これにしておくか」みたいな感じだった。

・ この授業の評価はどうするか。

→ワークシートを見る予定でいたが，授業では話し合いの方に意識がいったようで，あまり書いていない生徒が多かった。フィードバックもできず，これは課題と考えている。

（オ）構造を意識して演算を定義するという授業の価値をどう伝えるか。

・ この経験が生徒にとってどこで活かされるか（高校生として）

・ いい活動がみられ，広く見れば数学的活動のかなり本質的なことたが，これをどこで行うか（もっと先にやっておいてここで活かすことも考えられる），また，定義を考えさせたことの価値がこのコミュニティ以外の人に伝わるか，伝えるにはどうしたらいいかと

いうことを考えたい。

- 内積をスカラーとして定義したことのよさがわかったときになるほどとなると考える。
- 外積まで扱わないとよさは見えてこないのではないか。
- 意図とは異なると思うが，内積の定義を与えて，何でこうやって定義しているんだろうという展開の可能性もあるかもしれない。
- 内積の定義に落とし込むときにどうするかということを考えておく必要がある。(定義をつくるという点では，条件を満たせば多くの可能性があるので)

＜協議のまとめ概要（太田）＞

「ベクトルの内積を考えることを通して，既習事項を手掛かりにしながら，うまく定義された数学を新しく作り出すという経験をする。」という目標に関連して，学習指導案検討や協議で話題になったことを 3 点挙げる。

- 必ずしも生徒が定義を導く必要はないとは思うものの，生徒が色々考えた結果，最後は先生から定義が示されたら，生徒はどう思うのかが気になる。
- 内積がスカラーになることが納得いかないのではないか。内積を学習後には計算でよく利用するが，本質が見えにくいことがある。
- グループで議論させて，いくつか取り上げて，「それはうまくいかない」とかという議論を中心にした授業でもいいのではないか。つまり，定義までいかなくても，試行錯誤する 1 時間にするのでもいいのではないか。
- 協議のまとめとして，次の 3 点について述べる。

(1)生徒たちの課題になったか，(2)何が生み出されたか，(3)授業研究コミュニティ

(1)については，生徒の課題になったと言ってよいのではないか。いろいろな「定義」の案が出され検討されたことが生徒の活動や発話から伺える。

(2)については，目標とする活動を生徒の活動や言葉の中から明確にし，場合によっては教師の言葉に言い換えることも必要と考えた。例えば，閉じているか，閉じていないかにつながる疑問は大事なことであり，自然と集合を意識しだしているとか，ベクトルとスカラーの区別が議論の中でだんだんはっきりしてくる様子なども見えた。生徒の「気持ち悪い」という言葉も，美しさを求めるという要素が入っている。このようなことを明確にしていくのが評価活動と考えた。たまたま授業後の生徒どうしの会話がデータに残っていたので紹介する。「作り出す」ところまでは達していないが，授業が終わっても生徒の課題意識が継続していることを示している（52 分～53 分）

P「○○（隣の生徒へ），b ベクトルを a ベクトルに合わせて回転させた場合と，a ベクトルを b ベクトルに合わせて回転させた場合とで，解が 2 通りできる・・・」

Q「平行にすればいいんだから･･･」

？「だから，向きは関係ないからさ･･･」

？「向きは関係ない。」

P「こうなったら，･･･こうまわしたらさ，･･･でも，こうまわすと･･･

Q「あ･･･そうか」

？「直角だったら･･･」

？「直角は･･･」

Q「直角はなかったことにする･･･」

関連して，「島田茂（1970）．新しい図形の指導について」から，論証指導について述べている文を紹介する。この場面にあうのではないかと考えた。

「･･･はじめから完備した公理系を子どもに与えるということは，そのねらいからはほど遠い話である。いろいろの問題を考えていくときに何かを基本に認めてから考えていこうとか，また話しあって決めていくのだという立場で幾何を考えていきたい。するとどうしても論理的には傷の多い公理系を使っていくことになるが，これは教育的に悪いことではなく，むしろ良いことである。そういう公理系が必要に応じて手が加えられ，具合の悪かったところが修正されていくのだというプロセスを示すことの方が完備なものについての知識を与えることよりもはるかに大切なのである。（日本数学教育学会誌，52(1)，7-8）

課題としては，協議で議論されたことのほかに，生徒の発話から，大事なことばを，黒板（や生徒のノート）に残していくことを挙げたい。数学的活動のプロセスを目標とする授業では，このことが重要と考える。定義をつくろうとする過程の重要なことばを，生徒の言葉として黒板に残していけたらよいと考えた。

(3)については，勤務校の 2 人の先生（伊吹先生と西沢先生）に加わっていただき，議論に参加いただいたことが大きかった。この研究のテーマである「授業研究コミュニティの形成」として示唆を与えていただいた。

（伊吹先生からのコメント抜粋）

・ チャレンジングなテーマに取り組んでくれたので非常に楽しい作成期間を一緒に過ごすことができた。内積に関しては非常に難しいテーマで，そもそも積でスカラーになることを納得させる，生徒から引き出すのは厳しいんじゃないかなと思っていた。このテーマはもっとはっきりした形として自分に落とし込みたい。自分としては，自分たちで作っていくというのは，一回定義を教えた後かなと思っていて，高橋先生はそこをメインに持っていってくれたので本気で考えたし，こういう経験自体が良かったと思う。
・ 学校教育の中で数学の先生方が一緒に議論をして数学を語るのはあまりなく，高校の先生方はり自分で独自でやっていることが多いので，もっと研究的な観点でも生徒を伸ばすというところで議論ができればいいと願っている。

4.5.3　授業２「方程式の実数解の個数について考える（数学Ⅱ）」（石川）

4.5.3.1　学習指導案及びその検討経過の概要

学習指導案について（本報告書「授業実践データ」pp.660-667）
科　　目：数学Ⅱ　微分法
授業目標：方程式の実数解の個数を，関数のグラフを利用して考察することができる。
授 業 日：2021 年 11 月 16 日
学 校 名：石川県立野々市明倫高等学校
授 業 者：阿部朋美

＜概要＞

展開１【問題】次の ３次方程式の実数解は何個あるか。（1）→（2）

(1) $x^3 - 3x = 0$

(2) $x^3 - 3x - 3 = 0$

→（2）の方程式の実数解の個数を調べるには，どんな方法があるだろうか。

【解決】グラフをかき，x 軸との交点の個数を調べる方法

（予想）x の値を変化させて y の値を調べる。

二次関数の判別式を形式的に適用しようとする。

展開２【問題】方程式 $x^3 - 3x + □ = 0$ の定数項に値を入れて，実数解の個数が２個や０個になる３次方程式を作ろう。（理由も考えること。）

【解決】（予想）・$y = x^3 - 3x$ を y 軸方向に平行させて調べる。

・□= 0 のときと□=－3 のときを調べたから，その間を考える。

・□= a とおいて $y = x^3 - 3x + a$ の増減表をつくり，グラフを考える。

・x 軸とは必ず交わるから０個のことはない。

・GeoGebra で□の値を変化させてグラフを調べる。

【比較・検討】実数解の個数が２個の場合は，グラフのどこに着目したらよいか。

GeoGebra を使わずに調べるにはどうするか。

実数解の個数が０個になることがないことをどう説明するか。

【まとめ】方程式の実数解の個数とグラフの関係

これまで学んできた１次方程式，２次方程式，３次方程式の実数解の個数

＜学習指導案検討の経過＞

学習指導案検討で議論された事柄から主な論点を抜粋して挙げる。どのように考えるかは授業者が決めることを前提に意見交換を行った。

<u>検討（1）７月 29 日</u>

（授業者の提案）

・ 本時の課題は「$x^3 - 3x + a = 0$ が異なる３個の実数解をもつような定数aの値の範囲を求めよ」である。

・ 今回の授業では，定数分離を中心に扱いたい。前時に３つの３次方程式の問題を扱うことは，スモールステップになっていて本当によいのか悩んでいる。

・生徒の気づきや発言を活かして授業が展開していきたい。

（質疑等）

（ア）定数分離を扱う意義

・ 数Ⅰでも定数分離に繋がる学習はしているのか。例えば，$x^2 < 4$ を移項せずに左辺，右辺を関数としてみるということ，数Ⅱの三角関数で定数分離を扱う場合など。

・ ３ 次方程式の実数解の個数を求めるモチベーションは生徒にあるのか。定数分離で解くモチベーションに繋がるようにしたい。

・ 定数分離以前に，方程式の解の個数とグラフの共有点の関連をすることが重要ではないか。

・ $x^3-3x=0$ を，$x^3=3x$として両辺を関数とみる生徒はいそうか。
・ GeoGebra を用いてグラフをかき，それを分析するという問題もありなのではないか。
・ 極値の解決と定数分離の解決を比較して，最後によさを言えるようにしたい。

（イ）この授業の主たる問いは何か

・ グラフと方程式の解の関係を生徒に理解させたいということがねらいであるが，生徒が知りたいと思うことは何か。
・ 3 次方程式が解けないが，解の情報が少しでもほしい。正なのか負なのかなどを知りたい。
・ 3 次方程式の解の個数は何個かと考えると，2 次方程式の解の個数は 2，1，0 だが，3 次方程式の解の個数は 3，2，1 になる。そこで解の個数が 0 個になる 3 次方程式があるかないかの議論ができるのではないか。

（ウ）生徒の現状

・ 前時の問題「$x^3-3x+2=0$ の実数解の個数を求めよ」という問題はどの程度解ける生徒か。

<u>検討（1 続き）8 月 26 日</u>

（授業者からの提案）

・ 前回の議論を受けて，前回提案した授業の 1 つ前の授業を研究授業とした。3 次方程式の解は 0 個ではないことに気づかせようとしているのが展開１。極大値と極小値が x 軸をまたぐときに解が 3 つあるということに気づかせようとしているのが展開２。

（質疑等）

・ 展開１で 3 問やらせる必要があるか。(1)をもとに平行移動してほかの問題を解決するアイデアをうまく表出することはできないか。
・ 展開２で GeoGebra を利用してグラフを見せるか。

<u>検討（2）9 月 16 日</u>

（授業者からの提案）

・本時のねらい（生徒に考えさせたいこと）

S1：３次方程式の実数解は，グラフと x軸との共有点の関係に着目して考えればよいこと。

S2：３次方程式は３個，２個，１個，いずれかの実数解をもつこと。

S3：３次方程式が実数解を３個，２個，１個もつときのそれぞれのグラフの特徴を捉えること。

（実数解が３個のとき，極大値が正、かつ極小値が負であることは少なくとも理解させたい。）

・最初に提示する問題①

「次の 3 次方程式の実数解を求めよ。

(1) $x^3-3x=0$　　(2) $x^3-3x+2=0$　　(3) $x^3-3x+5=0$」

展開②での問題②

「３次方程式 $x^3-3x+a=0$ の実数解の個数と，そのときの定数aの値の範囲を調べよう。」

・指導案作成段階で迷っていること

①本時のねらいが３つもあって欲張りすぎか？

②ねらいを達成するための「問い（問題②）」は適切か？
③展開②の流れ。生徒にとっては難しすぎる恐れあり。スモールステップで考えさせるのはいいのか？
④振り返りで生徒に S1，S2，S3 を答えさせたいが，なんと発問したらいいだろうか
（質疑等）
・ 授業研究の問いは何か。どのようなことに問題意識を持ってこの教材を取り上げたのか。
→3 次方程式の解を x 軸と関連させて答えられるか。また，生徒が 3 次関数のグラフと 3 次方程式の解の個数を結び付けられるかがわからない。その辺りの指導を見直したい。
・ 方程式の解とグラフの y=0 の共有点というところを膨らませて，問題①だけでも 1 時間の授業ができるのではないか。
・ 「3 次方程式は」の 3 次方程式は，一般の 3 次方程式なのか，この授業で扱う 3 次方程式なのか。→極値がある関数（この授業で扱う関数）で考えていた。
・ S3 は次の時間のねらいに持っていってもいいのではないか。また，S2 のねらいのように解の個数に着目するのであれば,「定数 a の値の範囲を調べよう」という課題②はずれているのではないか。
・ 展開①(1)は実数解を求めている。展開②は解の個数を求めている。課題が異なるので，どちらかに絞った方がよいのではないか。
・ 生徒に残って欲しい見方・考え方は何かと考えると，方程式の解をグラフを用いて考えることができるということが残って欲しいのではないか。
・ グラフと x 軸の共有点が方程式の解と一致することが大切なことなのではないか。グラフから考察することによって解の値もわかるし個数もわかるよさがある。
・ 方程式から抜け出せないような生徒（x の値を 1 つずつ代入していくなど）も取り上げつつ，グラフを取り上げることによって，グラフのよさが出る授業になるのではないか。

4.5.3.2　授業の概要

本研究授業は対面での参観が可能であったため，分担して特定の生徒の活動を把握した。授業全体の記録に表れない部分であるため，**記録者からいくつかの例を抜粋して**示す。（本報告書「授業実践データ」pp. 668-680）

$\boxed{\text{記録１}}$　4 人の生徒の活動の状況
13:15 開始
開始後 5 分くらい
(1) $x^3 - 3x = 0$ の実数解の個数を求める場面　13;20
S1「D（判別式）使うの？　b^2-4ac?」
S3「D 使うやつじゃないの？」
S2「微分するやつ？」
S1「因数分解したら勝手に何個か出てくるのでは？」「微分する？」
（S2 が微分を始め，つられて S1 も微分している。）
↓

（その後，S1 は前方生徒に教わり因数分解して解を求めた。）

(2) $x^3-3x-3=0$ の実数解の個数を求める場面

S1「くくれない。どうする」　(13:24)

S4「因数分解できないから微分する？」

S1「残った方法は微分しかない」

（S2 は実際に微分して $3x^2-3=0$ から x ＝1, −1 を求め，手が止まる。）

S3「$x^3-3x-3=0$　$x(x^2-3)=3$」（式をいじっている）

（S4 は，過去のノートを見返し，limit を使おうとする。）

（４人とも手が止まる。）

（後方の生徒から「グラフを描く」のヒントをもらい，4 人とも増減表を書き，グラフを描く。）

(13:32)

T「グラフからこの方程式の解の個数が分かるか？」

S4「実数解ってどこ？」

S1「ここから個数？」(13:35)

S4「y が０のときにこの 1 か所だけ？ここのxの値だけ？でもその値が出てこない」

S3「ここが＝０で y も０だから０」

S1「１こ。ここ？（←x軸との交点を指しながら）じゃここ何？」

前方の生徒：「何個っていう質問だから 1 個でいいんじゃない？」(13:38)

T 全体解説←(1)で確認

S1：「すごいな」

S1～S4：板書を写す（13:40）

T「ほかに何個のときがあるか？

S1，S2「２つ？」「ない？」

S1～S4：クロームブックを開く

(13:45)

S1「０個って本当にあるの？でも「作ろう」といっているからあるのか？」

「ここに接すればいいのか」

「２っていれたら 2 個になった」(13:49)

「＋２ってこと？」

S1～S4　2 個の場合を突き止める。

S3，S4 は 0 個の場合があるのかを考えている。

S3「絶対に（ x 軸を）通らないといけない。

（S3 はグラフを y 座標が - 50 くらいまでスクロールして追っている）(13:53)

「ずっとのびてるか？」

前方の生徒「傾きが正だったら絶対あがるから x 軸と接する」

T 解説（極値が０になるときの説明）(13:55)

S1「増減表のここ（導関数の部分を指さして）を０にするということ？

記録２

＜(1)$x^3-3x=0$　について考える場面（13:16）＞

Sa「D のやつって？」

Sb「あれ？　D は√の中」

（「この方程式を見たる x は何個ありますか？」に対して）

Sa「√？　√プラマイ」

Sb「ふつうに因数分解」

Sa「3 個」

Sb「そんなかんたん？」

・・・

Sq　$(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$

「前やったときマイナスなくなった？」「３つ？」

Sr　$x(x^2-3)=0$

「√つくの気持ちわるい。０は確定。一応かくとく？」

＜(2) $x^3-3x-3=0$ について考える場面（13:23）＞

（同じように左辺を因数分解して＝0 にして解く？　に対して）

Sr「１とか２とか入れて・・・」

（因数分解できないので・・・に対して）

Sq のノート

$x(x^2-3)-3=0$　なし

（T「これは解じゃないよね。でも微分は使えそうだね」に対して）

$y=x^3-3x-3$

$y'=3x^2-3$

$=3(x^2-1)$

$=3(x+1)(x-1)$　２個

「このあとどうするか？」

Sr「傾きを求めて　x が１とー1，極大値と極小値」

Sq　$3(x+1)(x-1)$の“3”について「傾きが３？」

Sr「yー○＝・・・」

Sq「とりあえず微分は傾き」

Sr「傾きが求まったら・・・」

Sa「微分したら２個までしか出てこない。」

Sq「yー○＝カ（xー○）」

Sr「微分するんじゃない？　１回グラフかいてみる。」「代入するんじゃない？」

・・・

Sq「$y=3x+4$」

（T「微分はしていました。$x=\pm 1$ で手がとまったけど，グラフが利用できないかな？
グラフから方程式の実数解の個数わからないかな？」に対して）（13:34）

Sa「実数ってプラス？」

Sq「放物線の式をつくり，それから・・・」

Sq「これは，本当は y がないわけ・・・。y が 0 のときはxが０？　何言ってるか･･･」

Sp「･･･」

Sq「とりあえずグラフかかして」

Sc「1 個」

（全体；「y が０になるところ・・・」に対して）（13:38）

Sq 「x 軸？」

＜GeoGebra を使い用い，$x^3-3x-\boxed{a}=0$　の$\boxed{a}$を変えて解の個数を調べる場面＞

（13:40～）

（（1）（2）のとき（0,3 のとき）の個数，2 個や 0 個はあるか）

Sb「4 個？」

Sa「奇数しかない？」

Sc「2 個になる場合むりじゃない？」

（GeoGebra を使って，□の数を変えて考える場面）（13:43～）

Sa「y 軸をぶっちぎるとき」

Sc「最初から？」

Sb「O を通る 1 か所・・・」

Sr「これ 1 か所じゃない？」（$a=2$ と $a=-2$ を代入）（拡大して見る）

Sq「理由？」「極値がそれぞれ−2，2 だから」「ちょうどぴったりだけしか・・・」

Sr「0 個ならないと思うけど・・・」「−5 入れても，5 入れても・・・」

$2>a$ ，$-2>a$　　1 個

（$2<a$　と修正）

Sr「これ本当に０個ない？　無理だと思う。」

記録３

＜(1)$x^3-3x=0$　の解の個数について考える場面（13:15～）＞

SA「３つじゃないの？」

（13:18）

SB「微分して・・・，因数分解して・・・」

SC「微分必要なくない？」

SB「グラフかいてさ，0 で交わるところ。」

SA「全部いいの？」（13:20）

SB「実数だから，全部・・・。3 個でしょ」

＜(2)$x^3-3x-3=0$　の解の個数について考える場面（13:22～）＞

（T「因数分解できません。ほかの方法で・・・」の場面）(13:23)

SA「じゃあ SB の方法で良いんだね」

SB「とりあえずグラフ・・・」

（SA,SB は増減表とグラフの概形をかいた）

SA「解は1個」（13:28）

（生徒が板書，発表「グラフかいたときに y=0 のところで解の個数かなと思った」

（13:36）

（T「納得できる？できない？」の問いに対して）

SA,SB「できない・・・」

<GeoGebra を用いて$x^3-3x-\boxed{\square}=0$　の$\boxed{\square}$の値による解の個数を考える場面>

問題「方程式 $x^3-3x-\boxed{\square}=0$　の定数項に値を入れて，実数解の個数が2個や0個になる3次方程式を作ろう。（理由も考えること）」に対して（13:42）

SB「どういうこと？」

SA「ここの，$\boxed{\square}$の中に，何入れたら，解が2個とかになるかってこと」

SB「え？何かよく分かんねえ」（13:46）

SA「0個がわからん」

（T「a とおいて考えてもよいね」）

（SA のノート　　a＝2,－2 のとき2つ　）（13:50）

（T「できた？」に対して）

SC「極値が0だから・・・」「カンで」

（13:53）

SC「極値が0になるときに2個になる」

（0個の場合について）

S?「最初に上がって，そのあと下がって，そのあとまたずっと上がるんで，絶対どこかで x 軸と交わる」（14:00）

（これまで学習してきた方程式の実数解のまとめの場面。一次方程式の解は・・・）

（14:02）

SB「（$ax+b=0$）　b=0 にして考えると・・・1個じゃん」

4.5.3.3　研究協議の概要

<授業当日の研究協議から>

対面授業での参観であったため，授業後に研究協議を行った。このときの記録は本稿の節末に掲載している。

（自評）

- 3 次方程式の解を求めよというときに微分をしてしまう子が本当にたくさんいた。それを取り上げるべきなのか迷ったが今日は取り上げなかった。
- 方程式の解を求めることと，微分して解を求めたことが同一だと思ってしまっている生徒がたくさんいる。(1)でもグラフで確かめるということをしてもよかったかと後から考えた。
- 定数を文字 a で置いた問題では，「0個はない」と言ってる生徒もいたが，a に－2 と 2 を入れるというところまでは分かったけれども，その理由はやっぱり分からない生徒もいた。増減表でグラフを書くという生徒を想定していたが，このクラスは出なかった。他のクラスでやったときはそれをもとに，平行移動よりも増減表を書いて、極値に a が

入るからそれがゼロになればいいという議論ができた。

（協議）

（ア）把握できた生徒の様子

- 生徒どうしが話をしながら考えている様子がよくわかった。生徒がどのようにアプローチしていたか。
- (1)$x^3-3x=0$で，「俺ら、微分以外何もないよな。武器はもうこれしかないよな。だから微分した。でもここからどうしよう」という生徒（グラフはかかなかった）
- $f(x)$とおかず，$3x^2-3=0$，$x=\pm1$までで止まっていた。
- 最初は「bを使うの？」と言って、判別式を書いていた。「因数分解したら勝手に何か出てくるんじゃん？」と一人が言ったが，別の生徒が「微分する？」と言うと，4人とも微分に移った。過去のノートを調べていたが，そこで止まっていた。
- (1)で因数分解するときに，$\sqrt{\ }$のつく数を認めにくい様子が見られた。その後，(2)については$x(x^2-3)-3=0$とした後で手が止まっていた。
- 前回休んでいた生徒ではないかと思われるが，微分は傾きだというところで、直線に何か帰着してできないかと考えていたようにみえた。接線の方程式を出して、それと元の関数の共有点を探ろうとしていたところがあった。
- (1)で $x=\pm\sqrt{3}$を解と認めるか迷っていた生徒。また，(2)を $x(x^2-3)=3$として，(1)の結果が使えないか考えた生徒。近くの生徒が「かけて3になる数はたくさんあるから」のように言っていて，生徒どうしで学んでいる様子がわかった。この式は，左辺のグラフを利用してy=3との交点を考えるという方法につながるので，いずれ活かされる可能性がある。
- (2)で，xに何か適当に入れて，何を入れたらゼロになるか考えようという発想がみられた。結局微分する計算に移ったが。
- (2)で，「因数分解できないので解はない」と書いている生徒がいた。
- (2)で微分した式から$x=\pm1$を求めたが，この値が何かわからずに止まっていた生徒。式に代入したり，「傾きだから」という発話は見られたが，どうしてよいかはわからなかった様子。
- (2)で微分した式から$x=\pm1$を求めたが，（1）は解が3個なのに（2）で2個になるのは変だ，と言っていた。「微分したら別の式になっちゃう」とも言っていて，素朴に疑問を発したり，理解を確認していく様子が伺えた。

（イ）方程式の解を求めることから，解の個数を調べることへ

- 取りあえずグラフをかくらしいという話が聞こえてきて，ある生徒が「グラフをかいて何になるんだよ」と言ったら，近くの生徒が「そこから見つけるんだよ」言って増減表をつくってグラフをかいた。「これは実数解はどこ？」「ここが個数？」など，グラフから何かを読み取ろうとしているところで意味が伝わっていった様子であった。「yがゼロのときに，ここのxの値だけど，この値出ないよな」「ここがイコールゼロで，yもゼロだから、ここだな」となって，「1個はここ。じゃあここは何？」と言ったら，「何個という質問だから，1個でいいんじゃない」と言って，「あ、そっか」となった。
- ある生徒が増減表を書き始めて「微分して因数分解してさ」と言っている横で，「微分は必要なくない？」と言っていた生徒がいた。「いや、グラフを書いてゼロと交わるところ

だからさ」みたいな感じになって、結局みんなグラフを書くという流れになったが，グラフをかいたところで，「これは全部いいの？」という生徒もいた。実数解の意味の問題と推測できる。

（ウ）グラフと解の個数（Geogebra の利用）

- ○○の生徒たちは，これで 2 個だとか、マイナス 2 と 2 のところでこのときが 2 個だというのが分かって，極値が 2 だからとか、そういうことも言っていた。
- 0 個というのがあるんじゃないかと結構考えている生徒もいた。
- a=2 のときに解の個数が 2 個になることを見いだしても，「極値になるとき」に結びつかない生徒がみられた。
- a の値を変えても，微分すると同じ式になるということに気づいた生徒がいて，生徒にとって大発見だったと思う。自分たちで話しながらいろいろな発見の様子が見られ，このような活動の重要性が伝わってきた。

＜協議のまとめ（長尾）＞概要

- 方程式を解くことと，方程式の解の個数を求めること，それぞれの趣旨が生徒に伝わっていたかを指導のねらいとともに振り返ってみてもよい。生徒にとって自然は反応だったのではないか。
- 生徒の現状を授業で変えていくということを考えてほしい。
- 何のためにこの教材を扱うかを考えてほしい。例えば 2 次関数から 3 次関数へと教材が変わっても，同じことをやっているということに気づき，それが深められていくような指導であってほしい。
- 方程式の応用を扱う目的，方程式を関数値の問題とみて関数を調べること，そこでの微分や積分の価値など，全体を見通すと，授業も変わってくるのではないか。

＜オンラインでの研究協議から（12 月 11 日）＞（本報告書の別冊，pp.681-702）

研究協議での質疑や意見から主な論点を抜粋し整理する。

（自評）

- なかなか自分の意見を言わなかったが，9 月ぐらいから，少しずつ，自分の意見を言い出せるようになった。
- 方程式の解が，グラフと x 軸の共有点に着目すれば，個数とか，そういう情報が求まると，しっかり落とした上で，3 次方程式の解の個数，0 個になる場合はないと落とし込みたかった，そして最後に，今までやっていた 1 次方程式，2 次方程式と統合して，考えさせるというようなことを考えて，つくった授業でした。
- 展開 1 ですけれども，3 次方程式の解はいくつだろうというときに，微分してしまって，行き詰まる生徒がたくさんいたのが驚きだった。「方程式の解の個数は，どうやって求めればいいと思う」というようなところの発問で，展開に移る前に，分かったことを聞き出すべきだった。
- 生徒たちが，自分たちで，友だちと楽しそうに話しながら時間が得ているのを見ているのは，うれしかった。

（協議から）

（ア）3次方程式の解の個数が，1個か，2個か，3個のところで生徒にどのぐらいしっくり来ていたか。

・0個については，

（授業者）0個になることは多くの生徒がすぐに分かったと思っている。2個で，極値が0になればいいのではないかと気付いた生徒も何人かはいたとは思うが，大半は，GeoGebraを使って値を入れて探すことで2と−2になると気付けていたと思う。その際，予想してから値を入れている生徒もいたとは思うが，いろいろな値を入れてみて，なった，という生徒が多かったと感じている。

（イ）生徒にとって，(1)の解を求める問題から，(2)(3)の実数解の個数を求める問題へのギャップがなかったか。

- 実数解の意味もあいまいな生徒がいた。(1)で$\sqrt{3}$が実数かどうか迷っている生徒もいた。
- 実数解の個数を求めるためにグラフをかくというより，なんとなくかいているという生徒もいたと思われる。
- グラフとx軸との交点が実数解だということと関連付けて理解できるようにすることが必要。
- 授業の後半で，グラフを見ながら、グラフと方程式のつながりを考えている生徒たちの議論もみられた。
- グラフとx軸との交点に限らず，グラフ上の点の意味についての理解について考える必要があるのではないか。

（ウ）知識を関連付けること

- 学習指導案検討の際,「知識がバラバラ」という生徒の現状が話されていたが，この学習のあと変化は見られたか。

→グラフの価値に気づいて，いろいろな問題をグラフを活用して考えようとするようになった。

（エ）GeoGebraの利用

- aの値を規則的に変化させてグラフの動きを調べるという活動は見られなかったか。
- グラフ上をトレースして, 座標をよみとるという使い方を取り入れることも考えられる。代入して値を求めることと，グラフを読みことを結びつける活動になる可能性がある。

＜協議のまとめ（西村）＞概要

（1）概念的理解をどうつくるか

断片的な知識になってしまっている生徒の現状に挑もうとした授業であった。

関数$y=f(x)$と方程式$f(x)=0$の関係の理解と捉えれば，中学校でも数学Ⅰでも学習しているはずであるが，結びついていない。生徒にとっては次々と与えられる問題を解くという状況になってしまっていることの一例であり，同様のことが多くの学校で起きてしまっているのが実態ではないか。

（2）多面的にみる活動

GeoGebraがあればグラフがかけるという状況になるとき，何を大事にするかを考えると，概念的理解の重要性につながる。具体的には，$y=f(x)$を多面的に考察する機会を設けることが重要だが，実態は，やり方を覚えてそのとおりにやることになっていないかということである。

例えば，$x^3-3x-3=0$であれば，$y=x^3-3x$のグラフをy軸方向に-3だけ移動させてx軸との交点を考えたり，$y=x^3-3x$と$y=3$との交点を考えたり，あるいは$y=x^3$と$y=3x+3$との交点をみようとしたりするなど，多面的に見ることができてほしい。2 次関数の学習でもこれと同じことができるはずだが，そのような扱いはされていないのではないか。GeoGebra を使いながら，このような学習場面をつくっていけば，解の個数を調べることも含まれるだろうし，対象とする関数が変わっても考え方は同じである。このような捉え方で学習内容全般を検討してみる必要があるのではないか。

今回の授業も，「方程式の実数解の個数を関数のグラフを利用して考察すること」というところに着目して，あえて，この問題を解くことだけを目標にせずに，少し，広いところを見ていこうというところに，真の価値があったのではないか。

GeoGebra を道具として使っていくことも，このような活動の中に位置づけられるべきである。

4.5.4　考察

今回のチームとしての取組から，授業研究コミュニティをどう形成していくかというテーマに対して，図 4.5.2 の観点で振り返る。

今回の取組においては，図 4.5.2 の「２」「３」「４」がなされたと考えられる。　基本的には異なる学校に勤務しているメンバーによるチームであったが，オンラインにより時間を共有することで，学習指導案の検討と作成を進めることができた。検討の場では，教材についての理解を深めることができ，それにより授業者が学習指導案の改善に力を注いだ。

研究授業については。オンラインによる映像の配信（授業１）と，対面での参観（授業２）の両方が行われた。前者について，授業の撮影では同じ学校の教員の参加を得て議論にも加わり協力を得られたことに助けられた。コロナ禍の中で集まることが難しい状況下でも，研究授業と協議ができたことは，今後の授業研究コミュニティ形成に向けての１つのモデルと考えられる。また，後者では，教室での生徒の活動を分担して記録にとり研究協議で共有することができた。この意味で，可能であれば，研究授業は直接参観することが望ましいと言える。

研究協議については，学習指導案の検討と同様，オンラインでの実施により，資料や映像を見た上での協議が可能であり，遠距離の学校に勤務する教員のチームで取り組めるものと考えられる。このとき，生徒の活動について，ワークシートの記述や，把握できた発言，発話などの事実を共有できる状況をつくることが重要である。

今後の課題として，「１　目標や研究主題の設定」「５　振り返り」が挙げられる。本来であれば，学校研究として行われるのが望ましいが，高等学校数学科教員の置かれている現状で，授業研究に取り組む可能性を拡げるために，今回のような取組を継続しつつ，共通の研究課題を見いだすこと，また，研究授業・研究協議を受けての取組を共有の場をつくってくことを考える可能性があると思われる。

今年度の取組を受け，参加者から「この取組を通して考えたこと」をよせていただいた。今後の取組に活かしていきたいと考える。

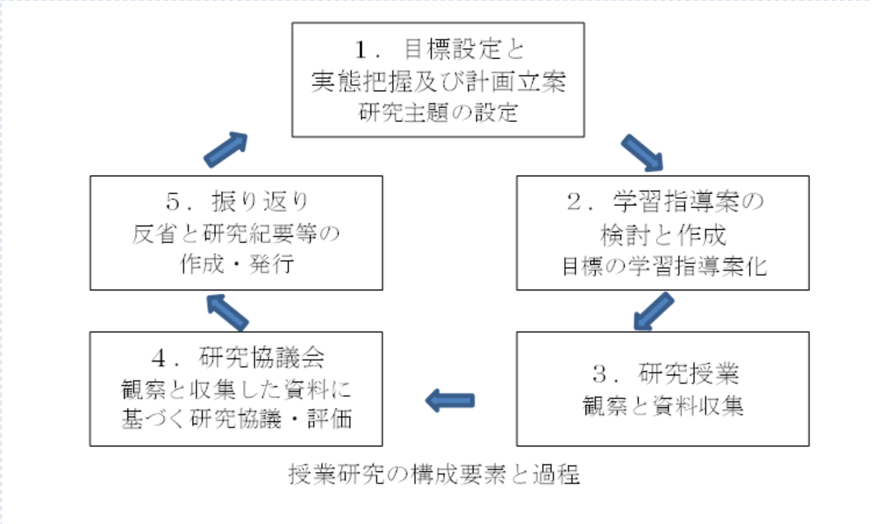


図 4.5.2 授業研究のサイクル

藤井斉亮（2014）．理論構築の萌芽領域としての算数・数学科における授業研究（2）授業研究の構成要素と構造の特定．日本数学教育学会第2回春期研究大会論文集，113

（文責　太田伸也）

「この取組を通して考えたこと」

高橋雪絵

研究授業者としてお声掛けいただき，貴重な体験をさせていただいたこと，とても感謝しています。また，同じ職場の伊吹先生と西沢先生にも参加していただいたことで，協議会後も職場で授業について気軽に議論することができました。数学科が 13 名いる職場ですが，次年度はこの輪を少しでも広げていければと思っています。

今回の研究授業(検討会・協議会を含む)について，考えたことを以下に 3 点述べます。

(１)授業の目的を明確にすることの大切さ

当たり前のことですが，「何のための授業なのか」を授業者が明確に持っていないと，検討会で何を練るべきなのかが曖昧になってしまうということを痛感しました。実際，私の行った研究授業についての検討会も，私が曖昧な考えをお示ししてしまったときは，先生方も指摘がしにくく，停滞してしまったと思います。一方で，検討会で先生方のご意見を伺い，授業の目的がはっきりしてからは，見通しを持って授業を構成することができたように感じています。研究授業の目的を明確にすること，もし，明確になっていないならば，扱う問題や発問の検討の前に目的を検討会参加者全員で協議し共有することが大切だと考えます。

(２)この授業のおおもとにある数学的見方考え方は何なのか

今回の授業は「内積を定義することを通して，生徒に『数学』を構築する経験をさせたい」という思いのもと行いましたが，こういった「○○(問題・題材)を通して，●●を身につけさせたい・経験させたい・学ばせたい」の●●の部分がより一般的な数学的な見方・考え方になっているかどうかという観点で授業を構成していくことが大切だと感じました。今回の授業の場合は，「『数学』を構築する経験」が他の場面でどのように活かされるかということに関する考察が足りなかったので，場合によっては授業者の自己満足に

うつってしまったかもしれません。一般的な数学的見方考え方を授業者が認識し，それらと高校数学の各題材との関わりを意識しながらつくられた授業でなければ，その価値を語ることは難しいと考えさせられました。

(３)気軽に数学を語ることができる環境があること

みなさんと一緒に授業を練りあげていくことは，ひとりでは成しえない充実したものでした。いい授業を作るためには，職場の内外問わず，身構えずに数学の話をできるような関係性を築いておくことが大切だと感じています。オンライン授業の普及により，Teams や Zoom でのやり取りも日常化してきているので，これらも活用しながら授業づくりを続けていきたいと思っています。

最後に，ご協力いただいた伊吹先生と西沢先生から感想をいただきました。

この企画に参加させていただき感謝しています。中身の議論もさることながら，１つ１つのテーマに誠実に向き合い議論するメンバーの誠実さが印象に残っています。普段，我々高校教員は，その忙しさを言い訳にして，授業に対する議論，とりわけ数学的な視点からの議論が不足していると感じています。まずは全ての教員が議論できる，分かっていること・分かっていないことを素直に検討できる空間設定が大切だと感じました。（伊吹大輔先生)

普段の授業を考える中で，生徒の多様な考えや思考に触れたいという想いは常にあります。しかしこれがエゴのままでは授業にならず，まとめるだけの見通しが無ければ授業者たり得ないのだと考えさせられました。その点高橋先生は，多様な発想に対応するだけの準備を堅実に整えていたと感じます。貴重な機会を頂いたことに，感謝いたします。（西沢康平先生)

「研究授業を通して学んだこと」

阿部朋美

この授業の指導案を作り始めた頃は，教科書にあるからという理由で「$x^3-3x^2-a=0$ が異なる３個の実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。」という問題を扱うことに決め，定数分離させることにこだわっていた。だが，この単元の本当の魅力は，グラフと方程式を行ったり来たりできる「見方・考え方」を学ぶことができることである。指導案検討の中で，そのことに気づかせていただいたことが，私にとって大きな学びであった。またこれまでは，Geogebra を用いて生徒に思考させる場面で，何も考えずに変数をスライダーにして操作させていた。だが，ボックスにすることで生徒の考えを深めることができるのだと教えていただいた。これまで生徒に何となく操作させていたことを反省し，自分では思いもつかなかったボックスという手法に感心し，複数の先生方で授業を練り上げていく良さを感じた瞬間であった。

協議会では，参観された先生方から授業中の生徒の思考をたくさん教えていただいた。私が見取ることができなかったものも多くあった。その中の一つ，$x^3-3x=3$ と変形した生徒の考えを翌日の授業で取り上げた。式ではなくグラフを活用して考えさせたら，生徒から「グラフってすごい！」という歓声が上がり，グラフを用いて考える良さを

理解することができたようであった。初めは「定数分離の考えをどのように生徒から導き出すか」ということに悩んでもいたが，$x^3-3x=3$ と変形したことで定数分離の考えを自分たちで見つけ出すこともできた。生徒が考えたプロセスを振り返ることで学ばせることが，深い学びにつながると実感することができた。

来年から観点別評価が始まることを受け，本校では，どこで何を評価するのかの検討が始まっている。それぞれの単元の魅力を再確認し，「どのような『見方・考え方』を学ばせたいのか」という視点で同僚たちと授業づくりを考えていきたい。

指導案検討・研究授業・協議会，どれからも学ぶことが多く，このような機会をいただけたことに心から感謝しています。ありがとうございました。

「この取組を通して考えたこと」

神奈川県立厚木清南高等学校　厚美香織

東京・金沢グループにて，指導案検討会から事後協議会に参加させていただきました。私は公立高校に務めております。高校の授業研究の実態として，授業研究の場は年1回程度であり，指導案を作るのは個人に任されており，事後協議会でようやく複数の教員で協議するに至ります。

これに対して，今回の取組は，「授業研究のコミュニティ」の先生方と指導案検討の段階に，複数回協議できたことが大変有意義であったと感じました。さらに，都道府県という垣根を越えた先生方と，東京学芸大学の太田先生，西村先生，金沢大学の伊藤先生をはじめ大学の先生方も一緒に，大学のゼミのような感覚で議論できたことが，貴重な経験となりました。その中で，授業における問題の選定，展開の仕方，生徒に何を考えさせたいかなど，自分の教材観・指導観にはない切り口を知ることもでき，大変勉強になりました。

小・中学校の授業研究に比べて，高校の授業研究は盛んでないという現状がありますが，私はその原因は「授業研究の場」がないということが一つの要因であると考えています。現に私の学校では，単位制であり三課程（全日制・定時制・通信制）併設であることから，授業変更できないということを理由に，2020 年度まで授業研究会は行っていませんでした。学校の中で一番大事な「授業」について，教員同士が話し合う場がなかったのです。そこで，校務分掌グループとして「授業研究」の必要性を訴え，2021 年度やっと「授業研究会」が実現したところです。

高校の先生方は，教材・指導の仕方に「こだわり」を持っている人が多いです。まず始めの一歩として，指導案検討から始まる「授業研究の場」さえ設定できれば，教材観・指導観・生徒観それぞれにおいて，有意義な議論ができると考えています。その「授業研究の場」がどの学校においても当たり前の環境となることを，まず身近な自分の学校から働きかけていきたいと思います。

最後になりますが，今回，このような場に参加させていただいたことを感謝申し上げて結びといたします。ありがとうございました。

「この取組を通して考えたこと」

東京都立多摩科学技術高等学校　夏原智史

この取組を通して，研究授業の内容及びそれに関わる単元について，問題意識や数学的に重要な考えを共有したことで，教材に対する自分の考えを深めたり見直したりできたことが成果である。普段学校内で授業の進度や問題の扱い方について確認することはあるが，内容に関する問題意識や，その内容を通して学ばせたいことなどを協議することはほとんどない。多様な学校からの参加者と協議できたことで，教材に対する考えを深めることはもちろん，ベクトルの内積の指導を通して定義すること自体を学ばせるなど，根本的に教材に対する考え方を見直すきっかけとなった。また，生徒の思考の方向を定めず，生徒の思考に寄り添って考えることが何より重要であると再認識できたことも収穫である。生徒が何に疑問をもつかを事前に十分検討し，解決する過程でも生徒の疑問を共有していくことで，自然と教師が進んで欲しい方向へと展開する様子や生徒が数学を通して活発に議論する様子が見て取れた。

これらの成果に対して，根本的な問題意識まで掘り下げて指導を検討することは，自分にとって大きな課題であると考えている。先に示したベクトルの実践のように，根本的にその指導意義について見直し，各単元の内容を通して生徒に何を残したいかなどの問題意識もって指導について検討することはできていなかった。少しずつでも根本的な問題意識をもって指導を検討し，自身の蓄積として生徒に還元することが必要である。また，これまで教科内で単元や教材について深く協議するにはどうしたらよいか悩んでいたところである。この点についても今回の他校の取組を見て，問題意識をもって授業実践を行い，それを他の教員に公開することで，教科の内容に関して深い協議をするための契機とできると考えている。

「この取組を通して考えたこと」

東京学芸大学附属高等学校　木部慎也

この取組に関わる検討会や協議会に参加させていただいた後の共通点として，読み返したくなる文献があったり，考え直したくなる授業計画があったりと，毎回自分なりの宿題が見つかる，という点がありました。夏原先生の第 2 次導関数の授業を見て，授業内で扱う関数一つひとつを見直したくなりました。髙橋先生のベクトルの内積の授業のつくり方を，自分の授業でも「データの分析」における分散の定義の検討や，「図形と計量」における三角比の定義域の拡張の場面において，活かしてみたくなりました。このように，会の後の帰り道は，いつも考え事をしながらの運転で，自宅までの道のりがあっという間に感じていました。これこそが授業後に残すべき「余韻」なのだと考えています。

また，こうした機会を積み重ねる中で自分自身の授業づくりの姿勢もまた変容していったことを実感しています。

最初に参加させていただいた夏原先生の授業の協議会では，第 2 次導関数の性質を生徒にスムーズに理解させるにはどうしたら良いかを必死に考えていた記憶がありますが，これまでの指導案検討会などの記録を見返すと，しきりに生徒が問題に取り組むモチベーションについてコメントする自分の発言が目につきました。今年度指導した教育実習生の実習日誌には「木部先生からご指導いただいた，生徒のモチベーションという視点を大切

にしながら授業づくりに励んでいきたいです。」との記録が残されていました。これらは，生徒のためにどう教えるか，という視点から，生徒の考える過程や姿勢まで掘り下げていく視点を意識するようになった結果かと思います。

この取組では，自ら学びたくなる気持ちを改めて体験させていただいたとともに，授業研究において重要な視点を具体的にいくつも学ばせていただきました。学んだことを研究会や実習生指導の場面に活かせていることを感じつつ，授業の質的改善を目指して，授業研究のあり方をより深く研究していきたいと考えています。

「この取組を通して考えたこと」

東京学芸大学附属国際中等教育学校　小林廉

今回の取組を通して最も印象的であったのは，研究授業をされたお二人の先生が，一連の取組を通して，実に多くのことを学ばれ，数学的に考える態度育成のための授業実現に向けて大いに手応えを得ていたように感じられたことである。昨今，「授業研究（研究授業）には意味がない」という嘆きのような声を聞くことがある。しかし今回授業されたお二人の過程や結果を目にした身からすると，そんなことは微塵も感じられなかった。なぜだろうか。

まず，お二人の非常に前向きで向上心のある態度や姿勢が効いていたことは間違いないと考える。指導案検討において，ご本人の思いに批判的な検討がなされることもあったと考えられるが，それを意見としてしっかり受け入れて改善を繰り返しておられた。その過程が，上記の手応えを感じるにあたって不可欠であったように思う。

次に，これは上記の点とも関係するが，「授業研究コミュニティ」としての質が担保されていたことが大きかったと考える。指導案検討では教材の価値や予想される生徒の実態が何度も議論になったり，そのたびにそもそもの目標は何なのか（生徒たちに何を残したいのか）に何度も立ち返ったりし，そして研究協議では生徒の実態を踏まえた議論がなされるとともに，指導案検討時の議論を超える本質的な指導助言がなされていた。私自身，自分の学校とは異なる生徒の実態を踏まえて目標や教材を考えること，そのうえで研究授業において生徒の実態を観察すること，そして自分の中にはなかったような視点から指導助言を聞くことは大変勉強になった。こうした質が担保されているからこそ，「授業研究（研究授業）には意味がない」などとは全く思えないし，研究授業された先生方も手応えを感じられたのではないか。逆に，こうした本質的な指導助言などがなされないと，授業者としては意義あるフィードバックを得られず，時間をかけたわりには「授業研究（研究授業）には意味がない」となってしまうのではないか。

つまり，数学的に考える態度を育成する授業の実現に向けて，「授業研究コミュニティ」の形成には非常に意義があることを実感できた。またその一方で，この取組を拡げていくためには，質の担保された「授業研究コミュニティ」をいかに形成していくかが問われることになると考えた。なお，この点に対して，今回，研究授業をされる先生の勤務校におられる他の数学科教員の方々が参加されたことは大いにヒントになるように思う。当該の高校のお一人の教員だけでなく，教科全体へと価値観を共有していくことは，当該の高校にとっても非常に意義があるはずだ。何より，本来的に，授業研究は個というより教

科全体で問題意識を共有して臨むものであるはずだ。それに，同校の先生方が複数参加されることは，他校の教員である我々にとって，当該の高校の実態を知るうえで大いに助かることにもなる。今回のように，授業者以外の同校の先生方が参加される取組が今後も実現されるとよいと思う。

最後に，指導案検討はオンラインで十分に行えることがわかったことも収穫であったと思う。対面で集まることを前提にしてはお会いできないような地域の先生方と議論できたことはとてもよい経験となった。ビデオ撮影と公開についても大変工夫されており，本科研は新たな「授業研究」の一つの形を生み出したのではないかと考えている。

石川県野々市明倫高等学校　阿部先生　協議記録　**2021** 年 **11** 月 **16** 日

（敬称略）

長尾：コロナも今のところ落ち着いているので，こちらのほうにも来させてもらうことができました。今年，今日で 3 回目か 4 回目。いつもだったらかなり出張が多いんですけれども，ほとんど行かずにオンラインでいろいろなことをやっています。この会も，一昨年から始めているんですけれども，今年になってかなりオンラインでの議論もできるようになり，また，いろいろなところに広げていこうと思っています。指導主事会が，今度 11 月 26 日にありますが，そこでももしよければアナウンスをして，指導主事の先生方にはオンラインで研究会をするときには，入って聞いてもらうだけでもいいので，時間があったらそうしてもらえませんかと言おうかと思っています。全国の指導主事の先生に聞いてもらうだけでも結構，こんな議論が今，授業に関してはされているんだとか勉強になることがあるので，輪を広げていくことを考えています。石川県はなかなか来る機会がなく，今までできていませんでした。今日は阿部先生にやってもらって初めての会になります。今日は阿部先生，ありがとうございました。

授業がうまいとか下手とかというような評価は一切しない。ここはこういう生徒の見方が要るんじゃないでしょうか，こういう教材の見方をして，こういう捉え方がいいんじゃないでしょうかとか，そういうことを出し合って，授業力を高めていこうとする会なので，そのつもりでいろんな話をしたり聞いたりしていただければと思います。よろしくお願いします。

西村：それでは今から 1 時間ぐらいやりたいと思いますが，今，ちょっとここで話していて，みんな非常に面白かったと思っています。まず自評をお願いします。

阿部：他のクラスでもやってみたのですが，やっぱり 3 次方程式の解を求めよというときに微分をしてしまう子が本当にたくさんいて。

西村：最初の？

阿部：最初です。一番初めのあそこで，$3x^2-3=0$と同一じゃないかと言う子がやっぱりいて，今日もたくさんいて，これをどうしたらいいんだろうなと。それを取り上げるべきなのか，でも取り上げたら話がずれるよなと思いながら，今日は取り上げずに来たんですけれども。

生徒たちも微分するということが強過ぎて。方程式の解を求めることと，微分して解を求めたことが同一だと思ってしまっている生徒がたくさんいると。ここをどうしたら，こ

ういう間違いを何とかできるのかなというのが自分の疑問で。今日，生徒がどんな状況になるのか分かんなかったんですけれども，やっぱりたくさんそういう生徒がいたので，そこをどうするべきだったのかなということは，皆さんと協議したいなと思っていることです。

あとはやはり習熟に差があって，(1)で，もうグラフをかいて求めてしまっている生徒もいたというところで，最後やっぱりそこに頼らざるを得なかったという･･･。検討会でも言ったように，方程式の解がグラフと結び付かない生徒がたくさんいるという検討で，結局分かる生徒に頼ってしまうことになるんじゃないかと危惧されてしまったとおりだったなと思っていて。これも今日の授業で，この後そういうことが解消されるのかなというところもすごく自分の中では疑問に思っていたりもして，やっぱり。

西村：今の(2)の真ん中やつね。

阿部：そうです。真ん中のあそこです。それで，あの(1)のときからグラフをかいている生徒にかいてもらったんです。ただ，あの生徒は(1)でグラフをかいて 3 個と言っていたときには「これは本当に合っとるのかな」とやっぱり疑問だったのが，私が「因数分解は 3 個だね」と言ったことで，自信を持って(2)は問いていたので，「確信持てるよね。じゃあかいて」と言ってかいてもらったという，そういう感じなんです。

だから(1)でグラフをかいている生徒は(1)の解答で確信を持てたと思うし，逆に(2)で「グラフはかけないんじゃない？」と思った生徒は，「でも」と不安だった生徒は，「じゃあ(1)のグラフをかいてみ？」ということでやっぱり腑に落ちたということがあって，両方ともグラフで確かめるということをしてもよかったのかなと，後から思ったりもしています。それが(1)の囲みのところです。

あと，あの四角の(聞き取れない)ごとの中に，テキストボックスの中に値を入れてというところは，もう 0 個はないと，結構核心を突いて言っている生徒もいたので，そういう生徒はグラフのことが分かっているなと思ったり，あとは a に－2 と 2 を入れるというところまでは分かったけれども，その理由はやっぱり分からないということで。

それで，平行移動しか出なかったのだけれども，増減表でグラフをかくという生徒もいるかなと想定していたんですが，このクラスは出なかったのが残念かなと。他のクラスでやったときはそれが出て，どちらかというと平行移動よりも増減表をかいて，極値に a が入るからそれが 0 になればいいと言って(聞き取れない)は出ていたので，それも写真に収めておけばよかったとちょっと後悔していますが，そんな感じで(聞き取れない)と，いつも思っています。

西村：今日一番教えたかったことはどれですかね。

阿部：真ん中です。あの青で書いてあるところです。方程式の実数解の個数がグラフと x 軸の交点というところで。

西村：ああ。ということで，そこにポイントを持って授業をしていたということになったと思います。われわれも見ていて，阿部さんも前から言っていたように，生徒が心配だという話をしていたんですが，いろいろなことをつぶやいていたり，お隣と話していたりしていて，そこがこの授業づくりを考えていく上での非常にいろんなヒントになるなと思いました。なので，皆さんからちょっとこんなことを考えていた生徒がいる，こんなことを言っていた，それは合ってないことも含めて，皆さん，興味が湧いたのを報告していただけると，本時のねらいに対して，どう子どもたちがアプローチしていたかということが分かってくるかと思うんですけれども，いかがでしょうか。どなたからでも。はい，どうぞ。

TA：最初の(1)のところですけれども，目の前の生徒はグラフをぱぱっとかいておりましたが，廊下側の左前の男子たちは「俺ら，微分以外何もないよな。武器はもうこれしかないよな。だから微分した。でもここからどうしよう」というような発言をしておりました。ですから，とにかく持っているものを使った，でもその後の見通しは立っていない。そういう生徒がいる中で，グラフをかいてやっているという生徒だったなというふうに思いました。

西村：(1)で微分して，グラフはかいた？

TA：かいていないです。

西村：なるほど。

TA：とにかくもう微分しか武器がないので，微分だけをしていた。

阿部：$3x^2-3=0$もしていなかったですか。

TA：$=0$はありました。逆に言うと $f(x)$がなくて，ただ微分していたと。

阿部：うん。$3x^2-3=0$で±1 で止まっているということですか。

TA：も，ない。

阿部：なかった，うん。

TA：ない状態の子もいました。

伊吹：今と同じところだと思うんですけど。

西村：はい，どうぞ。

伊吹：最初は「D を使うの？」と言って，判別式でいったんですね。b^2-4ac。だから，2 次方程式，3 次方程式という感覚があまりないのかというのと，おっしゃるとおり，ただ「因数分解したら勝手に何か出てくるんじゃん？」と一番左の生徒がぽつっと言ったんですけれども，それはかき消されて，B が「微分する？　微分する？」みたいになったら「そうだよな。微分しかないよな」みたいに A もうつる。

とにかく，その 4 人は 1 人が「これやろう」と言ったら，みんながわーっと。それで，lim もやっていました。lim というのは，過去のノートで探る。過去のノートでやった武器を何か使うという発想なので，一つ一つの武器の背景というか意味がつながっていないのかなという感じはしました。それで，微分して手が止まっていました。

太田：前から 2 番目の。

伊吹：そうですね，はい。

高橋：九段中等の高橋です。今日はありがとうございました。またちょっと今のとは関係がないかもしれないんですが，まず私が見ていたのが，こちら側の前から 3 番目の 3 人と，その前の 3 人の女子を見ていました。それで，代わる代わる面白いことを言うので，何かどちらを見ようかな，どうしようかなみたいな感じで，ちょっとつまみ食いだったんですけれども。後ろの 3 人の子たちはまず(1)の段階で，因数分解するときにあまりルートを，平方根をあまり認められないというか。だからそういう見方もあるんだなというのが，私がまず勉強になったなというところで。

それで，(1)の終わった後に平方根を含む因数分解を認めたんですが，そこに引っ張られて(2)は定数項以外，－3 以外のところをくくっていて。それは何か結構やると思うんですけれども，因数分解できないような 3 次方程式のときに。それが，自分がもしこの授業をやるとしたときに，この後，何か生かせる部分がありそうな感じがするなと思いながら見詰めていました。

最後，ちょっと多くてすみません。その前の，前から 2 番目の女子 3 人の真ん中の生徒は，多分前回いなかったのか，グラフの印象よりは接線の印象が強かったみたいで，とに

かく微分は傾きだというところで，直線に何か帰着してできないかなと。直線の元の，接線の方程式を出して，それと元の関数の共有点を探ろうとしていたところがあったので，放物線と接線というイメージだったので，何かあまりうまくはいかなかったんですけれども，その見方も面白いなと思って。面白いなと思っていたらいつの間にか終わっていたというか。

前半のところでちょっとそんな感じで女子たちが話していて，何か今後の指導に生かせないかなと，ちょっとその結論はまだなんですけれども，興味深い反応がたくさんありました。ありがとうございました。

西村：今のところ(1)(2)のところで，いろいろな生徒の話が出ていて，恐らく方程式に関する理解ですね。まだグラフまで行っていないところでもいろいろ見られました。解の個数と言われた時点で判別式に反応している生徒は確かにいましたね。

それから，因数分解という発言があって，因数分解が(1)ではうまくいったんだけれども，(2)になると，$x(x^2-3)$で止まっちゃう。それで解が 1 個という生徒もいたり･･･とにかくx^2-3をそれ以上因数分解しようとか，その部分が 2 次方程式だから，あの左側の考え，あれ自体に行けない子も少なからずいましたね。

阿部：一番(聞き取れない)，$x(x^2-3)$？

西村：うん。0 だけのほうは見るんだけれども，もう 1 個のほうも結構困っちゃっている生徒がいました。いろいろな学びがつながっていないというか･･･，おそらく 2 次方程式の解の個数と言ったら判別式でできるんだろうし，因数分解と言ったらできるだろうし，ひょっとしたら高次方程式をやっているときは因数定理を使って答えを出せていただろうけれども，こういうふうに聞かれるとなかなかできないというところが見て取れたなという気はします。もう少し何か(1)，(2)の段階でありますか。はい，どうぞ。

太田：同じ。一番後ろの 3 人(聞き取れない)。1 つ目は，ちゃんと因数分解して 3 人でワーワー言っていたの。0 と±3(聞き取れない)･･･何が疑問なのかということをちょっと聞けなかったんですが。

阿部：恐らく$\sqrt{3}$が実数という認識がない。

太田：ですよね。多分そうかなと思って。だから，$\sqrt{3}$を解と認めるかどうかという気持ちが(聞き取れない)。それから，2 つ目は，これは一番右の生徒だったかな。ここから(聞き取れない)てた。(聞き取れない)，定数を(聞き取れない)ときに。それで，左辺を(聞き取れない)さっきと同じように因数分解して，(聞き取れない)探そうと思った。そしたら 3 人のうち一番左側の生徒が「無理なんだけど」と言って，(聞き取れない)駄目だというふうに指摘をして，「そうか」みたいな。それはそれで面白い。

あれをもしかしたら，だから 1 番と同じ形を作ったんだよね。だから，もしいずれグラフでとなったら，今度は(聞き取れない)のところを見ればいいような，あれはあれで何か捨ててしまわないでもいいかなと。単に定数項だけ外すというのが(聞き取れない)。もちろん今日の話ではないかもしれないですが，後でつながってくるんじゃないか(聞き取れない)。

その 3 人のやりとりがとても面白かったです。結構学んでいるんですよね。

西村：そういう意味では，今日は素朴というか，問題にどう対峙したらいいかというのが結構口に出ていたので，すごい面白かったなあと思います。

今，太田先生がおっしゃっていたように，中には活かせるものもあっただろうし，それを活かせると最初に自分たちが考えたことの価値が子どもたちに伝わるんだと思います。ダメだって言っちゃうと，活かされないと何か無駄足を踏んだような感じになるけれど

も，それが大事だということがつながる授業になるといいなと思います。他はいかがですか。はい，どうぞ。

中逸：ありがとうございます。僕は廊下側の一番前の3人(聞き取れない)，たまに後ろの4人が絡んできたり，7人だったのに3～4人に分かれるみたいな。1番は判別式うんぬんになるので，因数分解だと言って，あのとおりやっていて，特に何も疑問も持たずというところだったんですが，2番がやっぱりできない。何か適当に入れて何を入れたら0になるか考えようという(聞き取れない)です。だから指導案にあったような発言はしていた。ですが，何かもう思い付きで言っているような感じで，その横は「微分してみよう」と言ったら「分かった。微分してみよう」となるし。ただ全部その発言の中には0になるというのを，一瞬そちらに踏み込んだ瞬間があったという(聞き取れない)た。

阿部：言っていたんですね。

中逸：4人のほうの，右側の2人。

阿部：ああ。時々いいことを言うんですよ。

中逸：周りの子にもそれが派生して，じゃあ0になるのを考えよう。一緒に(聞き取れない)微分しよう(聞き取れない)。

阿部：言ってほしかったな。

西村：(1)は解が3つと分かって，(2)が，さっきの太田先生の$x^3-3=3$にした生徒以外に何かいませんか。私が見ていた一番前の女子は，因数分解できないというので，なしと書いていた。それはそれで，またそういう理解。因数分解できないので解がないという。

阿部：(聞き取れない)。

西村：やっていて，生徒は(1)と(2)の式が定数項しか違わないということは分かってはいたんですよね？

阿部：そう。

西村：そうですよね。だけど，変形は関連させていたけれども，それ以外のことは何も考えていない感じ。それで，因数分解して求められない。ちょっとやって「求められないよ」と言っていて，「因数分解以外の方法で」というのも言ったんですよね。ここからがまた面白かったんですけれども，この辺はいかがですか。因数分解はもうやめましょうということになり，(2)について解は何個でしょう。これも微分したらいいという発言はあちらこちらで聞こえ，そこからが面白かったんですけれども，何かありますか。傾きを求めたら何かできる？

高橋：その前に，微分して因数分解できて大喜び，＝0でx＝±でいい感じとなって，でも一応ちゃんと，代入して確かめようとし，撃沈し「ああ」となって。それで，傾きだからどうしようかというので，何か直線の，傾きが分かって1点通る直線の，数Ⅱの図形と方程式の式を引っ張り出して，それに代入してせっせと方程式を出して･･･楽し気でした。

西村：微分して＝0で，1，－1というのを求めているんだけれども，そこで終わっている生徒が･･･方程式と導関数で解いたことの関連づいていない生徒もいましたね。

阿部：もう全然つながっていない。

太田：さっきの後ろの3人(聞き取れない)やりとりは，やっぱり微分したんだけれども，微分すると2個になるじゃないか。2個になっちゃうのは変だよねという。さっき3個だった。

西村：y'を見て？

太田：そうそう。(聞き取れない)。それで，一番左側の子(聞き取れない)と思ったら，やっぱり駄目じゃんと言っていましたね。微分したら別の式になるという。(聞き取れない)なって，「(聞き取れない)は何だっけ」と3人でなって，そこから先生のところで何か1回。

阿部：多分，微分とは何だっけと，多分＜聞き取り不能＞。

西村：生徒同士ですよね。

太田：うん。それで，＜聞き取り不能＞。で，その後(聞き取れない)やっぱり(聞き取れない)というふうになった。ちょっとそこは途中で，見切れなかった。＜聞き取り不能＞。それは先生が(聞き取れない)。

阿部：うん。何か話をしながら。

西村：微分とは何だっけとなったときに幾つかのところは，分からないので「取りあえずあの流れでやってみよう」と言って，増減表を書き始めているところも。決してグラフをかくことによって，何かご利益があるとは思っていないんだけれどもかき始めて，･･･それはそれでいいと思うんだけれども，そういうところもありましたね。

何かありますか。(2)をやっているときの微分って何だっけという疑問。これは大事な。そこまでいいですか。それで，あの四角，左側の黒いの。あれは気が付かないうちに書かれていたんだけれども，あれはいつ書いた？

阿部：いつ書いたでしょう。もう。

西村：いつ書いたでしょう。あれは生徒に言った？

阿部：言いました。

西村：言った？

阿部：うん。言ったと思います。因数分解でいいよねと言った後に書きました。

西村：そうか。

太田：1 時 40 分(聞き取れない)。

西村：1 時 40 分。あれがあまり生徒に何か伝わっていなかったような。

太田：(聞き取れない)板書。

高橋：増減表の上の四角ですか。

西村：そうそう。

高橋：でも何かあまりそのとき……

太田：増減表の上？

西村：上の四角。

伊吹：(2)の，あれは確かにいつの間にか。

太田：(2)のどれですか。

西村：そうです。(2)で実数解の個数を調べるのにどんな方法があるかというのが。

太田：＜聞き取り不能＞。

西村：言わずに書いていましたよね。先生は言っていた？

高橋：ちょうどその時面白い議論をしていて，それを見ていて，顔を上げたら書いてあったから，もしかしたら言っていたのかもしれないですけれども，自分は聞いていません。

西沢：25 分前後くらい(聞き取れない)。(1)が因数分解できませんとおっしゃっていただいて，じゃあ他にどんな方法があるかな。もう 4 分ぐらい(聞き取れない)みようというところで。

西村：微分して終わっている子たちは，微分とは何なのかというのもあるんだけれども，解の個数を調べるという問題自体を覚えていたのかな？　解を求めようとしているというほうに行っちゃっていて，解の個数のことが頭に入っていたのかなというのが気には･･･。

伊吹：今のところの関連でいいですか。左の前から 2 番目の男子 4 人グループなんですが，前後の，微分したら増減表を使ってグラフをかくんだみたいなことが，あちらこちらでざわざわとなっていたときに，彼らもそれに乗っかって「そうか，増減表でグラフをかけば

いい」となったときに，一番右の生徒がその中から「これは，実数解はどこ？」という発言があって，A 君に対して左の子も「ここが個数？」とか，グラフから何かを読み取ろうとしているところで一気に行ったなというところで，B が「y が 0 のときに，ここの x の値だけでも，この値，出ないよな」みたいな，まさにこちらが考えていることをぼろぼろと一気に進んで，それで C も「ここが＝0 で，y もゼロだから，ここだな」みたいなことになって，A 君が「1 個はここ。じゃあここは何？」と言ったら，前の子が「何個という質問だから 1 個でいいんじゃない」と言って，「あ，そっか」となったと。グラフをかいた後，すごい一気にあの 4 人がわーっと分かったなという印象を受けました。

西村：1 列になっていた男子ですよね。

伊吹：はい，そうです。

中逸：その直前には，取りあえずグラフをかくらしいというのがどこかから。で，前の生徒が「グラフをかいて何になるんだよ」と言ったら，「そこから見つけるんだよ」と後ろの生徒が言って，かいた。それがあって今の流れ。

西村：ただ，だから全員が何のためにかくか分かっていない中で会話して，そうかいていく中で分かってきたことを，それを分かっていない子がいて，でも言われて「ああ，そういうことか」というのができているということは，すごい大事なことだと思います。

伊吹：そうですね。あそこは自力解決な感じがすごいしましたね。

西村：というのは気付いていた？

阿部：「グラフをかいて何になるんだ？」と言うのは聞いていました。

西村：見ていると到達しているグループはあったんですよ。他は何かありますか。

藤東：先ほどの太田先生と近くにいたので，同じようなことをすごく思いました。(2)になったときに，－3 を移項して 3 にして，左辺が 3 になる値を探せばいいという。でもそれは 0 になるときより難しいよねという話をしていて，そうだな。あと，移項した後に両辺を微分して，結局，導関数が 0 になるのを見つけるんですけれども。それが 2 個だから 2 個ということが･･･。あとは導関数が 0 になる値を元の式に入れて，これは 0 になんないからどうしようというところとかですかね。そのときに阿部先生が話をし出して，y'=0 は何を意味するのかという話をされていたなと覚えています。

あと，実数は正の数だけだと言っている生徒もいて，だから結局具体的に求めた解が本当に元の方程式の解なのか，今，実数がないと言われたときの解なのかという，そういうところでも迷っている生徒もいました。

西沢：私はそこの一番後ろの辺りを見ていたので，今のお話の中からなかった生徒たちなんですけど，それがちょっと(1)のところに戻っちゃうんですけれども，一番廊下側の生徒が，(1)の何個でしょうと書いたときに，「3 つじゃないの？」と言ったんですよ。何でだろうと思って。その隣の子が「え？なんで？」と言ったら黙っちゃったんで。どう考えてそう言ったのかが非常に気になった(聞き取れない)，それは明かされず。結局廊下側から 2 番目の生徒が増減表を書き始めて「微分して因数分解してさ」と言って，そうしたらもう 1 個右側の，途中で極値を 0 にしたらという発言した生徒が「微分は必要なくない？」と言っていたんです。その発言をしていた子は，因数分解でできちゃう(聞き取れない)，x 軸との共有点のところでこうですよという，関連をそこそこ理解していた(聞き取れない)思ったんですけれども，何か発言力に差があるのか，もう 1 個廊下側の生徒が「いや，グラフをかいて 0 と交わるところだからさ」みたいな感じになって，結局みんなグラフをかくという流れに，(1)でなりました。

西村：男子？

西沢：男子です。そしたら一番廊下側の生徒が「これは全部いいの？」と言ったんです。それが多分(聞き取れない)先生がおっしゃっていた，全部解として認めていいのかという話の発言だと思うんですけれども。「いや，実数だから全部，3 個(聞き取れない)」と言って，隣の子も。それでちょっとノートをのぞき込んだら，グラフは完成しているんですが，*x* 軸との共有点の値は出ていなかったんですよ。

西村：(1)で？

西沢：はい。値としては出ていなかったから，多分一番廊下側の生徒は，どれが解というか，この問いに対する答えを指しているのかというのは，グラフをかきはしたけれども分かっていなかったんだなと。

　ただ，(2)番に移るときに，因数分解できません，じゃあ他の方法でできないかなと言ったときに，廊下側の生徒が，友だちのかいたグラフを見て，やればいいんじゃねえのと言って。取りあえずグラフをかく感じかなと思って見ていたら，解は 1 個とノートに明記したんです。じゃあ個数を求めるというところの軸はぶれずにちゃんと考えていると。なので，何か取りあえずグラフをかいちゃう感じではあったけれども，でも解のというところは，ある程度ぶれずにそこは(聞き取れない)していたんじゃないかなと思って見ていました。報告です。

西村：さっき言ったんですが，四角のところはあんまり押さえられていないような気はしていたんだけれども，グループによっては押さえられていたようなので，解の個数だと分かっている生徒をうまくリードしていくとそちらの話にいくことができたと思うんですね。

　高橋さんも言っていた女子のところも，解は 1 個の場合の，(2)のところで，指で「こういうパターンもあるんじゃない？」と言っていて。つまり，3 カ所が交わることもあるということをぼそっと 1 人の生徒が言って。他の 2 人が反応しないので･･･ノートにこう書いたんだけれども，2 人が相手にしないので，消しちゃったんです。でもあの生徒は解の個数とグラフの関係を分かっていたような気がします。

　それで，GeoGebra にいったところで，ここからがまた面白かったんですが，皆さんはどうですか。

西沢：すみません。どうでしたということではなく，質問。*a* の値というのは，先生の画面では横にスライダーがあったんですが，どういう値で入るのかな(聞き取れない)。整数値だとか，実は小数もいけますよとか，どういう感じで言われたんですか。

阿部：前の時間に，ボックスの中に小数とか入れているので，入れられることは分かっていたと思うんですが。

西沢：なるほど。何か設定上，整数だけじゃなくて小数も＜発言が重なり聞き取り不能＞。

阿部：ただ，5 からー5 という設定でした。

西沢：最終的にやっぱりー。そうか，ー5 から 5。

阿部：ー5 から 5 という設定でした。それで，もうちょっと増やそうと思っていたのをすっかり失念していました。

西沢：なるほど。分かりました。すみません。それが質問(聞き取れない)。

西村：GeoGebra を教えて，どうですか。あの女子たちは一気に分かりましたよね。

太田：3 列目の生徒。

西村：3 列目の生徒はこれで 2 個だとか，ー2 と 2 のところでこのときが 2 個だというのが分かって。極値が 2 だからとか，そういうことも言っていたので。

高橋：そうですね。3 列目じゃなくて 2 列目ですかね。

西村：2 列目か。

高橋：太田先生がご覧になっていた一番後ろの 3 人は，初めは予想で 4 個かなと言っていて。4 個もあるかな。奇数しかないかなと言っていて。だから 1，3。2 はないんじゃないかみたいな。その奇数しかないというのは面白いなと思って。あまり重解のイメージはないというか，でもやってくるからあるじゃんという感動がそのあとあったので，そういうふうに考えたなと思いました。
阿部：最後に先生，「これは 1 次方程式はこうやって，1 個だよね」と。「2 次方程式はこうだから 2 個？」と。「3 次方程式は 3 個？」，「4 次方程式は 4 個？」となりました。
高橋：言っていましたよね。こちら側の生徒ですよね。
阿部：うん。
太田：0 個というのがあるんじゃないか。
西村：うん，随分言っていましたよね。
阿部：本当ですか。
西村：うん。結構言っていた。
太田：だけど(聞き取れない)にはないと，ないと言い出したんだけれども。
阿部：一番後ろの？
太田：これが。だからその 3 人(聞き取れない)。
高橋：グラフが途中で途切れていましたよね。
太田：何か(聞き取れない)。下がってくるのがあるんじゃないか＜聞き取り不能＞。3 人組の生徒が言っていたら，一番左の生徒が＜聞き取り不能＞となって，でもそのうち解の＜聞き取り不能＞。
西村：結構あちこちで本当に 0 個は作れないのかなという。だから GeoGebra で見えてるのはこう動いているだけではないですか。でも彼女らの中では，グラフは変わるということもある程度想定して，とにかくこう行く以上は上がるということをしきりに言っている生徒がいました。
太田：3 人(聞き取れない)。＜聞き取り不能＞。一番左の(聞き取れない)＜聞き取り不能＞。
西村：ああ，あの。
太田：＜聞き取り不能＞。
西村：一番後ろの。
太田：考え＜聞き取り不能＞。
阿部：使わなくてもできると思(聞き取れない)。
太田：＜聞き取り不能＞。でもちゃんと考えた(聞き取れない)。
西村：なので，GeoGebra を使ったのは割とすっと行ったんですが，逆に気になったことは何かありますかね。
伊吹：男子の 4 人組のチームですが，左 2 人はすぐ 2 個のときが，2 を入れたらそうなっているという結論で，だけど何でそうなるのかの理由は最後の多分極値が 0 になるとき，発表者が発表するときまで，そのことは本人たちからは多分出てこなかったので，そこで初めて知ったかなというところかな。何で 2 なのというところを明文化できていなかったなというのが印象的でした。ここに接すればいいのかとか，何かちょろちょろとは言っているんですが，極値という言葉は出てこなかったかな。

逆に，右 2 人の生徒は面白くて，0 個のときがない。0 個のときがないというのを(聞き取れない)，理由を考えているときに，もうどんどん－50 とか－100 とか，スクロールを下にしていって，「ほら，どこまでも行くやろ」みたいな感じになって，そういうのを試しているんです。グラフを端までずっとどこまでも動かしているという作業をしていた。

それで「元がないから」とか，すごく独特な表現をして，「絶対通らなあかん。通らないからな」とか，何か言って，前の生徒が傾きが正だったら絶対上がるから接する。接するということは違うな，と。x 軸とぶつかるんだよみたいなことを言っていたので，あの辺の議論で分かっている生徒はぶつかる理由を確実に理解しているかなと感じましたね。

西村：前半の方の，言葉でうまく説明できないというところが，あの発言のせいかなと私は思っていて，これは理由はどう答えるのかなというのが。

阿部：2 個，0 個になる方程式を作ろう。

西村：作ろうと言って，理由は･･･解が 2 個になるのを見つけました，ですね。それで，理由，なぜ，何を答えるかが生徒ははっきりしていなかったんじゃないかなと。あの答えは何を期待していた？

阿部：まず極値が 0 になるということについて(聞き取れない)と。

西村：極値で 0 になる。

阿部：極値，うん。極値が 0 になるときに 2 個だということと，そうするために元のグラフ(聞き取れない)，そこに平行移動してずらした値が幾つずらすかだから，そこが 2 と－2 になるよと，自信を持って言ってほしかった。もしくは，四角のところ，a を問いて，増減表を書いて，極大値，極小値が a が(聞き取れない)ような，(聞き取れない)にあるような形のもので，それが 0 になるよ。±2 と(聞き取れない)。

西村：どういうときに解が 2 個になっているの。x=2 のとき，－2 のときです。それはどういうときなの？と聞いていくのかな。すると，極値のときです。それで，何でそうなるの，いつもそうなるの？というように持っていく。そこの論理がちょっと飛躍していたので，生徒は考えていないわけじゃないんだけれども，何て答えていいかが分からないといったような気はします。

ただ，それによって面白かったのは，理由を聞かれるからやっぱり微分に行くんですよ。微分しだすといろいろな発見があって，さっきもここで話していたんですが，四角にどんな値を入れても微分すると同じになるっていう。

阿部：ああ，ありましたね。

西村：当たり前のことなんだけれども，結構喜んでいて，大発見なんですよ。だからそれが発見するということは，平行移動と微分の関係というか，要は先生の傾きは変わんないんだからとか，増減は同じなんだからということは，一切今まで頭に入っていなくて，今日初めて。

阿部：分かった。

西村：分かったかどうかもまだ分かんないんだけれども，そういう理解の様子というのが見えたのも非常に面白かったし，本人たちは結構大発見。それは多分大事なんです。先生が言っちゃったら「ああ，そうか」となるけれども，実は本当にはやっぱり理解できていなくて，自分たちで見つけたからこその喜び方。それが非常に印象的でした。

何かありました？　GeoGebra を使っているとき，あそこで活性化して，いろんなことを言い出したんですが。

西沢：その手前の生徒たちは，結構結論が見えているように見えて。太田先生のご覧になっていた部分というのは，手でやるために(聞き取れない)なかったとおっしゃって(聞き取れない)，どちらかというとここの生徒は「俺はもう分かっているから」という感じで(聞き取れない)なかったような感じがしました。

　ただやはり発言することに関してはすごく自信がなさそうで。ちょうど阿部先生がそこにいらっしゃって，「(聞き取れない)かいてある」となって，＜聞き取り不能＞，「かかせようとしとる」とかって。

阿部：はめようとしている（笑）。

西沢：そうそう。言っていましたが。だから，じゃあ，ちょっとここからの話は(聞き取れない)とか，今回の授業の目的からは離れてしまうんですけれども，分かっているよと思っている生徒が，どうやったら中にいじりたいなと(聞き取れない)思ったら，画面が$y = x^3 - 3x + a$のグラフで，a 四角(聞き取れない)になっていたやつが，ここは$ax^3 + bx + c$とかになっていて，$ax^2 + cx + d$とか言っていて，a，b，c の値はあらかじめ入れてある。d のところを(聞き取れない)みようとしておくと，今回のフォーカスは d だけれども，もう俺は分かっちゃったしという生徒は何か勝手に a とか b とか c(聞き取れない)いじるんじゃないかなと思って。

　そうなってくると，最初その生徒は「0 個はねえだろ」みたいなことを言っていたので，そうなってくると，勝手にいじり始めてくる。こんな形があると思ってくれると，本当に 0 個はないのかなというグラフになると思ったので，GeoGebra のところをもっと点数をあげてもいいのかなと思いました。以上です。

西村：だから，今日の題材で解の 0 個というのを彼らに疑問を持たせていて，2 次方程式の解が 0 個というのがあったというのは何となく覚えているので，3 次も 0 個があるんじゃない？という動機付けはあちこちで･･･それでやるというのは確かに，次の授業にもつなげられるかなと思いました。

阿部：教室に帰って，本当に何か調べてみようとか言っていますね。

西村：そういうのをレポート課題に出すと面白いかもしれない。GeoGebra を使ってやっていくと，結局全部調べ尽くせないと分かるから，すると微分してという話になる。

太田：先生が 0 なのでという話を聞いて，さっき 3 人(聞き取れない)，安心した。あれは正しかったのかという。＜聞き取り不能＞。

西村：0 個。

太田：どうしても交わっちゃうよねと。つまり，0 はあるんだと(聞き取れない)。(聞き取れない)てたと。0(聞き取れない)。ほっとした(聞き取れない)，よくある(聞き取れない)。

西村：長尾先生はいかがですか。

長尾：生徒のどうこうじゃなくて，疑問点があって。最初は方程式の実数解の個数はということから始まるでしょう。方程式を普通に解くじゃない，「次の方程式を解きなさい」だから。それが「次の方程式の実数解は何個ありますか」となるから，生徒の中にこの問題自体がきちんと入っていったのかな？。例えば判別式を使うというのも自然な流れのような気がするんですよ。2 次方程式の場合は実数解の個数はと考えているけれども，3 次方程式は実数解の個数なんて考えたことがなくて，まずそれを解きなさいというのがあって，それから入っていくので，これは実数解の個数じゃなくて，「次の方程式の解を求めなさい」だったらどれぐらいできたんだろうかと思うのが 1 つ。

　それから，$\pm\sqrt{3}$ が出ているんだけれども，$\sqrt{3}$ が実数だというのが分かっていない生徒が結構いるような気がして。今，これはどれぐらいいる感じです？　私はそれが少なくないような気がしたんですよ。だから，$\sqrt{3}$ が出てきたとき，これは x=0 と$\pm\sqrt{3}$ が出てきても，実数解の個数が何個と聞いたら，1 個と答える生徒が何人いるのかなと思って。前時にやっていること？

阿部：前時はちょっと中途半端に終わって。

長尾：中途半端に終わって，今日のところに来たのね。

阿部：はい。

長尾：だから生徒の反応が，今ずっと聞いていて，全部自然な反応のように思えるのよ。判別式を使ったらというのは，3 次方程式で実数解の個数を考えたことないので自然だし，私が見ていた生徒がとにかく前のを見てみないと分からないからと，教科書とノートを見ているの。それで「どれだろう。lim……。lim を使ってやるのか」とかと言うから，･･･混乱しているなと･･･。

あともう 1 個混乱した理由が，この全体の流れにもあったかな。この出題の仕方にもあったかなと思うんですね。「次の解を求めよ」とまずやって，例えば 1 番のほうできるよね。じゃあ 2 番はどうだろうといったら，これは求められないんで，求められないのは，絶対これは解を求められないのかなと。それはじゃあどういうふうにしても求められないのかな，全然解は考えられないのかなと。もうちょっと自然な流れができたんじゃないかなと思いました。

で，阿部先生は授業の出だしは大体どういうふうにやるの？今日みたいにいきなり問題を書くの？

阿部：いや。

長尾：いろいろあるんだけれども，そこの青い色で書いてあるじゃない。これはどれぐらいの生徒がストンと落ちたんだろうと思って。どれぐらいの生徒があそこを書いた時点でストンと落ちたか，そこがかなり疑問でした。ここの生徒観のところは自己肯定感が低く自分に自信が持てないため自分の考えを述べることが苦手という生徒が多いとか，じっくり考えることをせずに教科書で正しい解き方を探して単に覚えようとする生徒が少なからずいるというのは，いろいろな理由があると思うんだけれども，先生の授業の中でやっても解決はできないんじゃないかなという気はしている(聞き取れない)。

今日は特別だったかもしれないけれども，拍車を掛けた例があるでしょう，今日，この辺り，そう思わない？　あれは覚えましょうと。覚えましょう。覚えてこういうやり方でやってみましょうと。そしたらここの，教科書で正しい解き方を探して書いて覚えようとする生徒は少なからずいると，拍車を掛けたような気がしない？　その辺りがとても授業の(聞き取れない)，逆に言えば，先生の授業でこれは変えることができるんだと。

生徒観を書いてくれと言うんだけれども，あちこちで授業を見ると，似たようなことがたくさん書いている。数学嫌いが多いとか，何とか書いているの。そこをもうちょっとこだわらない？と。数学嫌いが多いとは，自分の授業に引き寄せて，何で？と思わないと。

これも教科書で正しい解き方を探して解法を覚えようとする生徒が少なからずいる。それは自分の授業の中でそういう生徒をつくっていると思わない？と思うの。その辺りもすごく今日感じながら見ていました。だから，みんなこうしたらいい(聞き取れない)というのがたくさんあって，西村先生が言っていた，面白い。僕は生徒の反応が面白かったし，(聞き取れない)まで面白かったし，今からこうこうしたらいいという，たくさん見える授業だったなと思いました。その辺り，ずっと思いながら授業を見ていて。

基本的に実数解の個数を求めるのは，何のため？　西村先生，これは何のためにやる？

西村：解と方程式の関係でしょうね。グラフと方程式の関係。

長尾：教育的なことを考えたら，通に考えると方程式だから解が求まればいいわけでしょう。方程式なんだから解が求まればいいのに実数解の個数を考えましょうって。実際にいろんな問題を解くときに途中で出てくるから，一つの知識，技能として持っておこうというのはいいことかもしれないけれども，普通の流れでいくとこれは「方程式の解を求めよ

う」だから，解が 1 つしか出てこない括弧の 2 番だって，実数解が 1 つしか出てこないやつだって，何とかしてそこのところの解を考えようというのでニュートン法があるわけじゃない？

そんなふうにして，もうちょっと自然な流れというのがあるんじゃないかなと思うの。そこを考えてやらないと，生徒の中にストンと落ちない，そんな気がするんだけれどもね。生徒の自然な流れの中でいけば，今の生徒はすごく変わってくるような気がする。あれだけ素直にいろんなところを答えるんだもん。全くもって，全てが自然な一つの流れで進んでいるような気はするので，それはちょっと今日思いました。

教材自体をだから，何でそれを扱うかをちょっと考えたほうがいいかもしれない。僕らが学習指導要領の改訂を考えたときに，何でこれを扱うんだろうというのをすごく考える。教科書に載っているからではなくて，何でこれを扱うか。この子たちにとってどういう意味があるかというのを考えないといけないんじゃないの。ほとんどの高校の先生はそれを入試を持ってくる。入試に出るからと。じゃあ出なかったらやらなくていいかというと，生徒はそう思っているのね。だからいろんな教科で捨て教科，捨て科目とつくるじゃない。入試しか頭にないから，入試が関係なかったらもう要らないになっちゃって，多分数学はそんなもんではないと思っている。

それで，さっきのこだわりのことで言うと，教材にもうちょっとこだわらない？　何でこの子たちにこれを指導するか，扱うかというのをこだわって悩むといいような気がする。生徒が数学をやろうという気持ちになるかもしれない。

太田先生も西村先生もそうだけれども，実生活の場面でどんな使い方があるかをかなりやられていて，それも一つのやり方だと思うので。実生活を送るために使える。みんなにそういうところで使えるので問題解決につながるじゃないかというのは一つの方法だと思います。数学の中だけでも多分これが理解できたら，こういういいことがあるというのは必ずあるような気はしています。それは入試じゃなくてだよ。

たくさん言いましたけれども，そんなことを，今日はだからすごくいろんなことを考えながら見させてもらいました。

西村：今後の指導の改善という観点で見ると，多分この授業ではなくて，手前で，例えば 2 次関数をやるときに，こういう問いをしていないと思うんですよね。

長尾：そうだね。

西村：例えば実数解の個数を調べるのにどんな方法があるか。もう判別式を教えちゃうじゃないですか。だから判別式と言うわけですよね。でもああやって，もし 2 次関数のとき聞いていたら，考え方として，判別式も 1 つ，頂点の位置というのも 1 つ，x 軸との交わりを見るというのも 1 つ。でも全部それは同じことというのが式で分かってきて，2 次関数のときに，ああいう青い字のことが自分たちで書ける。

解の個数はグラフと x 軸の関係を見ればいいんだと分かっていて，それで今日のような授業になって，もう一回じゃあどうやるのと聞かれると，最初からああいうようにいっただろうし，GeoGebra を使わなくてもグラフを想像して，極値のところで変わるということを見抜けたりする。また振り返らせると「2 次関数のとき，同じことをやっていた。あのときは微分しなくてもグラフをかけたからね」と。そういう理解になっていくといいのかなと思っていたんですけれども。

四角の「どのような方法がありますか」というのを生徒がどこまで思っていたか。解の個数を調べているんだけれども，本当は調べ方を調べているんですよということが言えていると，最後に出てきた言葉が，青いところも生徒の言葉で書けるだろうし，今までの学

習を全部振り返って「ああ，そうだよ。全部同じだよね」みたいなことになってくる。そのような前提が，分かっていたことだけれども，ない状態で今日は始めているので，どうしても最後のあれも覚えることのように聞こえてしまった生徒もいたのでは。また，3 次方程式の解の個数は 0 個のときがなくて，1，2，3。そちらのほうが今日は大事なのかなと思っちゃった生徒も，最後に言っていたので，いたかなという気はしました。今回の授業研究で，長期的に，どういう力をどういうふうにして付けていくかというのを学べたかなという気はしました。

長尾：シラバスを作るじゃないですか。指導と評価の計画。それで，数Ⅰから数Ⅲまで全部見通して，ここでこういう指導があって，ここのところではこういうことを大切にしないといけないというのがあるんだけれども，それがばらばらになっている。

一番よく例に挙げるんだけれども，例えば$x^2+3x+1=0$の解を α とすると，複雑な式に入れることがあるでしょう。その解をx^5プラス何か x 何乗プラス何とかのところに代入すると，値は幾らになりますかみたいな。あれをただのテスト問題にしている先生がいて，あれはあそこで使えるでしょう。積分なんかの計算をするときに，計算を楽にするので使えるんですよね。そういうところまで見通した上でそこの指導をしないと，実際にそこに必要な場面に来たときに，何でやったかが分からないということがたくさんあるので。教育委員会が言うからシラバスを作るというのではなくて，もうちょっと自分たちの指導を見直す意味できちんと作っていくということを考えないといけない，そんな気はしているんですけれども。先生方はすごい忙しいので，また仕事を持ってきたと思われるかもしれないけれども，教育委員会もこうしたらいいと思って言っている。それが現場の先生にはうまく伝わらなくてちょっと残念だなと思います。言いたかったことは，とにかくもうちょっと先のほうを見た(聞き取れない)で，これがあるからこういうことはここで質問しておこうとかいうのを一度考えると，いい指導ができるようになるんじゃないかということです。

もう 1 つ，その青で書いてある(聞き取れない)は，今日の授業と同じような授業を 1 回見たんです。ものすごく板書がきれいな先生だったんです。他のところで言ったことがあるので，聞いた人がいると思うんだけれども，ある問題を，例題を生徒にやらして，先生がこういう問題のときはこうしたらいいと青で，あのときは黄色だった。黄色で書いたんだって。それで，ちょうどあんな感じで枠で囲ったの。そして研究協議に，小学校の先生から大学の先生まで，それから他教科の先生までいっぱいいて･･･，理科の先生はすぐ手を挙げて，「生徒は 1 問問題をやったら，そういうことが全部頭に入るものですか」と聞いたの。そしたら「いや，まあ教科書に書いてあるし，ああいうまとめが必要だと思って書きました」。そりゃそうかもしれないけれども，あれは理科で言うと，1 回実験をして一般化したらこうなりますということをやるのと一緒だよと。そんなの理科で絶対あり得ない。理科というのは帰納的に全部考えていくから，いろいろなことをやってみて初めて大切なことが分かって，多分こうだろうという仮説を立てて，やると。それが人間の普通の感覚だと。数学の先生は全部それを通り越しちゃって，1 問やったら「こうですから」と言って，問題練習をすると。それは子どもたちにストンと落ちるもんじゃないと，僕もそう思うのよ。幾つも何か当たってみて，で，幾つも当たる時間がなかったら，生徒に，例えば班やグループでいろいろな問題をそれぞれ解かせてみて，それで「結果はどうだった？」とみんなのを集めてみて，「じゃあこういうことが言えるかもしれないね」と，生徒が頭の中に浮かんだときに何か「こうだね」というんだったら分かると思います。その辺りが大切なのかなと思います。

西村：今日の授業で，仮にさっき私が言っていたような授業を，1，2 年生でできていたとしたら，もうこの授業に来たときは「3 次方程式の解の個数を調べてみよう」と言って，何個の場合があるとか，どういうときになるというのを，自分たちで，多分 0，1，2，3 だと言ってやり始めて，「あれ，0 個はないんじゃない？」みたいなことになり，何とか解が 0 個になる方程式を作りだそうという生徒が出てきて，だんだん焦点化していくみたいなことができると深い理解になるのかなという気がします。それは阿部さんがということではなくて，われわれのみんなで授業を考えていくときに，どうしても，自分一人で高校の場合，持つわけではないので，学校全体でどうつくっていくかということが問われますね。

太田：方程式を関数値の問題として見直すというのは，ずっと根底にあるもの。違うかったら(聞き取れない)やっていることが。それが一番だと思います。(聞き取れない)すればいろんなところに，数学の＜聞き取り不能＞。＜聞き取り不能＞ますね。

西村：このグラフと x 軸の関係というのは分かると。実はそんなに高校の関数の内容は違うことをやっていないわけですよね。

長尾：やっていないからね，うん。

西村：2 次関数が出て，3 次関数が出て，いつも同じことをやっているということが，本当は生徒に分からないといけないんだけれども，何か単元ごとに一生懸命練習させて，マスターさせて。その割に違う場面で考え方の転移ができずに，というのが現実，そこを乗り越えるための授業という意味で考えると，こういうタイプの授業をもう少し早くやっていて。それで，ここではもう少し野放しにできるようにできるといいのかな。この授業に来るまでも随分いろいろなものを細切れにしてきたんでしょう？

阿部：細切れにしました。

長尾：関数は一番使えるのは最大，最小だと思うんですよね。関数は何のためにあるか，グラフを何のためにかくかと言ったら，最大，最小が分かるというのがまず 1 つで。最大，最小は，人間の生活でも大体一番よく考えるじゃないですか。何か買いに行こうと思ったときに，どの店が一番安いかが最小値を考えるんですよね。

　そういうことは日常生活の中でもあって，最大，最小が分かると何か利するところが多いので，まずそれを考えるというのは，(聞き取れない)の意味ではこう書いているよということがあって。グラフをかいて変化が分かると，最大，最小が分かると同時に，あとは方程式，等式の応用というのを必ず。その流れなんですね。

　だから，方程式，等式の応用が何で出てきたかといったら，元々は普通の 5 次以上の方程式が解の公式がないみたいな方程式論がずっとあって，その中で関数に直して関数を作って，それで変化を考えて解を考えるというのがあったので。

　この微分，積分というのはすごく使い勝手のいいもので，ニュートン法で解を求めるのが，あれはすごくいいんですよね。ニュートン法というのは収束がもうめちゃくちゃ早いので。それで，すごく速く解の近似値を求めることができ(聞き取れない)あれで役に立っちゃうんですよね。そんなこともあって，グラフに直していろんなことを考えるということは，さっきも言ったように，その辺りも見通した上で，何を自分が今ここでやるかと考えると，また授業も変わってくるような気がするので。

西村：そういう授業を受けた生徒たちがどういう活動をするかというのを，われわれは見せていかないとなかなか浸透しないですね。

長尾：そうね。だから，結果的に入試も良くならないと，いくら授業研究をしても高校の先生はやろうと言わないの。これは苦しいところで。

例えば人生 100 年時代というから，高校時代は全然駄目でも，社会に出て活躍する人は，今はたくさんいるんですよね。社会に出て活躍する人を育てないといけないでしょう。目先だけじゃないんだけれども，だけど高校の先生，どうしても入試結果がつながっているよと言わないとその気にならないところがあって，それがなかなか難しいなとずっと思っているんだけれども。

入試結果はすぐ上げようと思ったら，それは確かに教えこんで(聞き取れない)をすれば，力が付いていなくても入試に受かるぐらいの点は取るかもしれないから，そのほうが早いかもしれないから。だけどそれはさっき言った人生 100 年時代でいうと，後に生きないよね。ほとんど後に生きないことをやっているので，生徒のためにはあまりならない。大学に入ってすごく頑張ればまた別だけれども，そこがずっと難しいなと思っているんだけれどもね。

西村：ある受験産業の方と話をしていたときに，今のに関連して，そうだよなという話を聞いたんですけれども･･･，学校の先生方はいろいろな大学を受ける生徒を一遍に見ているでしょう。それはそうですよね。だけど，現実には，大学毎に受験者層は決まっていて，その層のみんなが解ける問題，みんなが解けない問題だけだったら選別ができないので，合否が決まる問題を出したい。で，実際に，合否が決まるのは，実は，受験生が初めて見るようなタイプの問題にいかに手を出せるか，そのときにちゃんと試行錯誤したりして，解答の芽をちゃんと引き出せるか，最後まで行かなくても，何ができるかできないかで分かれると。練習して覚えるだけのことをやっている生徒はそれができないから，結果的に合格できない。でも，先生方は，みんなができている問題で，ちょっとした計算ミスで足元をすくわれるほうばかり見て，やっぱり計算練習していないからと言うんだけれども，本当は合否が分かれているのはそこじゃないんだということを，ちゃんと先生たちが分かっていないと。分かっていないから練習，練習になっちゃうんですよねと言っていました。こういう答案を書く生徒は受かるタイプ。こういう答案しか書けないとかいう，どこかで見たような問題の解答だけをしっかり書いてくる生徒は多分伸びないということも経験的にわかるらしいです。やっぱり何かしら自分で考えてアプローチしていって，その中で分かっていくことは入試でも大事なんだろうなと思いますね。

西村：あとは本人たちにそれを自覚させる。すごいよく考えているということを，あんまり伝わっていないかもしれないので。

阿部：はい。

西村：頑張っているね，いい考えが出ていたよということが，先生が伝えられるとどんどん伸びてくるし，もっと自信を持って言えるだろうし。TC 先生はいかがですか。

TC：大変ありがとうございました。久々に授業を見られて，すごく感動しました。僕は実は一番後ろの人に，ちょっとかわいそうな男子をずっと見続けていて。途中でつい声をかけてしまいました。今回の指導案を見て，統合発展のことをすごく意識されていることもよく分かったし，自分もこの指導案を見させてもらいながら，実は僕は 3 次方程式の解の公式で解をまず出して，何か「ああ，これはどう持っていくんかな」とかというのを楽しみながら見させてもらいました。

TD：今日はどうもありがとうございました。スタートのところで，方程式の解とは何だろうという，やっぱりそこが詰まっていた生徒がいて，ふと自分を思い出したときに，2 次方程式の解は因数分解したら，それと思って見たらすぐ 0 になるのが分かるんだけれども，途端に解の公式で出した解が，入れたら本当に 0 になるのというのは，生徒はびっくりしたことがあって。「先生，これは本当に 0 になった」。だからそれは解なんだよと。

ちょっと形が変わるとすぐ方程式の解は何だったのかというのが分かんなくなっているのかなというのを，自分が現場にいたころを思い出して。方程式の解というのはそうだったなと (聞き取れない)。

TE：すみません。今日の生徒の半分以上の 1 年生の数 1 を担当していました。実は x 軸との交点ということも，こういうやり方ではないんですけれども，もちろんやっています。じゃあ生徒が 1 回やったことがあるからといって，それは結び付かないんですよね。それをもう何回も，同じようなものが出てきたときに，こういうものをつなげていくことで本当に大事だということが見えてくるのかなという，そのうちの一つなのかな。

じゃあ 4 次方程式はどうなんだろう。5 次方程式はどうなんだろうというような生徒が増えてくるといいなと思いながら，もちろんそのやり方とかやる回数とかで，生徒もそういう考え方の定着度合いというのが変わってきますし，特に今日の生徒は本当に 1 年生のときもあんまり定着しないというか。自分のやり方もどうだったのかというのは検証しなきゃいけないんですけれども。

今日はその生徒がすごく協働的な学びという場面がすごく見られたのは，きっとそういうことを続けていくことですごく成長していくんだろうなというので，すごくいい姿を見られて感心しました。と同時に，阿部先生，ごめんなさいと思いながら，ずっとはらはらどきどきしながら見ていました。

本当に 3 年間の学びの中で，どこで何を扱って，あのときもこういうことをやったよねということをつなげていくというのが教員の仕事だなとすごく感じました。ありがとうございました。

西村：そういう意味で，今日は振り返りシートを集めなかったけど。

阿部：全員書けていなかったので，次回集めて。

西村：また書いてもらって。ああいう振り返りも大事です。

阿部：はい。集めます。

TA：この明倫の生徒はおとなしい生徒で，あまり発言もしないというふうに聞いとって，今日もどんなふうになるのかなと。みんな黙って黙々と手も動かないのかなというふうに思っていたんですけれども，阿部先生がうまくペースづくりもしていて，生徒たちはやっていたかなというふうに思います。

最初，私は発言させてもらいましたけれども，微分しか自分たちは武器がないと。それで微分だけ終わっていた。じゃあ周りの生徒たちがグラフをかきだしたら，何か知らないけれどもグラフをかいたと。それで終わるんだろうなというふうに見ていたんですけれども，その中から生徒たちは自分たちでちょっと話し合いもしながら，少しずつそこから深めていったりもしていましたので，雰囲気だけでも生徒は変わるんだなというふうに，今日は見させていただきました。

また，協議会でも鋭い先生方の観察眼。こちらのほうも勉強になりましたので，これからも自分も研究授業を見ていく立場ですので，大いに参考になりました。ありがとうございました。

阿部：本当に 4 月の初めはシーンとした感じだったので，何かそういう意味では。

西村：良かったよね。

阿部：本当に 10 月ぐらいから生徒が活発に自分たちで，「こうじゃない？　こうじゃない？」と言い合うようになったので，何かそこが自分はうれしいなと思います。

長尾：意欲を持たせるようにするんだったら，本当に協働的な学びをうまく活用すると意欲を増してくるんじゃないかと思うので。みんなでやるのが苦手な生徒は，まあばかにされ

れば面白くないだろうけれども。そうじゃなくて，みんなで解決していくのはすごく面白いと思う生徒も多いので，それで力を付けさせると違うと思うのでね。

今日の振り返りシートみたいなやつ，あそこまでいかなくても，僕らは前からずっと言っているのはコンセプトマップみたいな，単語をこう，例えば導関数とか微分係数とか，何かいろんな単語をずらっと，思い付くものをどんどん出していって，まず最初はこれを学んで，次はこれを学んでと線で結んでいくと，ずっと自分がやったことが頭の中を全部整理できる。そしたらつながりが分かるので，頭の中が整理されて，問題を解きやすくような気がしているので。難しいことを学んだときには，それをやるといいなと思っています。

思い出せないことは，そこのところが抜け落ちていることがあって，それでよく分からないことがあったりするので，少し振り返りのやり方を考えるというのと，それから，去年の学び，あれをここに取り入れる何かを考えたほうがいいんじゃないの。そうしたら阿部先生の雰囲気と合わさって，なかなかいい授業になる(聞き取れない)。

ずっと同じクラスを持つわけじゃないから，全ての(聞き取れない)やっぱりね。前の先生の学んだときの雰囲気をどうしても持ち寄っちゃうから，･･･協働的な学びをやろうと思うときに，一番難しいのはそこだと思うんだけれども。だから，最初から変えるというよりは，少しずつ入っていって，5 月の連休明けぐらいからすごく活発になるようにするといいかもしれないですね。

西村：ありがとうございました。それでは，終わりましょう。

4.6　授業研究コミュニティの形成の過程について

本研究の目的は，高等学校の数学教師による，数学的に考える態度の育成を目標とする「授業研究コミュニティ」を形成するとともに，その形成要件やプロセスを明らかにすることであった。4.1～4.5 及び資料編にある学習指導案や授業のトランスクリプト，授業後の研究協議会のトランスクリプトをもとに，この点について検討する。

4.6.1　セクターの授業研究以前

本科研の実施以前から，いずれのセクターにおいても，教委委員会や教育センター等による高等学校数学科の研究授業は実施されていた。以下は，その様子の一端を示している。

> これまで北海道では，道教委の指導主事が中心となって，数学科の授業改善に取り組んできた。しかし，多忙化する道教委の業務の中で，教科（数学）指導に関する研修や授業研究が十分に実施できているとは言えない状況にあった。また，広域性を持つ北海道においては，地域ごとに指導主事が配置されているが，指導主事全体が指導改善に関する共通した知見を有しているわけではなく，指導主事の力量によって，地域の指導改善にもばらつきが出てしまうということがあった。さらに言えば，指導主事を中心としたコミュニティにおいて，指導改善のための授業研究会を牽引していく授業研究リーダーの育成が進んでおらず，地域の授業改善が指導主事頼みとなっていたため，指導主事や授業研究をリードする教員の力量の差が，地域の授業改善力の差に直結するという側面があった。
>
> （北海道，本報告書，p.59）

> 授業を参観するとき，「困っている生徒にはこう伝えれば理解しやすかったのでは」「このように考えさせると理解しやすかったのでは」という<u>教師側の手法の面に目が向きやすかった</u>。（愛知，本報告書，p.103）

本研究の準備段階（2018 年 6 月）及び研究のスタート時（2019 年 6 月）に，問題解決型の授業を実践している夏原教諭（東京都立多摩科学技術高等学校）が授業者となり，授業研究（研究授業）（資料編 pp.529-574，pp.575-615）を行った。本研究メンバーの大学教員や附属学校も多数参加した。また，協議会の司会も研究分担者の大学教員が務め，授業中に観察した生徒の思考の様相をエビデンスとしながら，提示した問題や発問は適切だったか，授業目標に迫る活動が見られたか，授業目標に迫るために取り上げるべき生徒の反応はなかったかなどについて議論を展開した。

その後の各セクターの授業研究の中で，「あの授業のように」という発言が垣間見られ，また，3 年間の振り返りの記述の中に，自身の変容のきっかけの場面として最初の全体授業研究会を挙げるメンバーもいた。例えば，以下のような記述がある。このことから，問題解決型の授業にもとづく授業研究（研究授業）のプロトタイプを示したことは，授業研究コミュニティの形成に一定程度の影響を与えたことがわかる。

…高校数学の指導案検討や研究協議会といえば，教える内容の数学そのものや指導技術に関する議論が多いが，福島セクターの授業研究会では，初回から本時のねらい(法線ベクトルのよさは何か)，ねらいと授業の関係(どうすれば法線ベクトルのよさを感得させられるか)の議論が行われていた。これは，本科研において，各セクターでの活動が始まる前に，全体会で多摩科学技術高校において開催された授業研究会が一つの要因となっていると考えられる。そこでの授業は問題解決型の授業であり，研究協議会においては本時のねらいや，ねらいと教材，ねらいと生徒の実態，ねらいと発問などの関係で議論が行われていたからである。

（福島，本報告書，ｐ.85）

本事業１年目に東京都立多摩科学技術高校で行われた研究授業・研究協議である。その中で，自身の授業がまだまだ教員主体になっていたのではないかと考えるようになった。また，生徒の見取りの甘さを痛感したのは２年目の舞鶴高校での授業研究会と自身の研究授業である。毎日授業を行っている生徒の思考は把握しているつもりであったが，疑問を拾えなかったことや，生徒全員の深い理解に至っていなかったことは反省する点が多かった（A 先生）。（大分，本報告書，p.114）

一方，この研究授業では，問題解決型の授業だけでなく，そこでの授業観察の方法や役割，研究協議の在り方について参画者が学ぶことを意図していたのに対して，問題解決型の授業の側面，すなわち，「この研究では，このような問題解決型の授業をめざしている，このような授業をしなければならない」という認識が強かった参画教員が少なからずいた。このことは，例えば，以下のような記述から推察される。

校務が多忙で余裕がない中で指導案作成となったため，セクターの先生方に助言をほとんど求められないまま，これまで自分で行ってきたアクティブラーニング型の授業（正直，ただ「話し合って満足する授業」といえる）でしか最初の指導案を提案できなかった。しかし，そのような中でもセクターの先生方がメールや指導案検討会で適切な助言や意見を出してくれることで「変えなければ」という意識が芽生え，これまでとは異なる授業に挑戦しようという心構えで研究授業に臨むことができた。（福島，本報告書，p.70）

入試問題を利用した問題演習において，いかに問題解決型の授業を展開するかということで事前検討会を行った。(愛知，本報告書，p.95）

2.2.2 に，算数・数学科の授業研究と問題解決型の授業は，いわば，「良い授業」の実現に向けての両輪であることを述べた。このことを授業者の立場で語れば，「数学の概念や方法を児童・生徒らの考えをもとに構成していきたい，しかしそれは容易なことではない，授業案は作成したが思い通りにいかない面もあるだろう，どこが不十分か，どうしたらよりうまく構成させることができるようになるか，それを一緒に考えたい」ということであろう。そこにあるのは授業者の「問い」である。

授業研究のプロトタイプの共有において，このような背景を明確化することができていなかったと考える。換言すれば，「授業研究に対する理解」を深める場がなかったということである。そのため，問題解決型の授業をするにはどのような教材がよいか，そのた

めの学習指導案はどう作成すればよいか，という考えのもと始動した個人やセクターがあったと考えられる。

また，問題解決型の授業のイメージを共有することはできたが，なぜ問題解決型の授業をするのかに関して「腹落ち」はしていなかった可能性もある。ただし，これは数学観や数学教育観にも関わることであり，1 回の授業研究で問題解決型の授業の意義を感得させることは困難であると考える。

4.6.2 セクターの授業研究初期

上述の「授業研究に対する理解」の様相は，その後のセクターの研究協議会にも現れていた。例えば，北海道セクターの第 1 回の研究協議会をみてみよう。授業者は，自評の冒頭で，次のように授業目標を述べている。

> 本時の目的・目標というのは、n であらわされた一般的な事象について、具体的な事例を用いて考察し、それを一般化するにはどうしたらよいか考えることができるということで、設けさせていただいたんですけれども、それは、全て達成できたわけではないんですけれども、そのかけらを生徒に見せること、感じさせることができたのかなというふうに捉えてはいます。（北海道，資料編，p. 17）

しかし，その後は，以下のように授業展開に関する振り返りが中心であった。

> ただ、授業の展開の中で、やはり最初に時間をかけ過ぎたなというのが反省として持っています。そこで時間短縮をすれば、おそらく辺の特徴と立式まで、L(n)の立式まで行けたんじゃないかなというふうに思って。最初、授業が始まって 15 分ぐらいで、これはもうやばいなというふうに、ちょっと私自身は感じていました。なので、最初の段階で、5 分から 10 分ぐらい、もうちょっと短縮できれば、L(n)の立式までたどり着けたのかななんていうふうに反省しているところです。
>
> また、授業後半のところで、外角が出てきたんですけれども、そこをまたアニメーションを見せると、さらに外角で回転しているんだなというのを生徒に感じさせることができたと思うので、やはり最初の時間が悔やまれるのかなというふうに思っているところです。
>
> （中略）
>
> あとは、授業の展開の中で、やはり、L(3)、L(4)、L(6)というところを踏まえて、どう一般化するかというところが、本日の一番の山場であるのかなというふうに思うんですけれども、やっぱり回転する角という部分を、もうちょっとうまく誘導できたらよかったのかなという反省もあったり、最後は、私のほうで、「辺に着目するんだよ」って言っちゃっていましたので、それはちょっと、授業を、最初、当初、予定していたものからは違うのかななんていうふうに思っています。（北海道，資料編，p. 17）

このような自評を受けて，司会者は次のように投げかけている。

さて、そんな中、本日の授業について、皆さんには、この授業をよりよくするためにはどうすればいいのかという視点で、さまざまなご意見をいただきたいと思いますが、まずは、本時の授業について、質問と言いますか、こういうところを確認しておきたいというようなことがございましたら、挙手をお願いいたします。（北海道，資料編，p. 18）

もちろん，授業者の問いや本時のねらいの達成状況等について協議していくことはその授業を「よくする」ことに含まれようが，かなり広い意味になっている。この投げかけの後，例えば，以下のような，本時の目標に直接的には関係しない質問がなされ，それに対する応答がなされた。

日ごろ授業をされていく中で、例えば、何分で解きなさいとか、あとは、何分まで個人思考だよとか、そういった見通しを持たせて、何か生徒に時間を設定されるということが、ふだんあるのかどうかという点についてお聞かせいただければなと思うんですけど。

今回の授業の後等に、プリント 1 を回収するというふうに書かれていたんですが、今回やった問題は、まずどのように生徒を評価していくのか。

二つ聞きたいんです。一つはですね、今回指名した生徒は、意図をもって指名したのかどうかということとですね、もう一つは、n=3、4、6 のケースを図解で考えてみようということにしていたんですけど、5 のケースは何で外したんですか。そこを外したという理由は何なのかを教えてください。

質問は二つあるんですけど、まず一つ目が、生徒の様子を見ている限り、ノートとかファイルとかを持ってないように見えたんですけど、ふだん、どのように授業の記録をしているのかという点と、ペア学習とか個人で考える時間があったと思うんですけど、ペアで考えたり、近場の人と交流したり、個人で考える、それぞれの意図があれば、教えていただきたいと思います。

質問が 2 点あります。1 点目ですけども、初めの問題の(1)をブランクにしたというアイデアが、すごい私はおもしろいなと思ったんですけれども、これについては、今回が初めてだったのか、それとも、何回か実際やったことがあったのかなということが、まず 1 点目です。2 点目ですけれども、今日の一番初めの時間のときに、結構誘導を、昨年、してしまって、なかなか生徒が思考を移さなかったという話をしていたんですけど、この今日の（1）をブランクにする以外に、何かもしいいアイデアが、実践していれば、教えていただきたいなと思って、2 点目にしてみました。

質問なんですけども、最初の（1）のところに何が入るだろうというところで、n と n+1 の図で考えるって、多分数学的帰納法の考え方を生徒が出したと思うんですけど、あれって、n 角形の n を大きくして、円に近づくという最終的なサイクロイドの話につなげるために、あ

えて板書して、ちょっと時間を使って話をしていたのかなというのが、ちょっと疑問だったので、そこを教えていただきたいなと思います。

そういったアニメーションとかで、今のところ、どういったものを授業で使うというのかとか、こういった分野で、すると結構よかったというような、逆に過去の事例とかがあると、教えていただけると、参考になるかなというふうに思って。

（北海道，資料編，pp. 18-21）

これらの質疑応答の後，司会者は，再び，次のように述べている。ここでは，授業者の自評のうち，授業目標ではなく，授業展開のほうに着目していることがわかる。

大体よろしいですかね。はい。では、これで、とりあえずは、まず授業の背景と言いますか、聞きたいところは聞けたと思うので、この後ですけれども、じゃあ、今日の授業です。それをさらによくするにはという視点に立って、皆さんからご意見をどんどんいただきたいと。最初に、授業前に、花尻先生から三つ、今回の留意点というところでいただきました。一つは、誘導を少なくするということ。それは、思考力を高めるための切り口だというような話。二つは、ICT の活用。この効果的な活用の方法について。そして三つ目は、汎用性を考慮して、短い時間で準備をして、授業に臨むということを心がけていると。そのような働き方の部分について進めてみたということです。

それでは最初に、まず、思考力を高めるというところが一つの鍵かなと思いまして、先ほど、稚内のコバヤシ先生からも、そのような意見をいただいたところですけれども、このあたりを最初の切り口として、思考力をより高めるようにさせるためには、どんなふうな改善があればよかったのかなというようなところでご意見をいただきたいと思います。ご自由にどうぞ。（北海道，資料編 p. 21）

協議内容を整理して進めたいという思いを持っていると推察されるが，「さらによくするにはという視点に立って」「どんなふうな改善があればよかったのかなというようなところで」ということが繰り返されている。そのため，実際に出された意見は，次のように「具体的な事例を用いて考察し、それを一般化するにはどうしたらよいか考えることができる」という授業目標への言及はなく，ICT やプリントに関するものとなった。

思考力を高めるということであれば、視聴覚教材では、もうちょっとアプリを見せたほうがいいのではという気がします。

僕も、生徒に（1）にはどんなことが入るだろうかと考えさせているときに、時間短縮という意見もあったんですけど、結構速い段階から、正多角形をちょっと試しに描いてみようとしている生徒が 1 人、2 人いて、この子たちの考えをまず拾ってあげてもよかったのかなということですね。それを、例えば、黒板に出て、図を描かせてみたりとか、これを回したらどんな軌跡を描くんだろうねって、ほかの子にも刺激として与えたりとかした後で、実は、今

日、アニメーションを用意しているんだよということで、見せてもよかったのかなというのが、一つですね。

あと、ちょっと話題が変わるんですけど、さっき、n が 5 のときを外したという話があったんですけど、そこも、ほんとは考えさせてもよかったのかなという話があって、例えば、n が 3 のとき、4 のとき、5 のとき、6 のときって、幾つか生徒たちに考えさせた後で、時間的にも全部を取り扱うのは大変なので、じゃあ、どれが考えやすそうかとか、どれがその後 n につなげやすそうかというのを、生徒にちょっと議論させてみても面白かったかなと。

例えば、学習プリントを事前に渡しておいて、個人で考える。で、今回の授業に臨むような流れだと、個人思考の時間が結構省けて、いきなり意見交換できるのかなというふうに思いました。時間の短縮という意味で。

一般化するにはどうしたらいいかというのを考えるというのがメーンだったので、そこの具体的な事例を、計算については、その場で省略してもよかったのかなと

（北海道，資料編，pp. 22-24）

最後の発言では，授業のねらいに言及しているものの，時間配分を主眼とした指摘である。このあとの司会者によってなされた主たる投げかけは，以下の通りである。

今、思考力を高めるところに着目したときに、時間をどのように使うかと。前半は個人思考の時間を省くための準備がいいんじゃないか。で、今のイズミ先生からは、計算のところを、そこはいいんじゃないだろうかというような意見ですね。皆さんだったら、どうですかね。このような授業を展開されますか。

ちょっと時間の捻出というところで、話題をつくっていましたけども、じゃあ、その他ですね、本時、思考力を高めるという観点だったとき、こういう工夫で行けたんじゃないかという切り口があれば、ご意見いただきたいと思います。

ちょっと、これ、皆さんの意見も聞いていいです？ グループで取り組むこともできたんじゃないかなというような示唆ですけれども、皆さん、どう思いますか。

その活動の形態、学習の形態のところは、これぐらいにしてですね、今、花尻先生が前半に時間がかかった理由のところで、三つ提示が必要だったんだというご説明でしたけども、このあたりどうですかね。ご意見あれば。

ほか、どうですかね。最初、前半で時間がかかったというところで、L(3)、L(4)、L(6)の提示のところに、今回、多くの時間をとりましたけども、そのあたり、ああ、よかったんじゃないかというふうな声や、いやいやというのがあれば、お願いします。

それでは、大体、思考力を高めるというところの話題は、大体出たかなと思いますので、もう一つ、ICT の活用、前半でもちょっと出ましたけども、ここについてご意見いただければなと思います。ここも、こういう使い方もあったんじゃないだろうかというのがあれば、どうでしょうかね。

花尻先生の授業の振り返りの中でもありましたけども、後半の外角に注目させたところでアニメーションを使えたんじゃないかというような示唆もありました。ここら辺について、何かご意見があれば、どうでしょうかね。

（北海道，資料編，pp. 24-33）

参加者の発言が授業展開上の時間配分や ICT，形態を中心になされたため，授業の目標に関する協議に焦点化できないまま進んでいることがわかる。また，最後のコメントでは，以下のように，再び「よくする」という発言がなされた。

この花尻先生の一つの授業を、みんなで共有して、このように、さらによくするにはということで、さまざまな角度からご意見をいただけたこと、ほんとにありがとうございます。

（北海道，資料編，p. 34）

このように，この研究協議会では，「n で表された一般的な事象について、具体的な事例を用いて考察し、それを一般化するにはどうしたらよいか考えることができる」という本時の目標の達成状況，さらには目標の妥当性などについて協議されてはいない。授業者，司会者とも，授業展開上の時間配分や ICT，形態など，いわば「この授業をもう一度行うとしたらどうしたらよいか」ということに主眼があった面があると考える。これは，授業後の研究協議は何のために行うかということに関する理解の状況の一面を表していると考える。これでは 4.2.4 に述べた，次のような往還には至らないと言えよう。

「1 回の授業研究または複数回の授業研究において，参加した教師は何かを学び，それを日常の授業に持ち帰る。そのプロセスが日常の授業に向けた矢印である。そして，日常の授業において試行錯誤をしたうえで，次の授業研究会に参加したり，授業者となる。そして，また新たな視点などを学び日常の授業に持ち帰る。この繰り返しによって，授業を構想したり観たりする視点が養われ，指導案検討や研究協議会での議論の質が高まっていくのだと考えられる。」

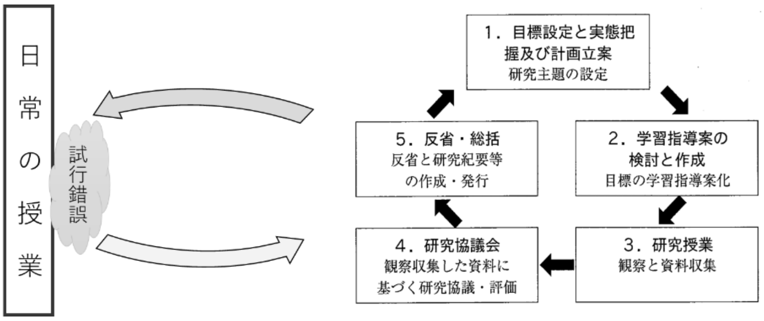


図 4.6.1　授業研究と日常の授業（図 4.2.4 再掲）

4.6.3　セクターの授業研究中期以降

■ 学習指導案の作成・検討過程

事前の学習指導案検討に指導者（研究者，研究協議会後の指導助言の担当者）が関与することが，問題解決型の授業観を育む上で有効であったと考えられている。例えば，このことは次のような記述から推察される。

　令和元年度，2 年度は，事前の学習指導案検討もメールでのやり取りを通したものとなっていた。実際のところ，授業者が作成した学習指導案に対して，指導者や大学の研究者がコメントし，修正を加えていくという作業を数回繰り返し，授業設計を行っていくという状況であった。このような状況では，基本的な授業設計の枠組み等については意見交換できたとしても，授業者の数学観，指導観，生徒の学習の状況など細かなニュアンスは伝わらず，どうしても表面的に授業設計を修正していく作業に終始してしまう傾向にあった。

　Zoom を介した事前の学習指導案検討を実施してく中で，授業者は自らの数学観や指導観を変容させていくということが顕在化していた。概ね初回の学習指導案検討で原案として出される学習課題は，大学入試問題をベースとした課題であり，授業展開についても「いかに教えるか」を主眼としたものが多かった。しかし，Zoom を介してリアルタイムでの意見交換を行い，学習指導の在り方を検討していく中で，「いかに教えるか」ではなく，「いかに学ばせるか」が重要であり，そのためには，「わかりやすく教える」というだけではなく，探究的な活動を通して概念の理解を図っていくということに重点を置く指導展開へと変わっていく姿が見られた。「うまく教える」のではなく「考えさせる」ために，どのような発問をすべきなのかといったことについても意識されるようになり，授業者の学習指導観自体が変容していったといえるだろう。（北海道，本報告書，p.60）

…第 2～4 回の指導案検討において，成田が課題の把握の仕方についての議論を促した。最初の問題を提示した後，生徒に「あれ？」「おや？」と思わせるにはどうしたらよいか，「問題発見・解決の過程」を意識するとどのような問題提示がよいかという議論である。この点がなかなか他の参加教師から意見が出されなかったのである。課題の把握の仕方を工夫するのは，生徒にとっての問いを生じさせるためである。その重要性の認識が高まっていないかったと考えられる。これ以前の成田による研究協議会の指導講評を振り返ると，この点についてのコメントをほとんどしていないことがわかった。だからこそ，その重要性が先生方に伝わらず，授業研究会から日常の授業に持ち帰るものとならなかったと考えられる。研究協議会において，課題の提示の仕方が生徒にとっての問いとなっていたかの評価が必要であることが示唆される。（福島，本報告書，p.88）

また，このような指導者を交えて行う指導案の協議は，次のように「授業研究に関する理解」の促進にも貢献していることがうかがえる。

授業者の数学観や指導観が事前の学習指導案検討を通して変容していく姿を目にすることによって，授業改善は授業研究会当日のやり取りだけでなされるのではなく，事前の学習指導案検討の段階から当日の研究授業，研究協議という一連の取組の中で実現されるものであるということを実感できたのではないだろうか。（北海道，本報告書，p.61）

■ 研究授業の観察

4.2 では，授業観察の視点の形成やその有効性に関する記述も散見された。

> 以前は机間巡視の際，できているか／できていないか／できていないのであれば原因は何なのか，ということに注視していたと思います。今はどう考えているのかを見抜くよう努力しています。これは，夏原先生の授業（解の配置）とその後の協議会に参加させてもらい，集団的に解決する授業を自分でも実践してみようと思ったことがきっかけだと思います。
>
> （福島，本報告書，p.88）

また，中京セクターでは，「分担して事前に決めた観察生徒（複数）を中心に授業中の生徒の様子を観察する」手法を取り入れているが，このことが生徒の学びを見取る力を向上させる上でも有効だったと分析している。

> 授業を行い，継続して「授業研究」に参加してきた５名の高校教員に関しては，授業に対する「考え方」が根本的に変わってきた。問題解決型の授業を参観したときに，「現場とはかけ離れている」という印象を強く持った教員が，今では生徒の学びに着目し，分かりやすく教えるだけの授業からの脱却を図り，生徒観や身に付けさせたい資質・能力を意識して授業を展開されている。また，本セクターの取組である「分担して事前に決めた観察生徒（複数）を中心に授業中の生徒の様子を観察する」手法が，生徒の学びを見取る力を向上させた要因の一つであろう。（愛知，本報告書，p.104）

このことによる，具体的な変容について，例えば，以下のように述べられている。

- 今までは研究授業のときに授業者を中心に観察をしていたが，今は，生徒の学びに着目するようになった。発問に対して，どのタイミングで生徒がアクションを起こすのか，生徒の気づきの瞬間を見逃さないように参観するようになった。
- 机間指導の際に，生徒がどうノートに記述しているか，どこで間違えているか，など，細かいところまで読み取るように丁寧に見るようになった。同じ間違えを複数見つけたら，そこに気付かせるように少し遠回しに投げかけるような発問をするようになった。また，他の先生方の授業を参観する際に，授業者の発問とそれに対する生徒の反応に注目するようになった。

（愛知，本報告書，p.103）

ここで注目したい点は，このような授業観察に対して，参画教員はさほど難しさを感じていないと思われる点である。以下の考察が示唆的である。

> しかし，第 2 回の授業直前に，「生徒が何を考えているのかを把握する」ことを促したところ，研究協議会において，多くの生徒の実態が報告され，それに基づいて議論がなされた。これは正直にいって「意外」であった。大学生の教育実習などにおいて生徒の思考を把握することを促してもそう簡単にはいかない。しかし，福島セクターの先生方は，この点が

すぐに変わったのである。しかも，生徒が「できている/できていない」ではなく，実際の生徒の記述や発言を捉え，それを基に生徒の思考を解釈しているのである。

（福島，本報告書，p.87）

また，このことは，問題解決型の授業にもとづく授業研究に関する理解と反射的関係にあると考える。個々の生徒の思考に着眼することで，問題解決型の授業の意義，生徒の思考の様相をエビデンスとする研究協議の意義の理解が進むことがある（進む人がいる）一方で，問題解決型の授業を実践したり，その研究協議に参加したりすることで，個々の生徒の思考に着眼する授業観察の意義の理解が進むことがある（進む人がいる）ということである。次に述べる研究協議に関しても，同様の反射的関係がある。

■ 研究協議

研究協議には，事前検討会，授業観察が連動していることに気づいたとする記述が見られた。

また，事前の学習指導案検討での意見交換は，研究授業当日の研究協議においても重要な役割を果たすことになる。事前の学習指導案検討を通して，授業者が研究授業を通して参会者に伝えたかった学習指導観がどのように形成されてきたかを理解しているがゆえに，研究協議では，授業者の意図を踏まえた意見や質問を出すことができていた。

（北海道，本報告書，p.61）

授業を参観するとき，「困っている生徒にはこう伝えれば理解しやすかったのでは」「このように考えさせると理解しやすかったのでは」という教師側の手法の面に目が向きやすかった。しかし，継続した「授業研究」を通して，「生徒がどのように変容したか」「その生徒に何が身について何が残ったのか」という点を議論するようになった。教師の力量向上のための生徒ではなく，生徒のための授業であるという当たり前のことを再認識した。

（愛知，本報告書，p.103）

また，研究授業が実施される当日，授業の直前に，本時の意図や授業展開についての確認がなされた。その際，<u>成田から，授業を観察する際，生徒が何を考えているかをよく観察して欲しい旨の指摘があった。その結果，研究協議会においては，上述の通り，生徒の実態が多数報告された</u>。「単位円よりグラフの方がいいね」という生徒の発言を基にねらいが達成できたかの議論なされた。「ぎり山」という表現を用いて解が4個の場合について説明している生徒がおり，授業者が「具体的にいうとどこからどこなの？」と発問したことによって範囲が特定されていったという報告があった。生徒の実態と教師の振る舞いとの関係で議論がなされている。また，m の値に特定の値しか代入していない生徒の実態を把握し，有名角のポイントしか見ておらず，グラフを離散的に捉えている可能性があることなど，生徒の思考をより深く解釈している報告も挙げられた。（福島，本報告書，pp.81-82）

4.6.4　考察

上述のことから再確認されたことは，学習指導案の事前検討，生徒の思考の様相に着目する授業観察，それをエビデンスとする研究協議の反射的関係である。いずれが契機となるかは，そこでなされた一連の授業研究の内容はもとより，個々の参加者の認識にも依存する。また，授業研究コミュニティ形成の初期段階では，授業研究に関する理解が不足していることも確認された。このことをふまえると，一連の授業研究全体を通して，スーパーバイズしていくことが重要なことがわかる。具体的には，授業研究コミュニティ形成の初期段階では，「指導者」が学習指導案の事前検討に参画したり，授業観察の視点を提示したり，研究協議後に授業研究に関する理解を視点とする振り返りやコメントをすることである。（図 4.6.2）

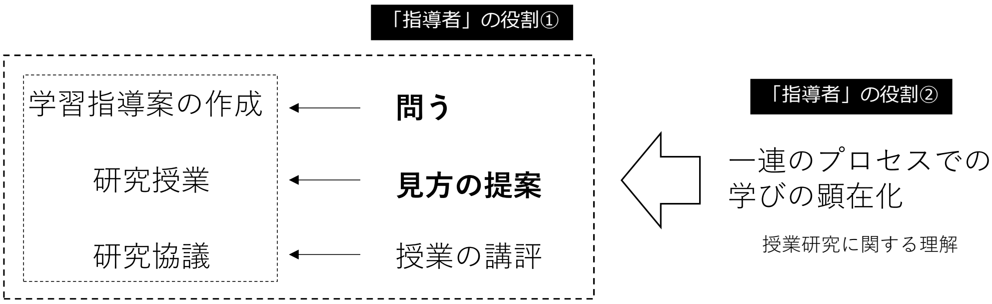


図 4.6.2　コミュニティ形成期における指導者の役割

また，将来のこの「指導者」の役割を担うことが期待される者も，この一連の授業研究に参画することで，「指導者」の役割に関する学びをすることが可能となる。

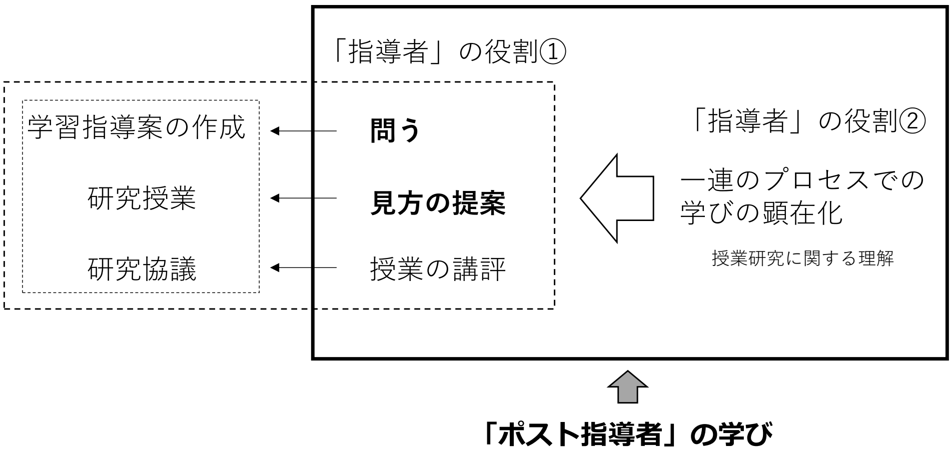


図 4.6.3　「ポスト指導者」の学び

一方，高等学校数学科においては，問題解決型の授業，それにもとづく授業研究に関して，ほとんど経験のない教師も散見される。そのような状況に対して，上述のような「指導者」の関わりの前に，参加者の「目線合わせ」をすることが大切であろう。具体的には，はじめに「問題解決型の授業にもとづく授業研究」のプロトタイプを提示し，「問題解決型の授業」及び「授業研究に関する理解」の双方の「目線合わせ」をすることであ

る。後者については，授業研究会自体の振り返りを行うなどの意図的な働きかけが必要である。

これらのことに関連して，コミュニティをどう拡大していくかについての課題も明らかになった。本研究では，4.2 でみたように東北セクターは，概ねメンバーを固定し，研究授業も本研究メンバー以外には公開していない。この点は 4.5 の九段中等教育学校，野々市明倫高等学校も同様である。オンラインで行った九州セクターの研究協議も実質的に本研究メンバー以外の参加はなかった。この長所は，研究協議が授業者の問いや授業の目標に焦点化したものになることである。上述の反射的関係の促進という点からもこれは望ましいことだと言えよう。

他方で，指導主事や教委にとっては，授業改善は喫緊の課題であり，本研究メンバーに限定せずに，多くの教員に研究授業に参加してほしいという想いがある。しかし，4.6.2 でも見たように，問題解決型の授業やそれにもとづく授業研究に対する「目線合わせ」ができていない参加者が研究協議に加わっても，授業者の問いや授業の目標に焦点化したものにならないことが推察される。

この点の克服が課題となる。上述の考察からは，例えば，研究メンバーで行う授業研究を「プロトタイプ」として位置づけ，協議会は一旦研究メンバーだけで行い，それを見てもらうことが考えられる（図 4.6.4）。あるいは，研究授業前に，授業者の問い，授業の目標を端的に説明し，授業観察の視点や方法を指定したりするとともに，授業研究そのもの関する説明をする機会を設けることが考えられる（北海道セクターでは既に実施）。第 3 章で提示した，また，各セクターでも利用してきた授業観察ルーブリックは，これに関わる手立てとなろう。

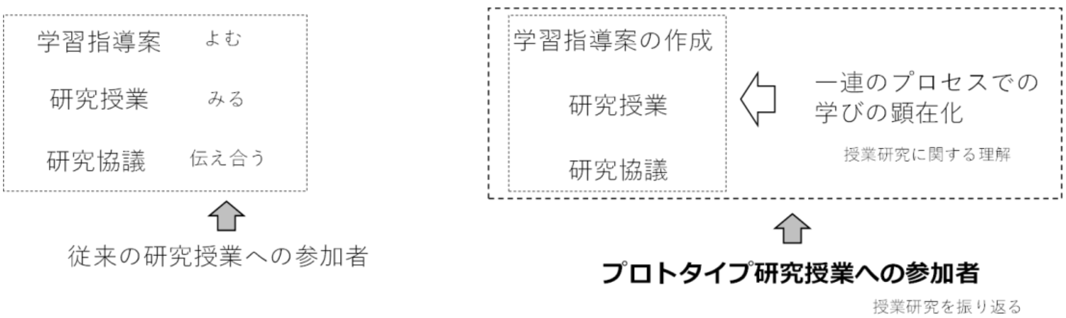


図 4.6.4　コミュニティの研究授業への初参画者の学び

（西村圭一）

終章　研究の成果と今後の課題

5.1　研究の成果

本研究の目的は，高等学校の数学教師による，数学的に考える態度の育成を目標とする「授業研究コミュニティ」を形成するとともに，その形成要件やプロセスを明らかにすることであった。

第 2 章では，高等学校数学科において，求められている授業像について，学習指導要領解説に示されている「算数・数学の問題発見・解決の過程」を視座に考察した。特に，数学者の視点からの考察において，収束的思考(公式を正しく適用して，計算を正しく行う；図や表を正しく作成したり，図や表から情報を読み取ったりする；手順に従って論理的に説明する)と拡散的思考(数学の問題を解決するための構想を練る；未解決の問題に対して，解決するためのアイデアを出す)の両方が存在することが提示された。拡散的思考は主に個人内の思考であるが，学校教育という文脈では，教室に複数の生徒が集まり，同時に同じ問題と対峙していることを考えると，この拡散的思考を集団内でも行うことが可能である。したがって，個人の考えを教室内で共有し，考えの比較・検討を行いながら数学的な知識や技能，見方・考え方の獲得を目指す問題解決型の授業にはこの両者が位置付くことがわかる。そして，日本の算数教育においては，この問題解決型の授業と授業研究とは，いわば，「良い授業」の実現に向けての両輪として機能してきたことをふまえ，問題解決型の授業を通して，数学的に考える態度の育成を図ることにした。

第 3 章では，本研究で着目する授業観察フレームワークについて考察した。2 章で明確にした求められている授業を実現するために行う授業研究では，具体的に授業をみる観点や議論する視点を与える必要があると考えた。そこで，TRU Math というフレームワークをもとに，数学的に考える態度を育成する授業に必要な観点を考察し，数回のトライアルを通して，授業観察ルーブリックを開発した。本研究では，このルーブリックを用いて，指導案を検討したり，授業を観察した後に協議の議論の視点として利用したりした。

第 4 章では，各セクターで進めてきた授業研究の成果と課題を示した。

第 1 節では，北海道セクターの成果を紹介した。具体的な成果としては，授業者による生徒観や本時の指導に関する説明が授業前に行われるようになり，生徒の実態や指導のねらいを把握して授業観察を行ったこと，その授業観察をもとにして研究協議ができたこと，「教員が何を教えるか」の議論から「生徒はどのような資質・能力を身につけるか」や「生徒がどのように学ぶか」という議論へと移行したこと，さらには指導案の記述内容が充実してきたことなどがあげられた。また，北海道セクターの取組は，授業研究リーダーを育成するという側面もあった。より広範に授業研究を行っていくために，授業研究のリーダーとしてどのように授業研究をファシリテートするかという点を見据えた取組であった。

第 2 節では，東北セクターの成果を紹介した。具体的な成果としては，学習指導案の検討時や研究協議において，本時のねらいとの関係に着目できるようになってきたこと，，授業において生徒による説明が多くなってきたことなどがあげられた。また，参加メンバーによる 3 年間の振り返りでは，「既知であることと新しい数学の概念を結びつ

けるためには、生徒同士で、生徒の力で、数学的な表現に仕上げていくことが、大切だと考えるようになりました」など，生徒の言葉をもとにして授業をつくり上げていく大切さを認識した記述が目立った。この変化を教師自身が認知していること自体が研究成果であると考える。

第 3 節では，中京セクターの成果を紹介した。具体的な成果としては，真に扱うべき問題を精選したこと，授業中の生徒の様子を観察することによって生徒の学びを見取る力が向上したこと，問題解決型の授業を参観したとき「現場とはかけ離れている」という印象を強く持った教員が，今では生徒の学びに着目し分かりやすく教えるだけの授業からの脱却を図り，生徒観や身に付けさせたい資質・能力を意識して授業を展開していることなどがあげられた。特に，真に扱うべき問題を精選したことに関わっては，例えば第 2 回の授業研究会において，指導案の第 1 案では授業者が多くのことを教えようとしていたのに対して，第 2 案では問題を絞って生徒が多くのことを発見し学べるようになっていたことが報告されている。

第 4 節では，九州セクターの成果を紹介した。具体的な成果としては，授業内で生徒がどのような問いを持ってどのように考えるのかを考えながら教材研究を行うようになったこと，単元全体を通して生徒に考えさせたいことは何かを考えるようになったこと，数学の授業について相談できる仲間ができたことなどがあげられた。

全セクターに共通することとして，本科研に参加したメンバーの中には，「同僚の先生と授業について語り合うことがない」という声もあり，複数の教員同士で 1 つの授業を検討し，その授業を実践し振り返るという経験をしたこと自体が研究成果であると考える。また，単に授業について議論するだけではなく，生徒にどのような問題を提示すれば生徒の思考が促されるのか，生徒のどのような考えを取り上げれば授業の目標に到達しうるのかなどを議論できるようになったことが，コミュニティの成果として挙げられる。

本研究の 1 年目には，全体授業研究会を行った。この全体授業研究会は，本研究会の目的等を共有するために東京で行った研究授業と研究協議会である。この東京の授業は，問題解決型の授業を志向して構成されていた。この全体授業研究会後に行われた各セクターの授業研究会の議論の中で，「あの授業のように」という発言も垣間見られたことや，3 年間の振り返りの記述の中に，自身の変容のきっかけの場面として最初の全体授業研究会を挙げるメンバーが多かったことなどから，本研究の成果を引き起こした一つの要因として，全体授業研究会の実施が挙げられる。すなわち，東京の授業を参加したことによって，参加メンバーが目指すべき授業像を具体化できたとともに，「このような授業を行うためにはどう授業を構成すればよいか」という問いを与えるきっかけとなったと考えられる。また，議論の変容を引き起こした他の要因として，本科研を支えてきた各セクターのメンバーは，高校数学の授業に対して議論する場を求めているとともに，何とか授業を変えなければいけないという想いを持っていることがあると考えられる。これらは，今後の高校数学におけるより生徒の思考を大切にした授業研究の普及に向けた示唆となり得る。

また，現職教員だけではなく，指導主事や大学教員とともに授業研究コミュニティを形成したことによる成果もあったと考えられる。例えば，指導主事は各都道府県が実施する授業研究会では指導する立場にあるが，本科研では大学教員が指導・助言する立場に当た

ることが多く，大学教員がどのような視点で授業を観察し，どのような助言を行うのかを経験することができたと考えられる。

（中逸空）

5.2　今後の課題

今後の課題として，大きく三点ある。

第一に，本研究で確認された，学習指導案の事前検討，生徒の思考の様相に着目する授業観察，それをエビデンスとする研究協議の反射的関係，これらと問題解決型の授業にもとづく授業研究に関する理解との反射的関係をふまえた，授業研究コミュニティ形成初期の手立てを考えることである。本研究では，授業観察ルーブリックを起点とすることでアプローチしているが，それがこれらの反射的関係を促進したのか，どのような点で貢献したのかなどの分析は途上にある。この分析を進めるとともに，反射的関係を視点に，必要に応じて授業研究のための新たなルーブリックを開発していきたい。

第二に，4.6.4 で提示した，授業研究コミュニティの初参加者に提示する授業研究プロトタイプに関する案の具体化とその有効性の実証である。本研究に参加した教員の多くは，勤務校で問題解決型の授業を実践することの困難性，さらには生徒の思考に着目して授業について語り合う機会がないことを指摘している。授業研究コミュニティの拡大に関する研究を展開する必要があると考える。

第三に，問題解決型の授業にもとづく授業研究に関わる反射的関係は，日常の授業実践に自ずと活かされるのか，あるいは，それを阻む内的要因（授業研究自体の要因），外的要因（高校数学のエコシステム）があるのか，それを乗り越えるにはどうすればよいのかを明らかにしていくことである。

この 3 年間で，高校数学の授業に関する議論を進めてきた。授業で扱う課題や生徒の反応が変わってきていることは，どのセクターの報告を見ても明らかである。また，代表者や分担者が一緒に研究協議会に参加することで，新たな「切り口」に気づかされることが多々あった。このことは本報告書には記述していないが，隠れた大きな成果である。今後も授業研究会を推進させ，日本の高校数学の授業改善に一石を投じる研究にしていきたい。

（西村圭一）

令和元年度～令和３年度　科学研究費補助金基盤研究(B)　研究報告書

高等学校数学科における

「授業研究コミュニティ」の形成に関する研究

発　行　者　研究代表者　長尾　篤志

所　在　地　〒100-8951 東京都千代田区霞が関３丁目２番２号

国立教育政策研究所教育課程研究センター

印　刷　所　（合）文章堂印刷所